PSI3211 – Circuitos I

Magno T. M. Silva

Escola Politécnica da USP

Março de 2017

Vários desses slides foram inspirados nas transparências da Profa. Denise Consonni

Sumário

1 As leis de Kirchhoff

2 Teoria de Grafos

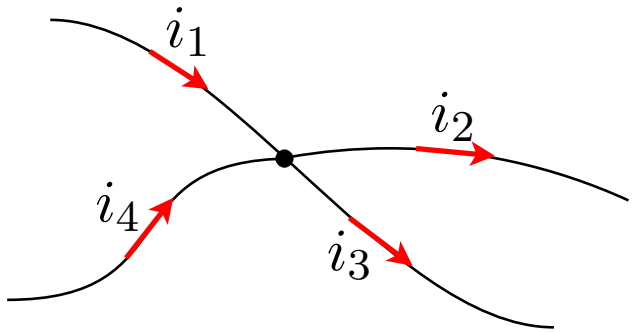
Objetivos desta aula

Ao final desta aula, você deverá estar apto a:

- aplicar as leis de Kirchhoff em circuitos resistivos
- usar a teoria de grafos para saber quantas equações LI da primeira e da segunda lei de Kirchhoff existem para uma dado circuito

1 A primeira Lei de Kirchhoff (LK)

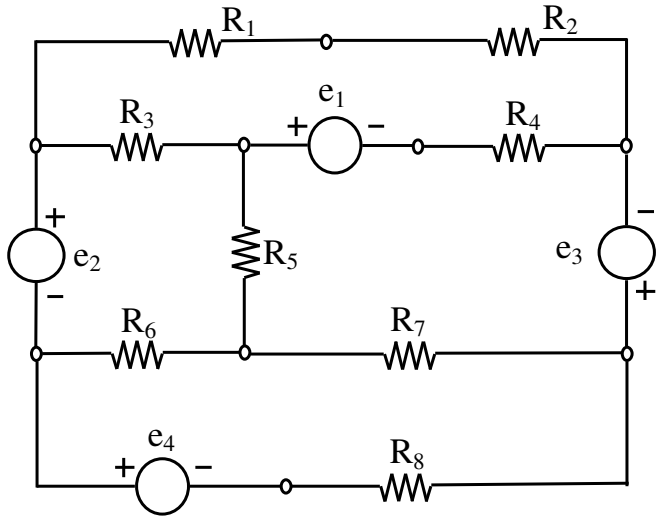
- Em circuitos, nó é definido como um ponto de interligação dos bipolos e ramo como um bipolo (qualquer elemento de um circuito com dois terminais a ele conectados)
- $1^{\underline{a}}$ LK: a soma algébrica das correntes em qualquer nó de um circuito é sempre nula (conservação da carga $\rightarrow$ não há acúmulo de cargas elétricas nos nós da rede)
- atribuir sentidos (arbitrários) para as correntes nos vários ramos (bipolos) que pertencem a um nó
- fixar uma regra:
  - sinal positivo $(+)$ se a corrente SAI do nó; e
  - sinal negativo $(-)$ se a corrente ENTRA no nó

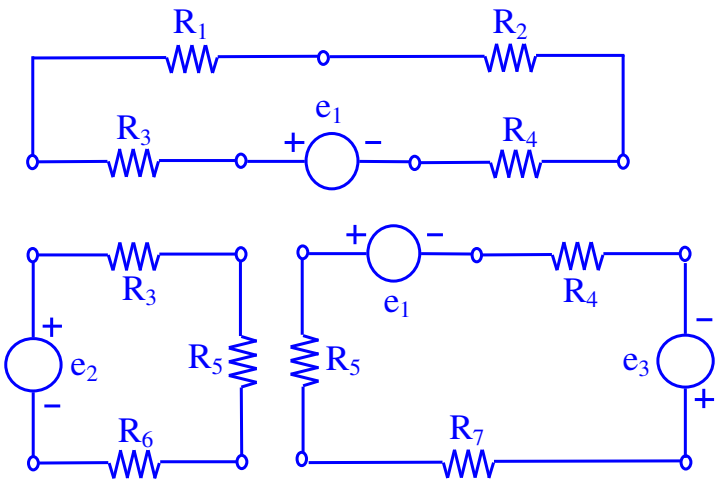


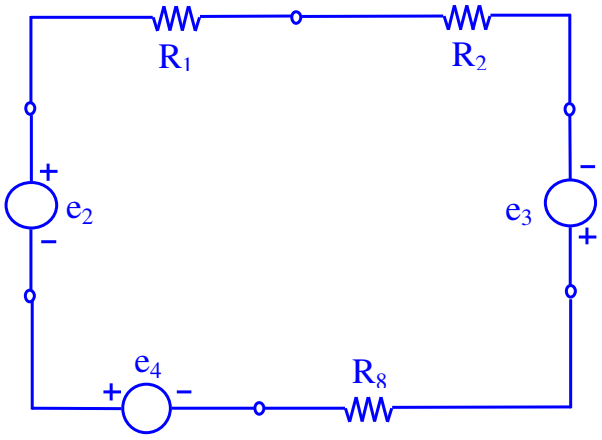
$$\boxed{-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0}$$

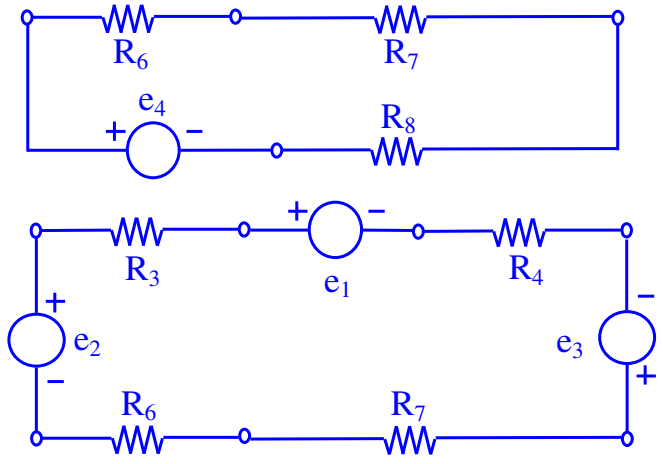
1 A segunda Lei de Kirchhoff (LK)

- Laço é definido como um circuito fechado: percurso de um circuito que permite partir de um nó arbitrário e voltar ao ponto de partida sem passar mais de uma vez pelo mesmo nó.



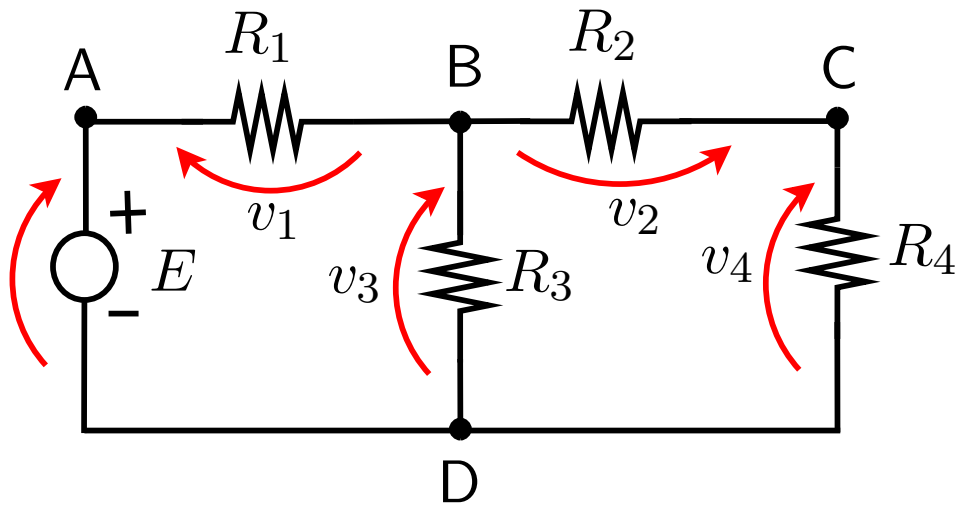






1 A segunda Lei de Kirchhoff (LK)

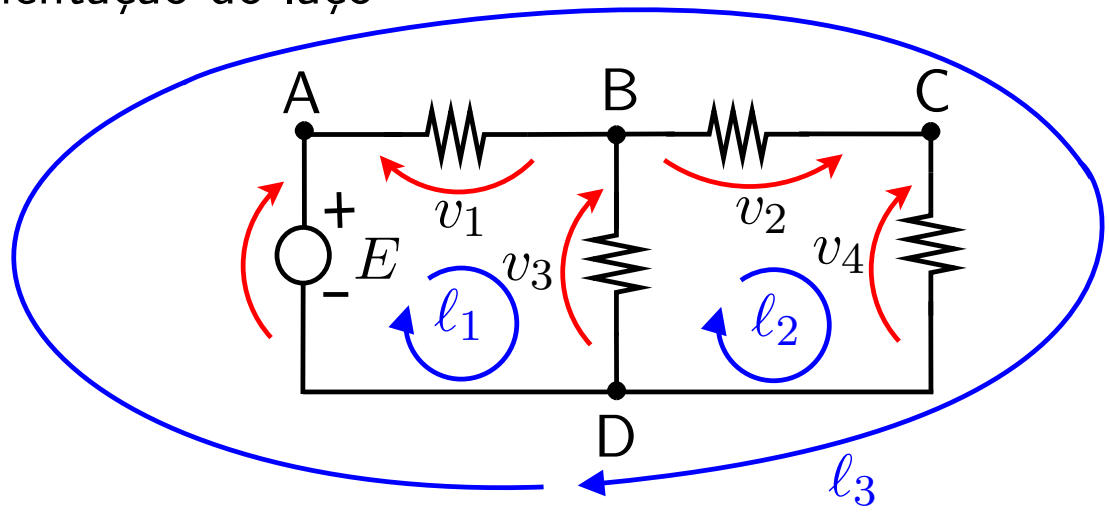
- $2^{\underline{a}}$ LK: a soma algébrica das tensões em qualquer laço de um circuito é sempre nula



Nó inicial	Nó final	tensão
D	B	v_3
B	A	v_1
D	A	$v_1 + v3 = E$

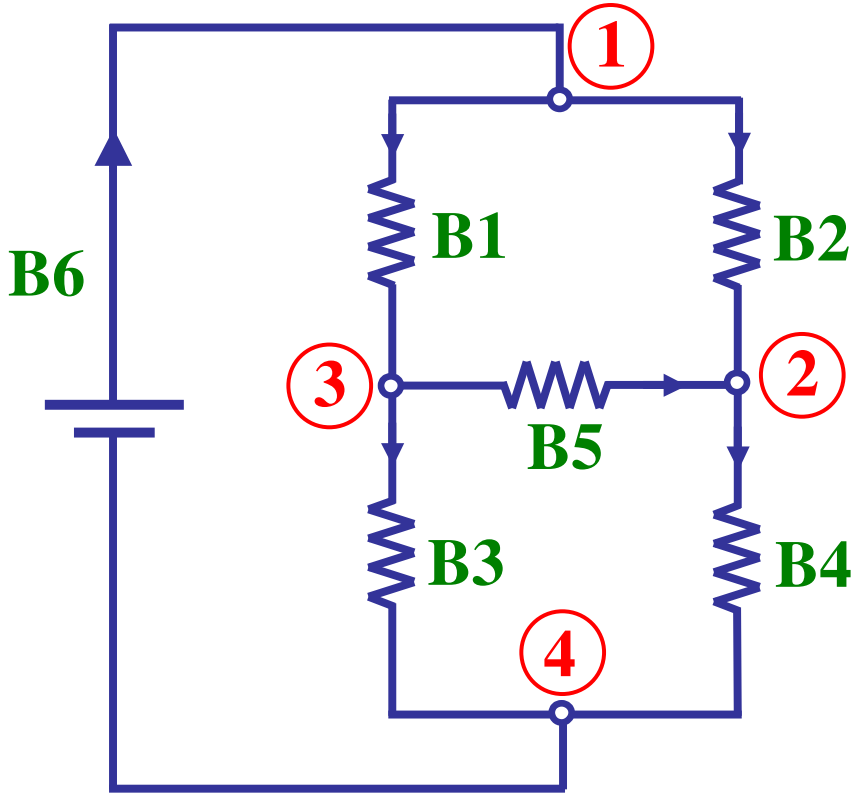
1 A segunda Lei de Kirchhoff (LK)

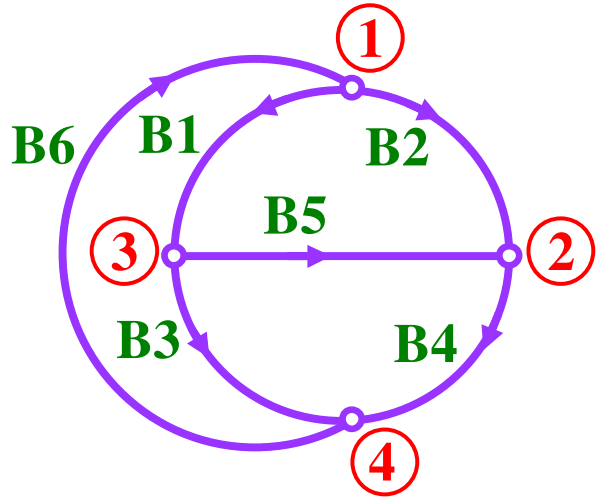
- Primeiro passo: orientar os laços
- fixar uma regra:
  - sinal positivo $(+)$ se a tensão DISCORDAR do da orientação do laço; e
  - sinal negativo $(-)$ se a tensão CONCORDAR com a orientação do laço

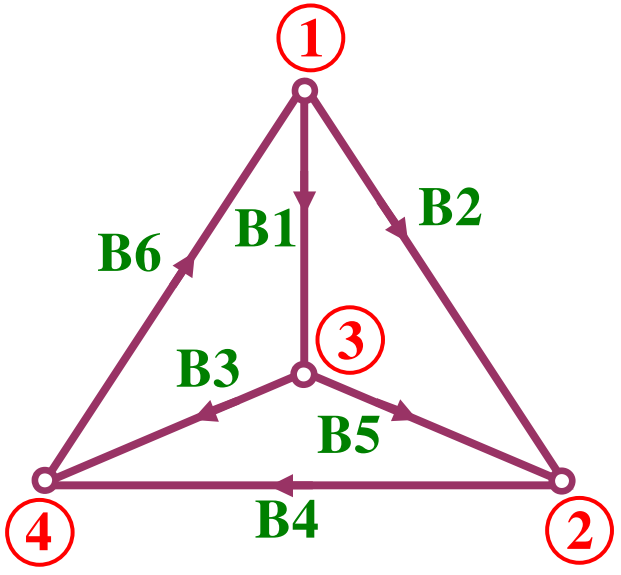


laço	Equação da $2^{\underline{a}}$ LK
ℓ_1	$-E + v_1 + v_3 = 0$
ℓ_2	$-v_3 - v_2 + v_4 = 0$
ℓ_3	$-E + v_1 - v_2 + v_4 = 0$

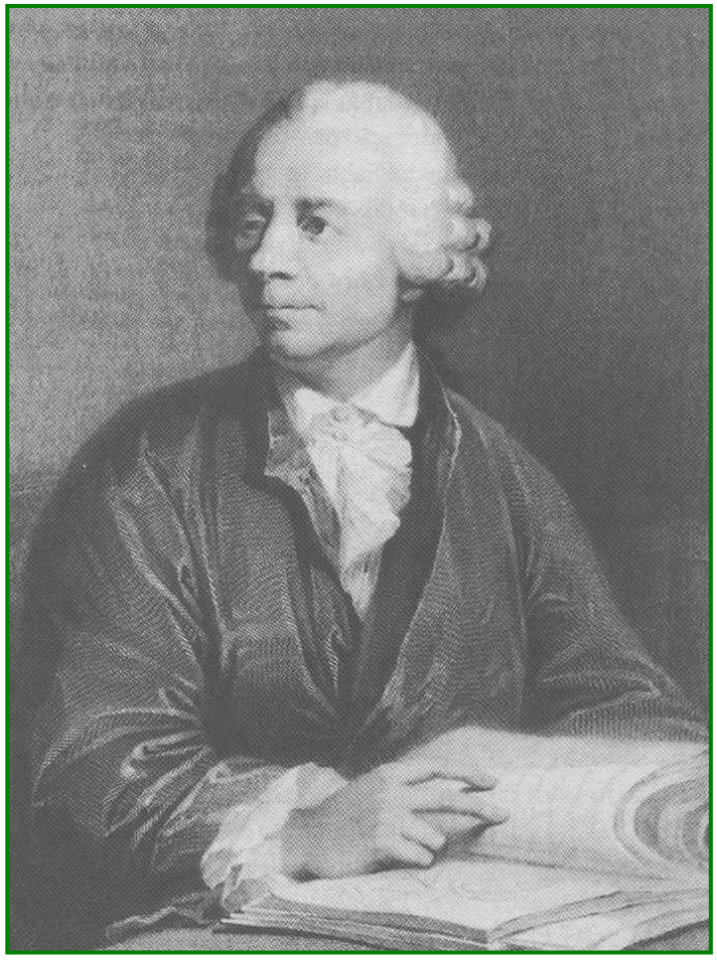
2 Circuito em ponte e Grafos Associados





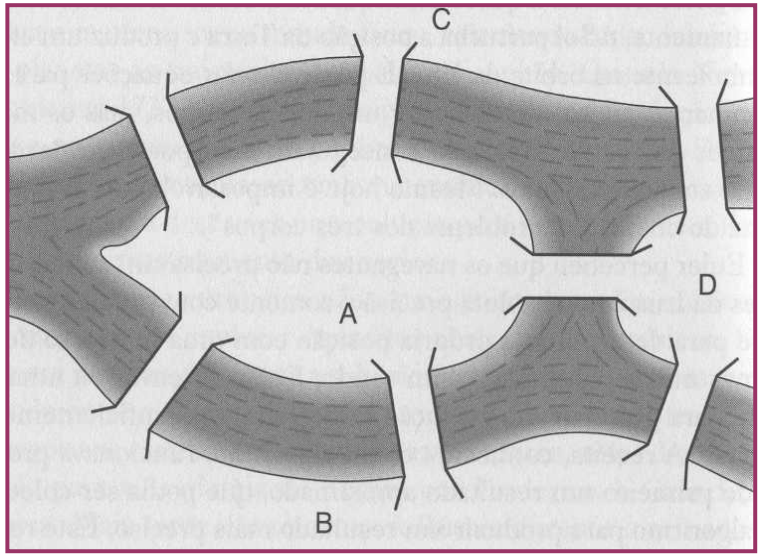


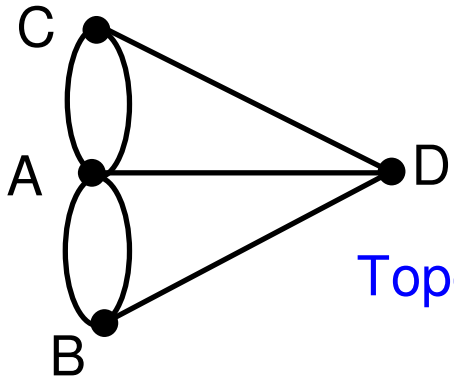
2 Euler e as pontes de Königsberg



Leonard Euler
(1707- 1783)

Pontes de Königsberg

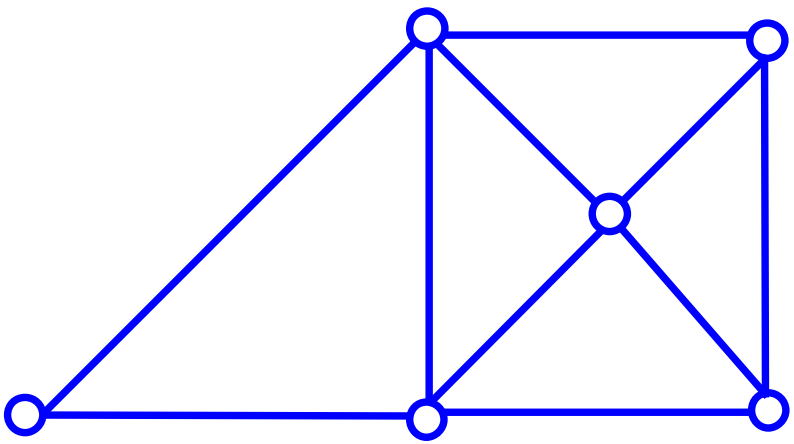




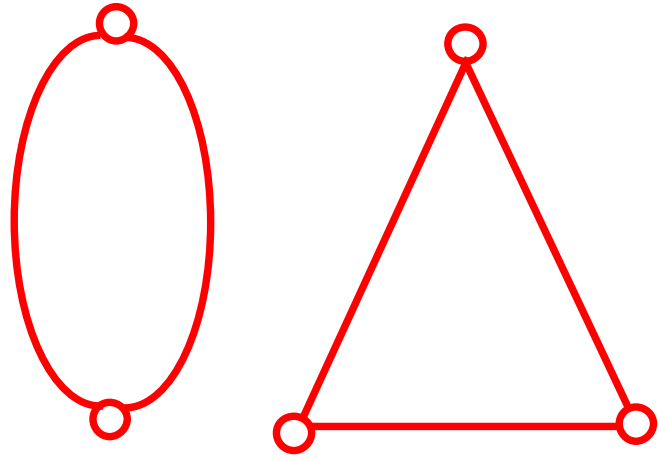
Topologia

2 Grafo conexo:

- quando é possível determinar pelo menos um caminho entre dois nós quaisquer do grafo



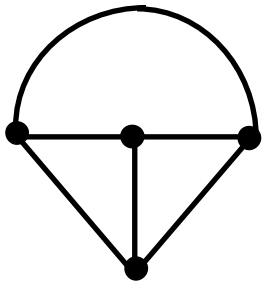
Grafo conexo



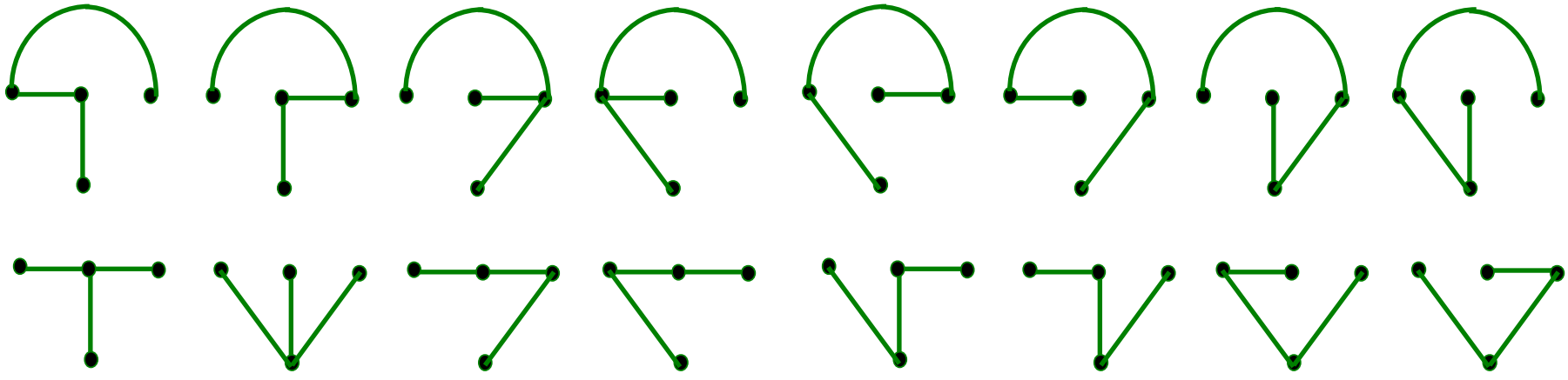
Grafo não-conexo

2 Árvore de grafo conexo:

- subgrafo conexo que contém todos os nós + número de ramos suficiente para interligar os nós $\Rightarrow$ Nenhum percurso fechado



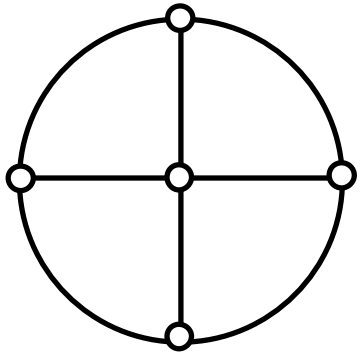
Número de nós = $n_t = 4$
Número de Ramos = $r = 6$
Ramos de árvore = $n = n_t - 1 = 3$
Ramos de ligação = $l = r - n = r - n_t + 1 = 3$
Número de árvores = $n_t^{(n_t-2)} = 16$



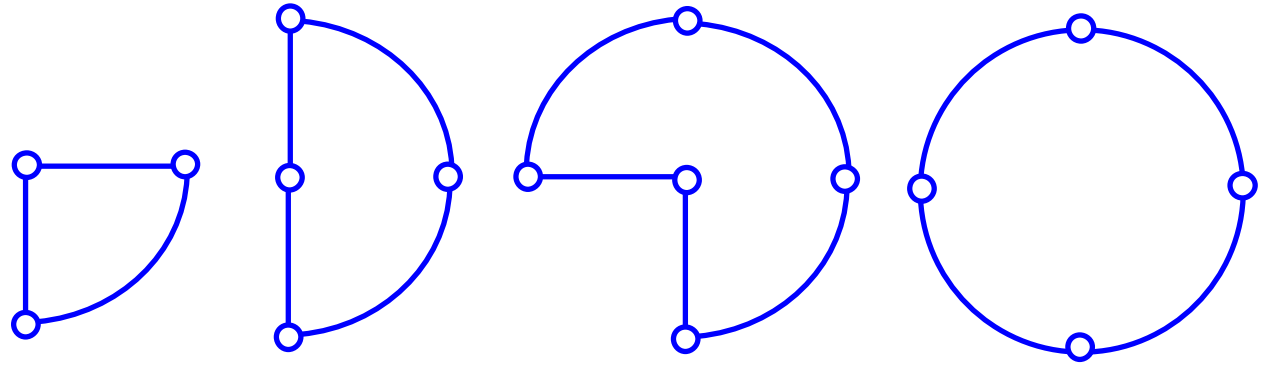
2 Laço de um grafo:

- qualquer subgrafo conexo tal que 2 e apenas 2 ramos incidem em cada nó $\Rightarrow$ trajetória fechada

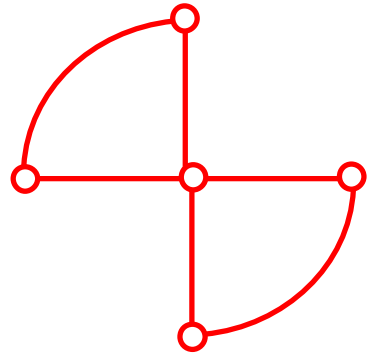
Grafo



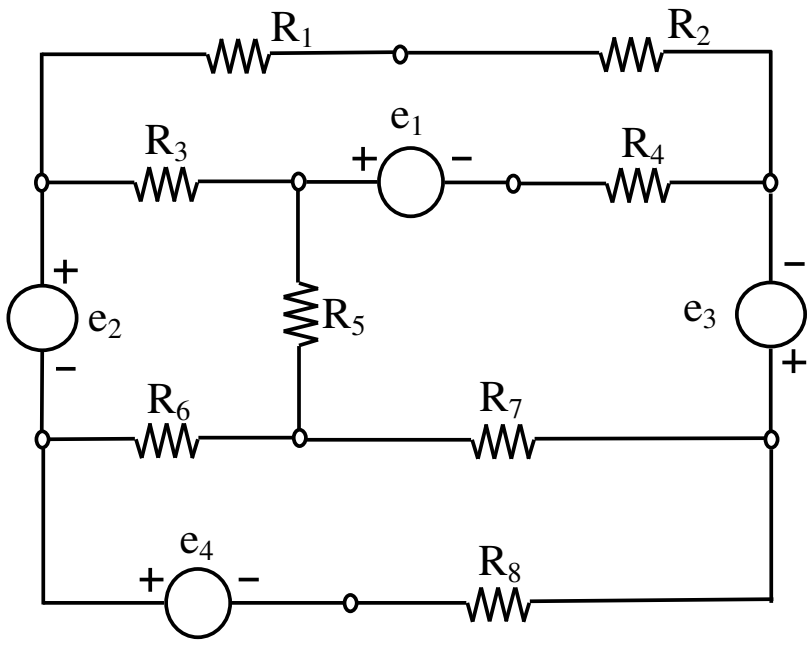
Alguns laços

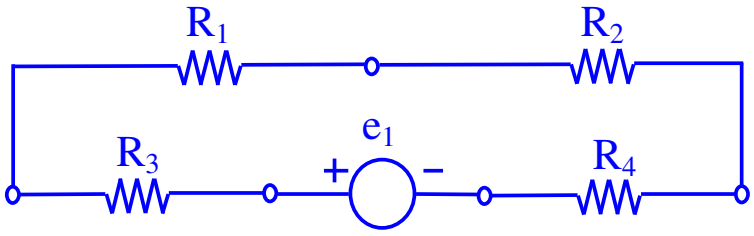


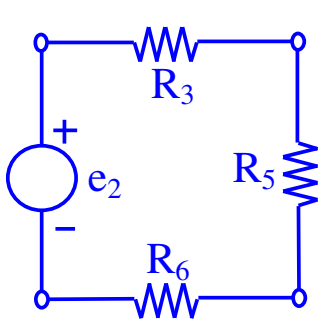
Não é laço

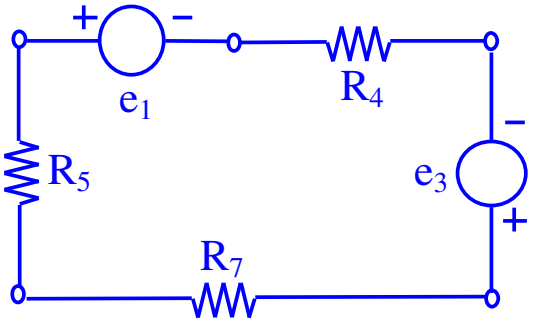


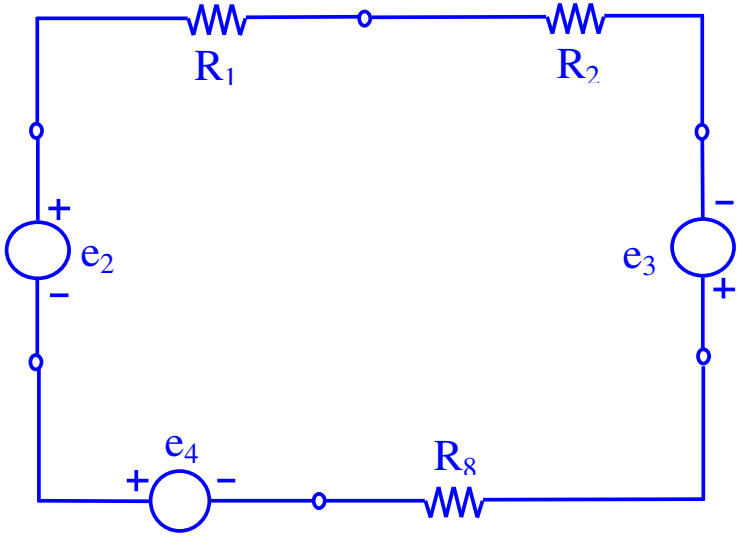
2 Exemplo de circuito e laços:

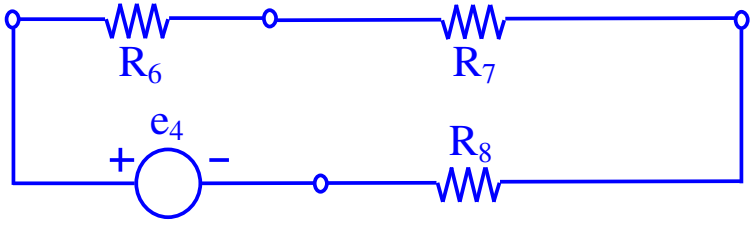


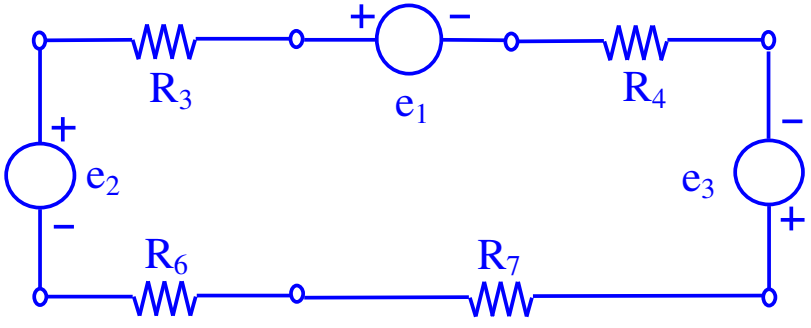








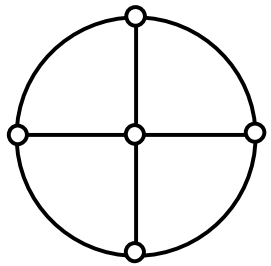




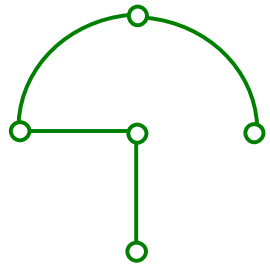
2 Laço Fundamental

- Uma árvore não possui nenhum laço
- árvore + ramo de ligação $\Rightarrow$ laço fundamental
- dada uma árvore, há $l = r - n = r - n_t + 1$ laços fundamentais

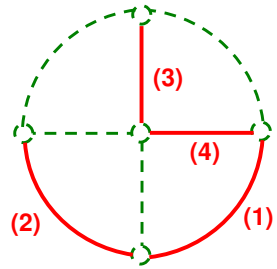
Grafo



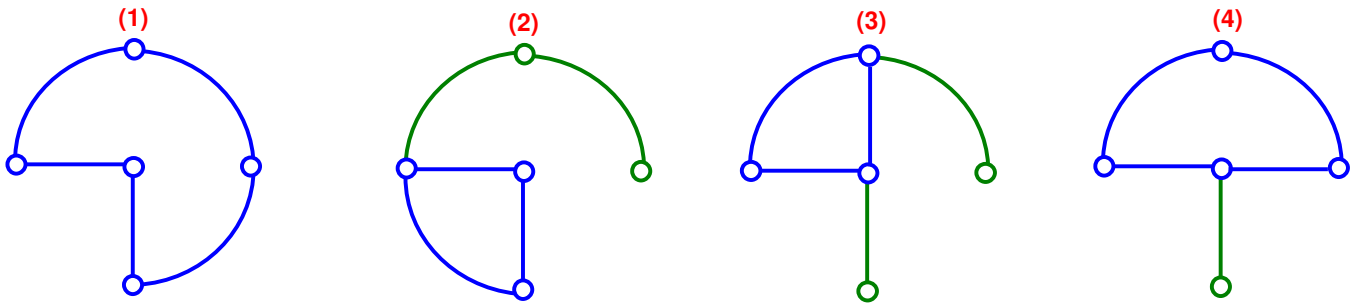
Árvore



Ramos de ligação

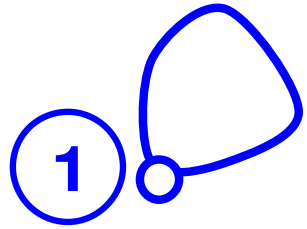


Laços fundamentais (em azul)

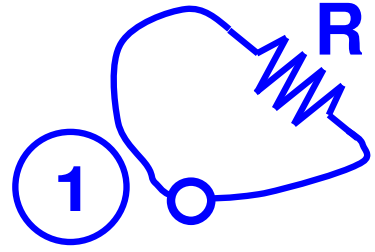


2 Laço Fundamental (continuação)

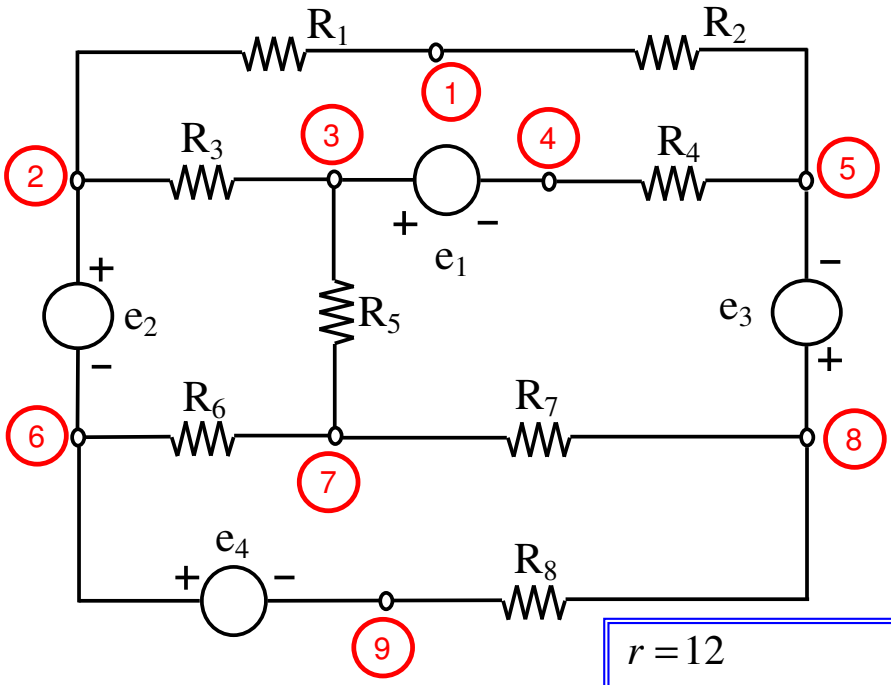
- a cada laço fundamental $\rightarrow$ uma equação da $2^{\underline{a}}$ Lei de Kirchhoff.
- as equações obtidas são linearmente independentes (LI) pois a tensão de cada ramo aparece apenas em uma das equações.
- Cuidado: Em PCS, laço significa



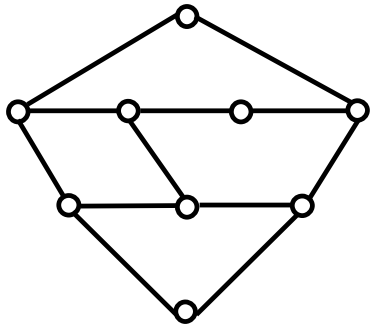
Em Circuitos, não faz sentido pois estaríamos curto-circuitando um bipolo



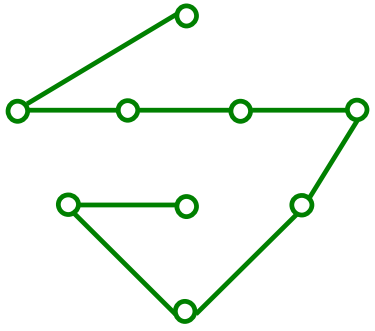
2 Exemplo de circuito e laços fundamentais



Grafo associado



Árvore



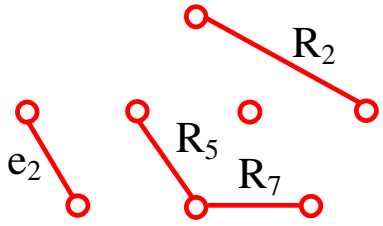
$r = 12$

$n_t = 9$

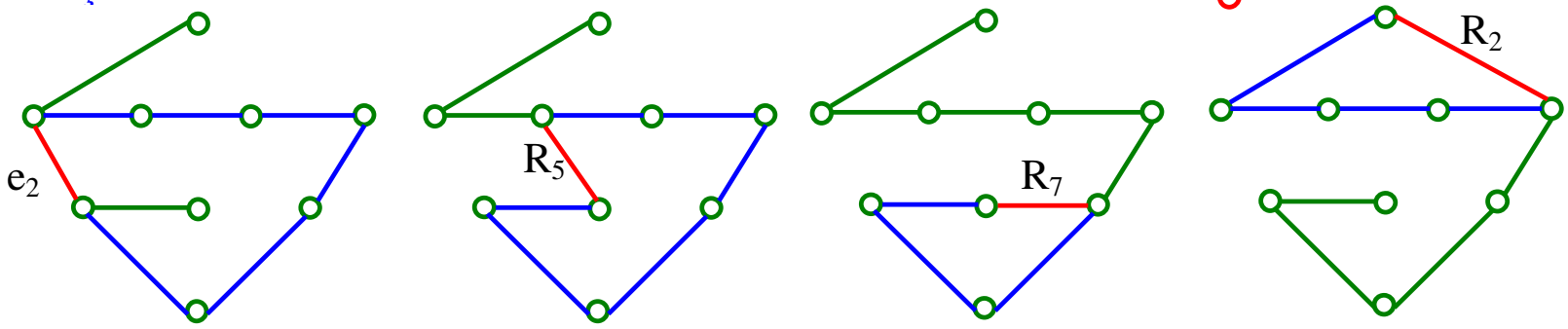
$n = n_t - 1 = 8$

$l = r - n = 12 - 8 = 4$

Ramos de Ligação



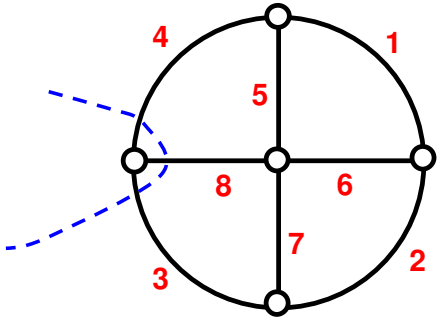
Laços fundamentais



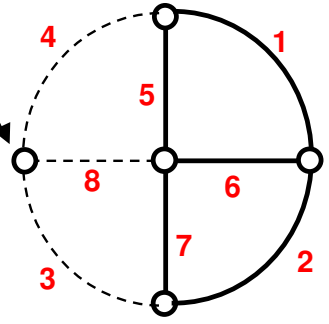
2 Corte (ou conjunto de corte):

- conjunto de ramos que se removidos $\Rightarrow$ o gráfico fica dividido em 2 partes; se todos forem removidos menos 1 $\Rightarrow$ gráfico se mantém conexo

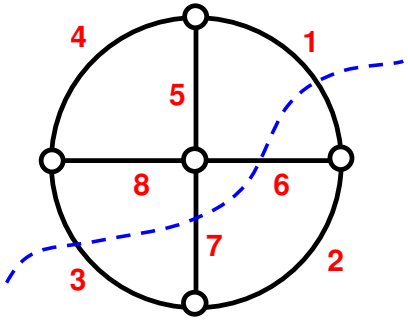
Corte {3,4,8}

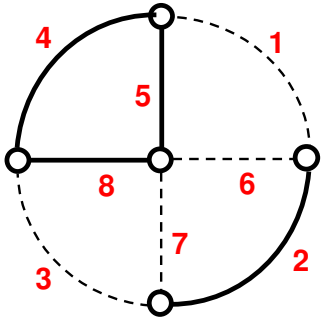


Subgrafo degenerado



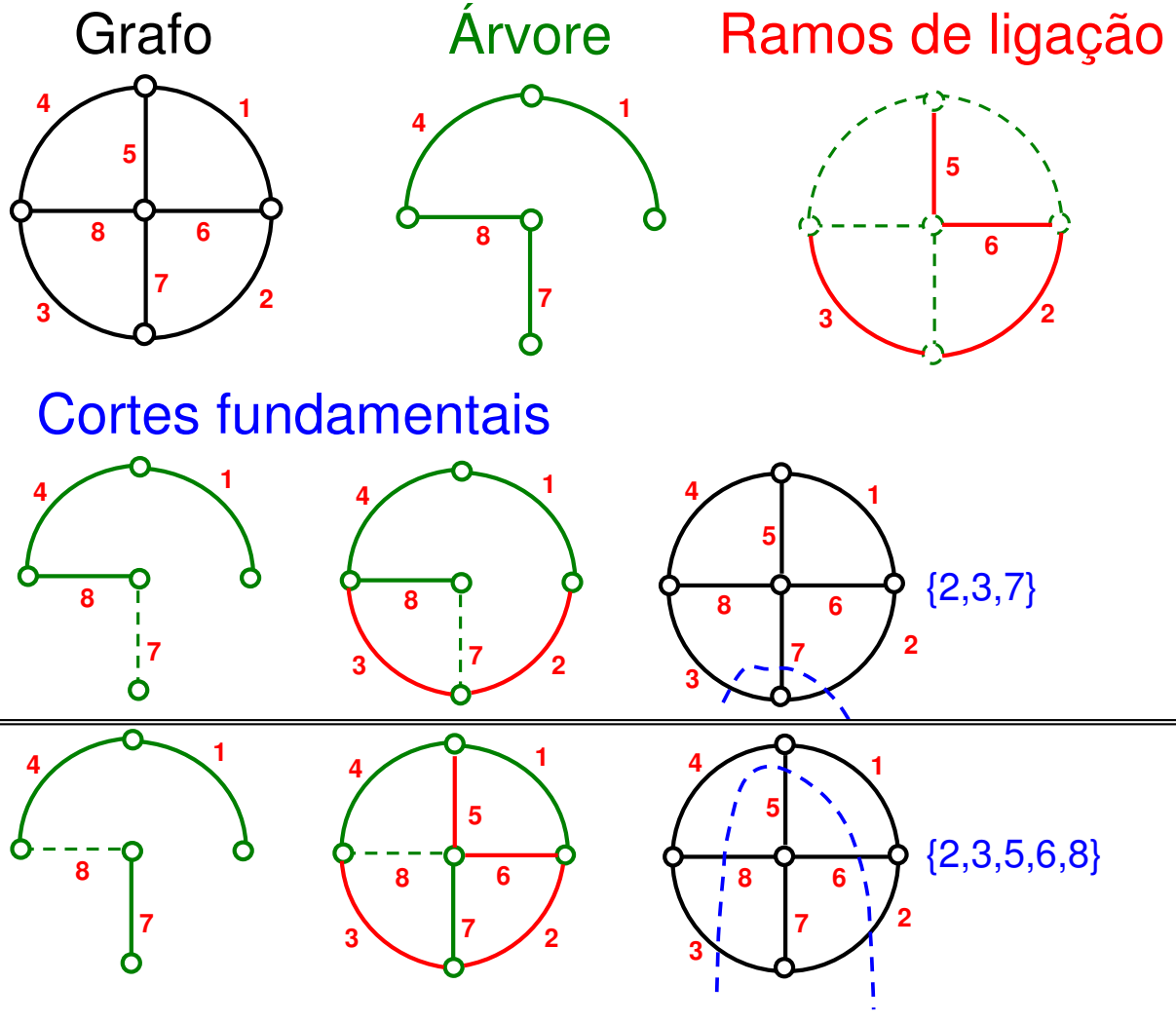
Corte {1,3,6,7}



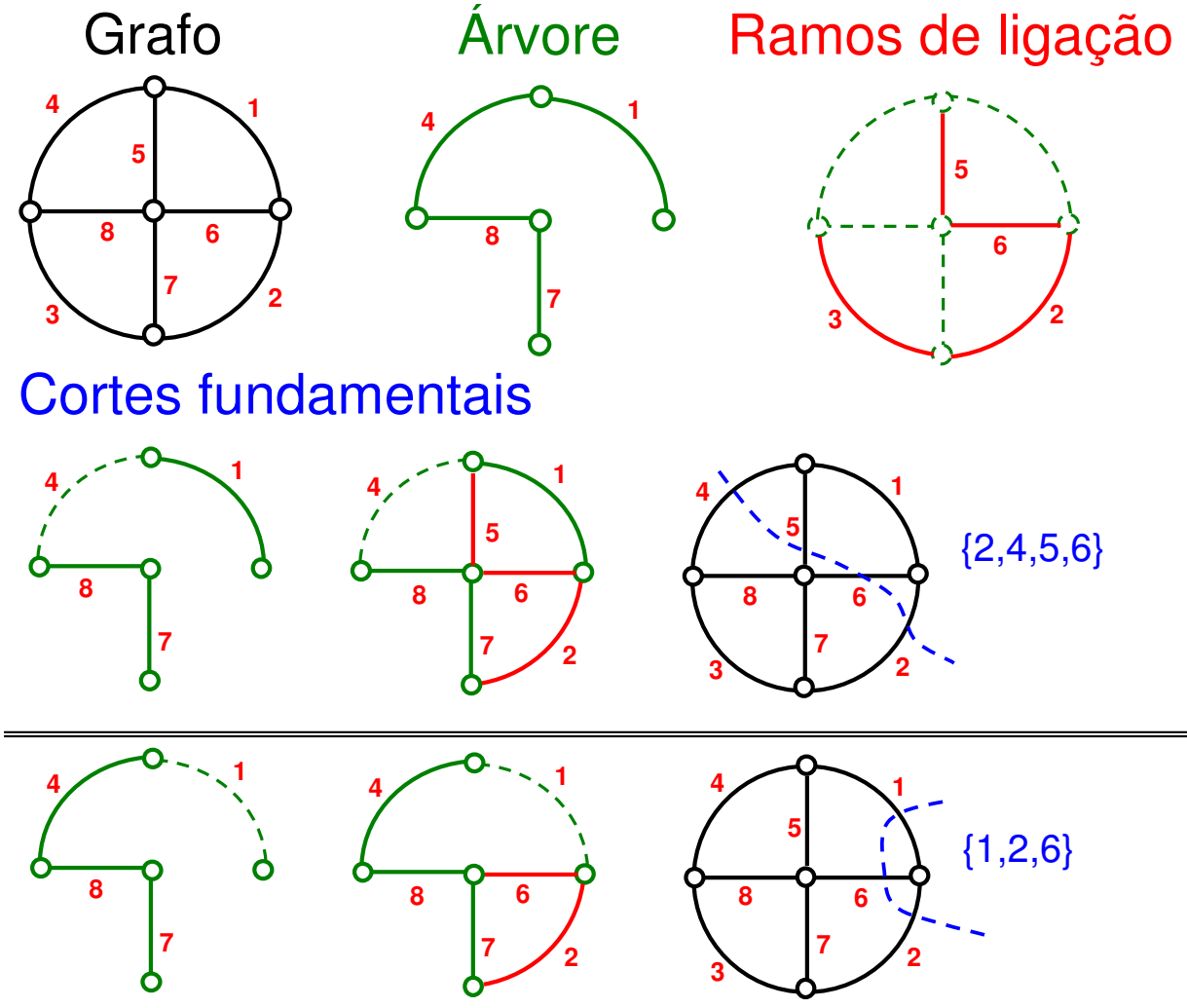


2 Corte fundamental

- Escolhida uma árvore: 1 ramo de árvore + alguns ramos de ligação $\Rightarrow$ corte fundamental

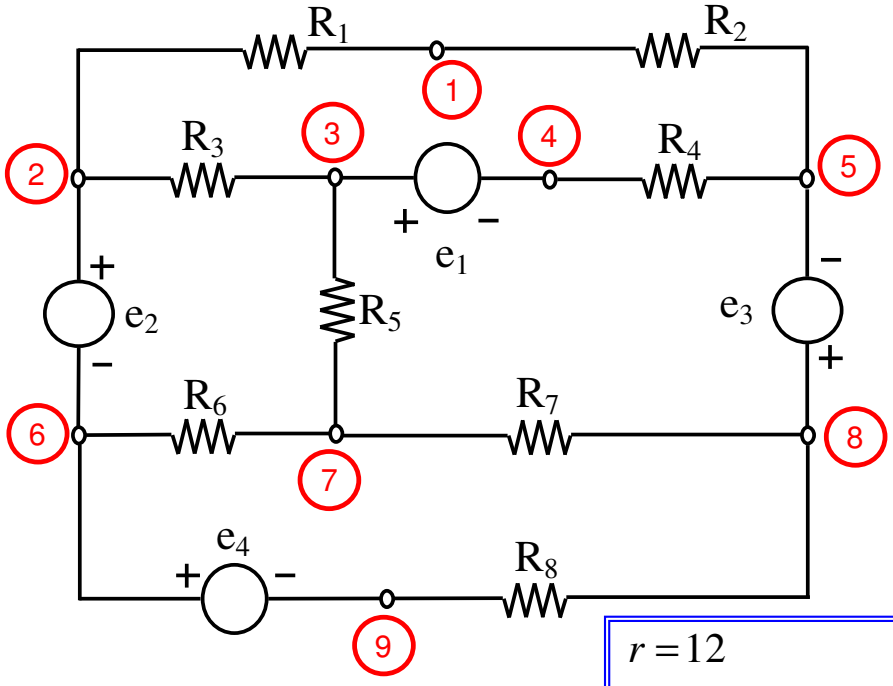


2 Corte fundamental (continuação)

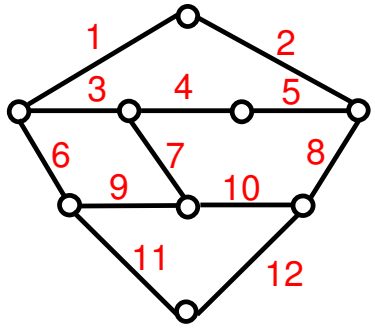


- Dada uma árvore, há $n = n_t - 1$ cortes fundamentais.

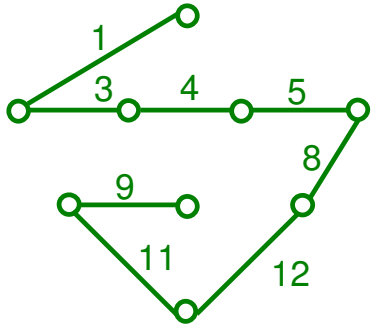
2 Exemplo de circuito e cortes fundamentais



Grafo associado



Árvore



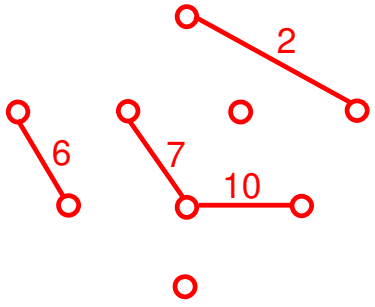
$r = 12$

$n_t = 9$

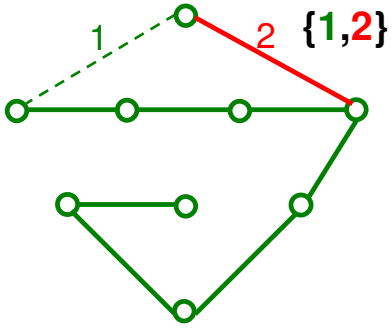
$n = n_t - 1 = 8$

$l = r - n = 12 - 8 = 4$

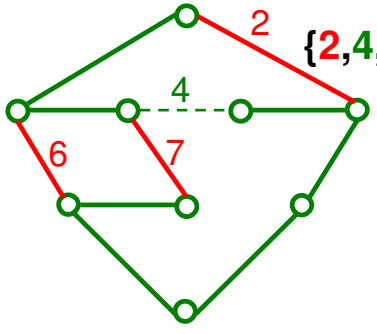
Ramos de Ligação



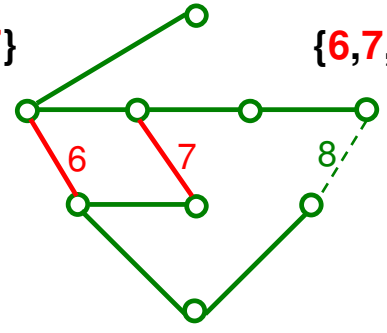
Alguns cortes fundamentais



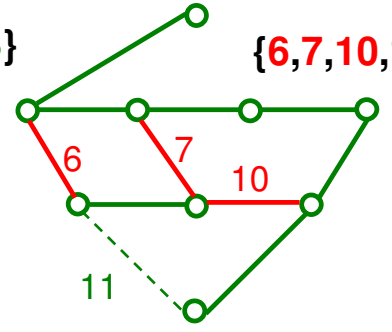
{1,2}



{2,4,6,7}

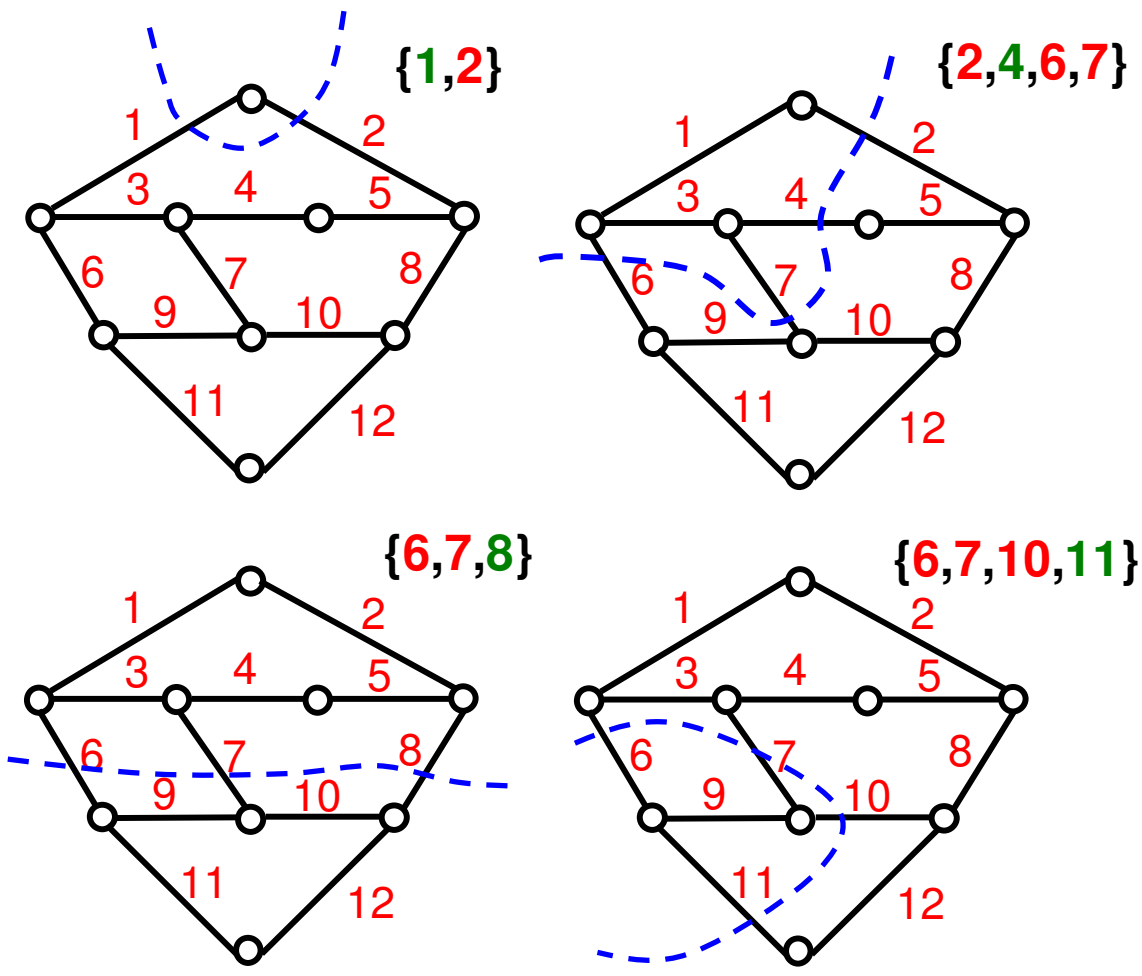


{6,7,8}



{6,7,10,11}

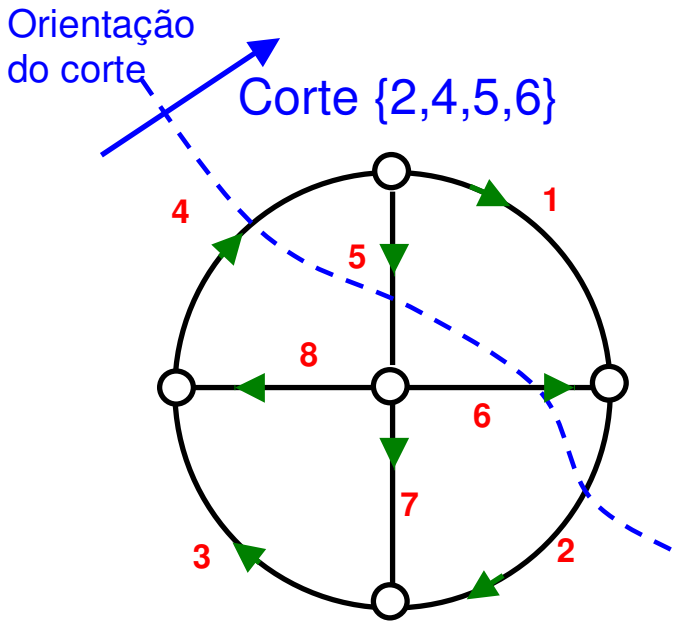
2 Exemplo de cortes fundamentais (continuação)



- Existem mais 4 cortes fundamentais associados à árvore do slide anterior. Descubra quais são eles.

2 Generalização da Primeira Lei de Kirchhoff (1ªLK)

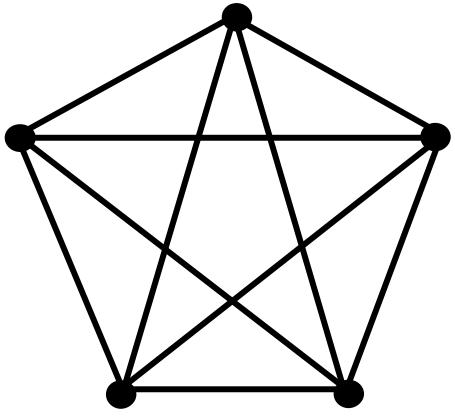
- A 1ªLK pode der aplicada aos ramos que constituem um conjunto de corte qualquer da rede.



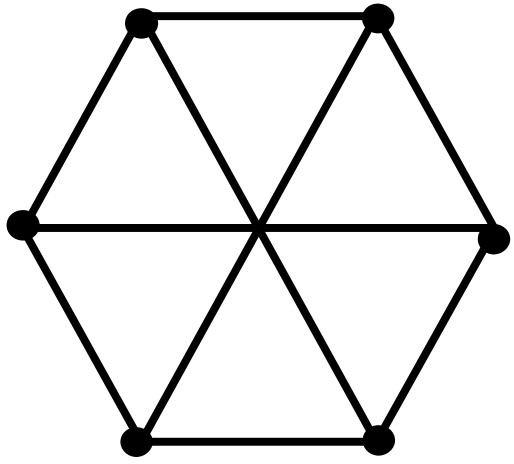
- Aplicando a 1ªLK para cada corte fundamental obtém-se equações LI pois a corrente em cada ramo aparece em apenas uma equação.

2 Grafo planar e não-planar

- Um grafo é planar se, e apenas se, não admitir nenhum dos gráficos de Kuratovsky como subgrafo.



5 nós
10 ramos



6 nós
9 ramos

Grafos de Kuratovsky (não planares)