# Aula – Entrada

## Bibliografia: Berry (1992, ECTA)

Claudio R. Lucinda

FEA-RP/USP

# Conteúdo da Aula

1. Modelos de Informação Completa
   - Berry, 1992 – *Econometrica*
   - O Algoritmo

# Conteúdo da Aula

1. Modelos de Informação Completa
    - Berry, 1992 – *Econometrica*
    - O Algoritmo
2. Exercício Empírico II – Jogos Discretos e abordagens recentes

# Modelos de Informação Completa

- Após os papers de Bresnahan e Reiss, a literatura avançou em quatro caminhos diferentes para lidar com o problema apontado por B& R:
  - Agregar o problema para eliminar a questão da multiplicidade de equilíbrios (a mesma coisa que Bresnahan e Reiss)
  - Colocar restrições sobre a ordem dos *players* que garanta a unicidade (que é o que o Berry92 faz)
  - Especificar uma regra de seleção de equilíbrio na área onde não dá unicidade
  - Usar coisas mais invocadas, tipo *Bounds Approach* ou *Moment Inequalities*
- Hoje vamos falar mais do segundo ponto.

# Berry 1992

- O Objetivo do paper é avaliar os efeitos da escala de operação sobre a propabilidade de entrada em rotas que saem deste aeroporto.
- Hipótese subjacente: existe um jogo em dois estágios em cada mercado $i$.
  - No primeiro estágio, cada uma das $K_i$ decide entrar ou não no mercado
  - Cada configuração é um vetor $s$ com dimensão $K_i$, composto por uns e zeros.
- A função lucro de cada empresa é dada por:

$$\pi_{ik}(N) = X_i\beta - \delta \ln N + Z_{ik}\alpha + \rho u_{io} + \sigma u_{ik}$$

- $u_{io}$ é um choque de mercado e $u_{ik}$ é um choque das firmas – observado pelas empresas, mas não pelo econometrista. Adicionalmente, $\sigma = \sqrt{1-\rho^2}$.

# Probabilidade de Observarmos $N$ empresas

- O Cálculo destas probabilidades é complicado por duas razões:
  1. É multidimensional
  2. E tem uma região de integração meio maluca
- A região de integração é meio maluca porque ela depende dos não observáveis de TODAS as empresas e dos parâmetros do modelo

$$Pr(a_{i1} = 1|\theta) = \int_{\epsilon_{i1}} \int_{\epsilon_{i2}} \cdots \int_{\epsilon_{iK}} \mathbf{1}(a_{i1} = 1|\theta, \tilde{\epsilon}) d(\tilde{\epsilon})$$

# Soluções de Berry para o problema dos Equilíbrios – Alternativas

- Solução 1: $\delta = 0$, $\rho = 0$. Neste caso, não há interação estratégica e você cai em um probit tradicional para cada empresa.
- Solução 2: $\rho = 0$. Neste caso, há a interação estratégica, e os componentes não observáveis de cada empresa não são correlacionados. Dá pra fazer igual Bresnahan e Reiss, só que tem que se focar em mercados com poucas empresas (a integral de probabilidade fica enorme, pq vc tem que calcular as probabilidades caso a caso).
- Solução 3: $\rho = 1$ e heterogeneidade entre as firmas apenas observada. Aí dá um Probit Ordenado, mas implica que você tenha as características da pior empresa como regressores.
-

# Solução de Berry – A Ordem importa

- A solução que ele considera como a mais interessante é colocar restrições sobre a ordem das empresas.
- Ou seja, quando os parâmetros do modelo apontarem para a região onde o modelo é ambíguo, o "first mover" (ou a firma mais eficiente) entra e faz com que a outra não entre.
- Essa é uma forma de seleção de equilíbrio bastante arbitrária. Outra forma de seleção poderia ser por meio dos dados, onde vc colocaria as duas possibilidades indicadas por probabilidades $\pi$, que seria estimada.

1. Antes de rodar o código:
   1. Escolher um valor inicial para os parâmetros $\theta = \{\beta, \delta, \alpha\}$
   2. Sortear um vetor de $u_{io}$ e outro vetor de $\{u_{ik}\}_{k=1}^{K}$
2. Enquanto roda o otimizador, para um vetor de parâmetros $\hat{\theta}$, calcular:
   1. Calcular o vetor $\hat{\epsilon_{ik}} = \hat{\rho} u_{io} + \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} u_{ik}$, para um draw
   2. Ordenar os elementos do vetor $\hat{\epsilon_{ik}}$ de acordo com a ordem que vc impôs. Seja do menor para o maior, seja pela incumbente...
   3. Calcule os $\pi_{ik}(N) = X_i \hat{\beta} - \hat{\delta} \ln N + Z_{ik} \hat{\alpha} + \hat{\rho} u_{io} + \hat{\sigma} u_{ik}$ e os ordene.
   4. Some as firmas de $n = 1, \cdots, N$ até o ponto em que:
   $$v(N|\hat{\theta}) + \hat{\epsilon_{iN}} \geq 0, v(N+1|\hat{\theta}) + \hat{\epsilon_{iN+1}} < 0$$
   5. Esse vai ser o $N^*(\hat{\theta}, \hat{\epsilon})$.

# O Algoritmo II

- A condição de momento é a diferença entre o número predito - a média do de antes entre todos os draws - e o observado:

$$\xi = \frac{1}{d} \sum_{d} N^{*}(\hat{\theta}, \hat{\epsilon})$$

- Empilhamos essas diferenças em todos os mercados e temos as condições de momento, e podemos calcular a função critério:

$$Q(\theta) = (\xi \mathbf{Z})(\mathbf{Z}^{T}\mathbf{Z})^{-1}(\xi \mathbf{Z})^{T}$$

# O Paper

- O paper em anexo reúne exercícios empíricos sobre um mesmo banco de dados para vermos como as coisas mudam.
- Estes dados são de um paper da Econometrica (Jia (2008)) e envolve um jogo de entrada entre a WalMart e a Kmart.
- 2065 mercados locais relativamente isolados.
- Função lucro para uma firma $i$ no mercado $m$:

$$\pi_{im} = \alpha_i' X_m + \beta_i' Z_{im} + \delta_i y_{-im} + \varepsilon_{im}$$

- Os $\varepsilon$ não são observados pelo econometrista, mas são observados pelas empresas. Ou seja, pra elas isso é um jogo de informação completa.
- Sendo um jogo simultâneo, o Equilíbrio de Nash resultante leva às seguintes desigualdades

$$y_{Km} = \mathbf{1}(\alpha_K' X_m + \beta_K' Z_{Km} + \delta_K y_{Wm} + \varepsilon_{Km} \geq 0)$$
$$y_{Wm} = \mathbf{1}(\alpha_W' X_m + \beta_W' Z_{Wm} + \delta_W y_{Km} + \varepsilon_{Wm} \geq 0)$$