

Aula 06

Cláudio R. Lucinda

FEA-RP/USP



Objetivos da Aula

- 1 Estimação de Conduta
 - Parâmetros de Conduta



Objetivos da Aula

- 1 Estimação de Conduta
 - Parâmetros de Conduta
- 2 Extensões
 - Demanda Não Linear
 - Dados Agregados



Objetivos da Aula

- 1 Estimação de Conduta
 - Parâmetros de Conduta
- 2 Extensões
 - Demanda Não Linear
 - Dados Agregados
- 3 Produtos Diferenciados e Teste de Hipóteses Não-Aninhadas
 - Testes de MacKinnon



Objetivos da Aula

- 1 Estimação de Conduta
 - Parâmetros de Conduta
- 2 Extensões
 - Demanda Não Linear
 - Dados Agregados
- 3 Produtos Diferenciados e Teste de Hipóteses Não-Aninhadas
 - Testes de MacKinnon
- 4 Estatística Panzar-Rosse



Objetivos da Aula

- 1 Estimação de Conduta
 - Parâmetros de Conduta
- 2 Extensões
 - Demanda Não Linear
 - Dados Agregados
- 3 Produtos Diferenciados e Teste de Hipóteses Não-Aninhadas
 - Testes de MacKinnon
- 4 Estatística Panzar-Rosse
- 5 Demanda Residual
 - Elasticidade da Demanda Residual e o Markup



Estimação de Conduta – Introdução

- Nesta aula, iremos mudar completamente o foco de nossa análise.
- Agora, iremos – com a ajuda destes insights que tivemos até o momento – tentar modelar um dos elementos mais complexos da teoria microeconômica: a conduta dos agentes.
- Em especial, iremos rever as seguintes abordagens para a estimação de conduta:
 - Estimação de Parâmetros de Conduta/Variações Conjecturais
 - Testes de Modelos Não-Aninhados (Vuong)
 - Elasticidade da Demanda Residual
 - Teste de Panzar-Rosse
- Vamos começar com o primeiro destes modelos, desenvolvido no final da década de 70.



Parâmetros de Conduta

- A melhor exposição da metodologia de estimação de parâmetros de conduta está em Breshanan (1982).
- Basicamente, o autor pressupõe que as quantidades e preços observados são o resultado do equilíbrio entre uma curva de demanda e uma relação de oferta.
- Enfatizo o termo relação de oferta pois apenas no caso de concorrência perfeita temos uma curva de oferta como a que entendemos tradicionalmente o que implica em uma relação de oferta $P = CMg$.
- A forma mais geral desta relação de oferta é $RMg_p = CMg$, em que RMg_p representa a receita marginal percebida pela empresa.
- A diferença entre as duas formas, $P = CMg$ e $CMg = RMg_p$ daría uma aproximação dos graus de poder de mercado das empresas.



Receita Marginal Percebida

- A Receita Marginal associada, por sua vez, é dada por:

$$RMg_j = \frac{\partial(P \times q_j)}{\partial q_j} = P + q_j \frac{\partial P}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial q_j}$$

- O termo $\frac{\partial Q}{\partial q_j}$ é o que dá a “percebida” para a Receita Marginal percebida.
- Esta fórmula abrange todos os casos tradicionais de Microeconomia.



Receita Marginal Percebida (II)

- Vamos desempacotar um pouco mais esta parte “percebida” da Receita Marginal:

$$\frac{\partial Q}{\partial q_j} = \sum_{k=1}^J \frac{\partial q_k}{\partial q_j} = \left(1 + \sum_{k \neq j} \frac{\partial q_k}{\partial q_j} \right) = \lambda$$

- O que implica na seguinte expressão para a Receita Marginal Percebida - se assumirmos uma demanda linear:

$$RMg_j = P + q_j \frac{\lambda}{\alpha_1}$$

- As estimativas para o parâmetro λ podem ser obtidas a partir da estimação de demanda - para obtermos uma estimativa para o α_1 uma relação de oferta, que nada mais é do que igualarmos isso à receita marginal percebida ao custo marginal.



- Aqui precisamos trazer o outro lado – da tecnologia – para derivarmos a nossa relação de oferta. Existem várias opções aqui:
 - Custos Marginais determinados externamente – Por exemplo, Genesove e Mullin (2006) fazem isso para o mercado de açúcar
 - Imposição de uma forma funcional linear nos parâmetros e dependendo dos custos de fatores, mas não dependendo da quantidade produzida
 - Imposição de uma forma funcional linear nos parâmetros e dependendo dos custos de fatores e da quantidade produzida da empresa. O Caso de Bresnahan (1982) e Lau (1982).



O Papel dos Custos (II):

- Iremos falar aqui do segundo dos casos, em que:

$$CMg_j = \phi_0 + \phi_1 W_j + \xi_j$$

- Igualando o Custo Marginal com a Receita Marginal Percebida, temos:

$$\begin{aligned} RMg_j &= CMg_j \\ P + q_j \frac{\lambda}{\alpha_1} &= \phi_0 + \phi_1 W_j + \xi_j \end{aligned}$$



- Com tudo isso, chegamos às seguintes equações estimáveis:

$$P = \frac{-\alpha_0}{\alpha_1} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} Y + \frac{Q}{\alpha_1} - \epsilon$$

$$P = -q_j \frac{\lambda}{\alpha_1} + \phi_0 + \phi_1 W_j + \xi_j$$

- Basicamente, qual é o problema econométrico aqui?
- Na equação de baixo, temos uma razão entre dois coeficientes, λ e α_1 . Todavia, conseguimos estimar o α_1 a partir da equação de demanda (basicamente a gente usa W_j como instrumento para Q na equação de demanda), e aí consegue desamararr o λ .



- E como este λ pode ser usado para identificarmos o sobrepreço de cartel?
Em primeiro lugar, como checagem de consistência da metodologia, deveríamos checar se o λ resultante está de acordo com alguma estrutura de mercado:
 - Para Oligopólio competindo à la Cournot: $\lambda = 1$
 - Para Competição Perfeita: $\lambda = 0$
 - Para Cartel/Solução de Monopólio: $\lambda = 1/s_j$
- Independentemente do que se considera sobre a modelagem do parâmetro de conduta, podemos obter qual seria o preço contrafactual.
 - Basicamente, substituiríamos no valor de λ o valor correspondente à estrutura de mercado que consideraríamos que melhor representasse o comportamento das empresas no cartel e utilizamos os valores das variáveis e outros coeficientes para estimar uma trajetória contrafactual para a empresa.



Mas....(Sempre tem um mas, não é?)

- No entanto, não podemos perder de vista que isso é o resultado das seguintes premissas:
 - Produto Homogêneo
 - Demanda Linear
 - Custo Marginal independente da quantidade produzida
 - Termos quantidades das empresas específicas
- Cada uma destas premissas pode – ou não – ser adequada para o contexto em que se faz necessário o cálculo da margem do cartel. Mas temos que saber o que fazer quando estas premissas não são adequadas para o contexto e, mesmo assim, desejamos manter a abordagem estrutural para estimar a margem de sobrepreço do cartel.



- Neste caso, o que precisamos fazer é adaptar a função Receita Marginal Percebida para o contexto em questão. Vamos, por simplicidade, supor uma demanda duplo log:

$$\ln P = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Q + \alpha_2 \ln Y + \epsilon$$

- Se continuarmos supondo uma curva de custo marginal horizontal em relação à quantidade produzida, poderíamos representar isso da seguinte forma:

$$P(1 + s_j \alpha_1 \lambda) = \phi_0 + \phi_1 W_j + \xi_j$$

- O jeito mais simples de estimar este λ é por meio de GMM. O resíduo do GMM é dado por:

$$\xi_j = P(1 + s_j \alpha_1 \lambda) - \phi_0 - \phi_1 W_j$$

- Como a gente novamente pode estimar o α_1 consistentemente por GMM da demanda com o W_j sendo instrumento para $\ln Q$, a gente poderia estimar essa relação de oferta usando $\ln Y, P, s_j, W_j$ como instrumentos.



Dados Agregados

- E se não tivermos dados por empresa, apenas de mercado?
- Dá pra fazer a mesma análise, apenas a interpretação dos valores correspondentes às estruturas de mercado muda um pouco
- Vamos multiplicar a Receita Marginal percebida pela empresa j , bem como o Custo Marginal, pelas participações de mercado e somar para todas as empresas. Note que ainda não estamos levando esta equação aos dados:

$$\sum_j s_j RMg_j = P \sum_j s_j + \frac{\partial P}{\partial Q} \sum_j q_j s_j \frac{\partial Q}{\partial q_j} = \sum_j s_j CMg_j = C\bar{M}g$$

- Reorganizando:

$$P + \frac{\partial P}{\partial Q} Q \sum_j s_j \frac{\partial Q}{\partial q_j} \frac{q_j}{Q} = C\bar{M}g$$



Dados Agregados (II):

- Não iremos conseguir desempacotar mais a somatória, então a representaremos por λ^A . Utilizando as mesmas funções de antes:

$$P + Q \frac{\lambda^A}{\alpha_1} = \phi_0 + \phi_1 W_j + \xi_j$$

- O caminho ali descrito para identificarmos os parâmetros continua inalterado. No entanto, a interpretação dos valores de λ^A é diferente. Lembrando que:

$$\lambda^A = \sum_j s_j^2 \frac{\partial Q}{\partial q_j}$$

- Temos que, se as empresas funcionam em um mercado competindo à la Cournot, e $\partial Q / \partial q_j = 1$, temos que este λ^A precisaria ser igual ao Índice Herfindahl-Hirschman (a soma dos quadrados das participações de mercado, com os shares expressos em forma decimal). Se estivermos em concorrência perfeita, temos que $\lambda^A = 0$ e, no caso de uma solução de cartel, teríamos que $\lambda^A = 1$.



Custos Dependendo da Quantidade da Empresa

- Essa foi a contribuição de Bresnahan (1982) e Lau (1982), que mostram que uma condição suficiente para a identificação de λ neste caso é que a variável endógena na equação de demanda não seja aditivamente separável em relação aos outros deslocadores de demanda.
- Em outras palavras, pelo menos um deslocador de demanda tem que interagir com a variável preço.
- Caso não tenhamos isso, a relação de oferta fica sendo:

$$\begin{aligned}CMg_j &= RMg_j \\ \beta_0 + \beta_1 q_j + \beta_2 W &= P + \lambda \frac{q_j}{\alpha_1} \\ P &= \beta_0 + q_j \left(\beta_1 - \frac{\lambda}{\alpha_1} \right) + \beta_2 W\end{aligned}$$



Custos Dependendo da Quantidade da Empresa (II):

- No slide anterior, a gente teria três (na verdade dois, porque α_1 você estima da equação de demanda) coeficientes para identificar, e apenas uma variável - o q_j . Neste sentido, não dá pra identificar as coisas.
- Agora, se tivermos um deslocador de demanda interagindo com a variável endógena na equação de demanda, temos:

$$P = \beta_0 + q_j \left(\beta_1 - \frac{\lambda}{\alpha_1 + \alpha_3 Y} \right) + \beta_2 W$$

- Neste caso, conseguimos identificar adequadamente os coeficientes envolvidos, pois o pacote de três coeficientes, α_1 , α_3 e λ pode ser obtido por duas variáveis diferentes - q_j e Y .



Produtos Diferenciados

- Uma outra crítica foi levantada por Nevo (1998) à abordagem de Breshanan (1982) e Lau (1982), especialmente relevante quando consideramos mercados em que os produtos são fortemente diferenciados.
 - Iremos entender aqui produtos diferenciados como sendo aqueles em que a elasticidade cruzada é bem definida – ou seja, se um produtor reduz unilateralmente o preço do seu bem ele não rouba toda a demanda das outras empresas.
- Neste caso, a demanda pelo produto de uma empresa j é uma função não apenas do preço de mercado do próprio produto mas também dos preços dos produtos que são seus substitutos imperfeitos.
- O problema é que, para identificar os λ 's e os α 's teríamos que ter a dimensão de variáveis exógenas nas equações de demanda igual ao número de produtos. Quando temos dois produtos, encontrar dois instrumentos é fácil.



Produtos Diferenciados (II):

- As Condições de Primeira Ordem de uma empresa competindo em preços são:

$$q_i^j(\mathbf{p}) + \sum_{i \in I_j} (p_i - CMg_i) \times \frac{\partial q_i^j}{\partial p_i} = 0$$

- Para deixar a relação de oferta mais clara, iremos representar este sistema de condições de primeira ordem em forma matricial, definindo duas matrizes.
- A primeira delas será a que coleta todos os efeitos marginais e tem elemento típico $S_{jr} = -\frac{\partial q_r}{\partial p_j}$, $j, r = 1, \dots, J$, que é o negativo do vetor de sensibilidades das demandas aos preços e a segunda é o que seria uma matriz seletora de propriedade



Produtos Diferenciados (III):

- Matriz Seletora de Propriedade

$$\Theta_{jr} = \begin{cases} 1, & \exists f : \{r, j\} \in I_j \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

- Adicionalmente, podemos definir $\Omega_{jr} = \Theta_{jr} S_{jr}$, o que permite representar em notação vetorial o sistema de condições de primeira ordem da seguinte forma:

$$\mathbf{q}(\mathbf{p}) - \Omega(\mathbf{p} - \mathbf{C}\mathbf{M}\mathbf{g}) = \mathbf{0}$$

- Reorganizando:

$$\mathbf{p} = \mathbf{C}\mathbf{M}\mathbf{g} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{q}(\mathbf{p})$$



Produtos Diferenciados (IV):

- Nevo (1998) afirma que a modelagem de parâmetros de conduta como a que vimos equivaleria a substituir a matriz Θ por uma matriz de parâmetros a serem estimados.
 - O problema que o autor levanta é que, no caso de produtos diferenciados, é extremamente difícil identificar os parâmetros constantes nesta matriz Θ , além da identificação dos efeitos cruzados.
- Para resolver este problema, os autores sugerem que, para a identificação da conduta do setor, sejam estimados diferentes modelos e depois fazendo um teste estatístico formal.
- Eles envolvem as chamadas “hipóteses não-aninhadas”.



Teste de Modelos Não Aninhados

- O problema que o autor levanta é que, no caso de produtos diferenciados, é extremamente difícil identificar os parâmetros constantes nesta matriz Θ . Para isto, ele faz um exemplo, supondo duas empresas. A demanda de uma delas, denominada j é dada por:

$$Q_j = \alpha_{j0} + \alpha_{j1}p_1 + \alpha_{j2}p_2 + Y'\alpha_{j3} + \epsilon_j, j = 1, 2$$

- Além disso, a função custo marginal é dada por:

$$CMg = \beta_{j0} + W'\beta_{j1}, j = 1, 2$$

- Fazendo uma análise similar à de Breshanan (1982), podemos cozinhar as duas equações de forma que:

$$\begin{aligned} p_j &= \beta_{j0} + W'\beta_{j1} - A \left(\lambda_{ii} \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} Q_i - \lambda_{ij} \frac{\partial Q_j}{\partial p_i} Q_i \right) + \eta \\ &= \beta_{j0} + W'\beta_{j1} - A(\lambda_{ii}\alpha_{ii}Q_j - \lambda_{ij}\alpha_{ji}Q_i) + \eta, j = 1, 2, i = 3 - j \end{aligned}$$



Teste de Modelos Não Aninhados:

- Em que:

$$A = \left(\lambda_{11}\lambda_{22} \frac{\partial Q_2}{\partial p_2} \frac{\partial Q_1}{\partial p_1} - \lambda_{12}\lambda_{21} \frac{\partial Q_2}{\partial p_1} \frac{\partial Q_1}{\partial p_2} \right)^{-1} = (\lambda_{11}\lambda_{22}\alpha_{22}\alpha_{11} - \lambda_{12}\lambda_{21})$$

- O problema é que, para identificar os λ 's e os α 's teríamos que ter a dimensão de variáveis exógenas nas equações de demanda igual ao número de produtos.
- Quando temos dois produtos, encontrar dois instrumentos é fácil. No entanto, quando temos um monte de produtos a coisa fica mais complicada.
- Para resolver este problema, os autores sugerem que, para a identificação da conduta do setor, sejam estimados diferentes modelos - correspondendo a diferentes estruturas para a variável Θ - e depois fazendo um teste estatístico formal.



Produtos Diferenciados e Teste de Hipóteses Não-Aninhadas

Teste de Modelos Não Aninhados:

• Em que:

$$A = \left(\lambda_{11} \lambda_{22} \frac{\partial Q_1}{\partial p_2} \frac{\partial Q_2}{\partial p_1} - \lambda_{12} \lambda_{21} \frac{\partial Q_1}{\partial p_1} \frac{\partial Q_2}{\partial p_2} \right)^{-1} = (\lambda_{11} \lambda_{22} \sigma_{2111} - \lambda_{12} \lambda_{21} \sigma_{2112})^{-1}$$

- O problema é que, para identificar os λ 's e os σ 's teríamos que ter a dimensão de variáveis exógenas nas equações de demanda igual ao número de produtos.
- Quando temos dois produtos, encontrar dois instrumentos é fácil. No entanto, quando temos um monte de produtos a coisa fica mais complicada.
- Para resolver este problema, os autores sugerem que, para a identificação da conduta do setor, sejam estimados diferentes modelos - correspondendo a diferentes estruturas para a variável Θ - e depois fazendo um teste estatístico formal.

1. Evidentemente, os testes envolvidos são diferentes dos tradicionais, por um simples razão: eles envolvem as chamadas “hipóteses não-aninhadas”, ou seja, um dos possíveis resultados não pode ser obtido a partir de outra especificação, simplesmente colocando-se alguns parâmetros iguais a zero. Um dos testes mais comumente utilizados para a investigação de diferentes condutas em um contexto de Máxima Verossimilhança é o teste de Vuong (1989).

- Vamos detalhar um pouco mais o princípio do Teste de Vuong (1989).
- A idéia básica subjacente é que um dos dois modelos, mesmo que não-aninhados, pode ser mais próximo de um limite que seria dado pela distribuição conjunta das observações e dos parâmetros dado o modelo “verdadeiro”.
- Em especial, este conceito pode ser operacionalizado pelo Critério de Informação de Kullback-Leibler KLIC, que é uma medida da discrepância entre dois modelos.



Critério de Informação de Kullback-Leibler

- Supondo que a densidade condicional da variável dependente em relação às variáveis independentes segundo a distribuição conjunta “verdadeira” seja dada por $h_0(Y_i|X_i)$ ¹, e a densidade condicional da variável dependente na distribuição que escolhemos é dada por $f(Y_i|X_i, \beta^*)$, podemos expressar o KLIC da seguinte forma:

$$KLIC = E_0[\ln h_0(Y_i|X_i)] - E_0[\ln f(Y_i|X_i, \beta^*)]$$

- Sendo que esta esperança é calculada tomando-se em consideração o modelo verdadeiro, e é denotada por E_0 .
- Definimos adicionalmente β^* como os valores dos coeficientes da distribuição quando f não é o modelo verdadeiro.
- Neste caso, o modelo “melhor” seria aquele que possui o valor menor para este KLIC.

¹Evidentemente, esta distribuição é desconhecida. Senão, a usaríamos e tudo estaria resolvido.



Teste de Vuong (III)

- Como não sabemos exatamente como é a função h_0 , temos que a comparação entre os diferentes modelos envolverá a comparação das log-verossimilhanças entre os diferentes modelos.
- Para facilitar as idéias, vamos considerar dois modelos competidores, $M_f = \{F_\beta, \beta \in B\}$ e $M_g = \{F_\gamma, \gamma \in \Gamma\}$, em que F e G são funções distribuição que caracterizam os D.G.P. dos dois modelos, o que implicam f.d.p., f e g , respectivamente.
- Como estes modelos são não-aninhados, não podemos construir nenhuma densidade condicional $(Y_i|X_i)$, que seja elemento de M_f e M_g .
- A hipótese nula deste teste é que eles estão igualmente distantes do modelo “verdadeiro”, o que implica:

$$H_0 : E_0 \left[\ln \frac{f(Y_i|X_i, \beta^*)}{g(Y_i|Z_i, \gamma^*)} \right] = 0$$



Teste de Vuong (IV)

- Isto implica duas hipóteses alternativas:

$$H_f : E_0 \left[\ln \frac{f(Y_i|X_i, \beta^*)}{g(Y_i|Z_i, \gamma^*)} \right] > 0$$

- Que implicaria que o modelo f é preferido ao modelo g , e a hipótese contrária:

$$H_g : E_0 \left[\ln \frac{f(Y_i|X_i, \beta^*)}{g(Y_i|Z_i, \gamma^*)} \right] < 0$$

- Note que, como estamos falando de E_0 ainda, esta esperança não pode ser calculada.



Teste de Vuong (V)

- O truque do Vuong é que, sob condições de regularidade, podemos realizar a seguinte aproximação:

$$\begin{aligned}\frac{1}{N} LR_N(\hat{\beta}, \hat{\gamma}) &\rightarrow^{a.s.} E_0 \left[\ln \frac{f(Y_i|X_i, \beta^*)}{g(Y_i|Z_i, \gamma^*)} \right] \\ LR_N(\hat{\beta}, \hat{\gamma}) &= \ln f(Y_i|X_i, \hat{\beta}) - \ln g(Y_i|X_i, \hat{\gamma})\end{aligned}$$

- Ou seja, é a nossa conhecida razão de verossimilhança dividida pelo número de observações.
- Mas ainda não temos o teste completo. Sob a hipótese nula, temos o seguinte resultado de convergência assintótica:

$$\frac{LR_N(\hat{\beta}, \hat{\gamma})}{\sqrt{N\hat{\omega}_N}} \rightarrow^d N(0, 1)$$

- Sendo que:

$$\hat{\omega}_N^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\ln f(Y_i|X_i)}{\ln g(Y_i|X_i)} \right]^2 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\ln f(Y_i|X_i)}{\ln g(Y_i|X_i)} \right]^2$$



Teste de Vuong (VI):

- O que poderíamos dizer é que esta estatística é uma média da razão de verossimilhança, adequadamente normalizada.
- O mais chato neste teste é conseguir calcular a normalização, que depende das contribuições das observações individuais à função verossimilhança.
- Considerando as hipóteses alternativas mencionadas anteriormente, podemos dizer que o modelo f seria mais próximo do modelo verdadeiro se a estatística de teste fosse positiva e diferente de zero;
- Por outro lado, poderíamos dizer que o modelo g seria mais próximo do modelo verdadeiro se a estatística de teste fosse negativa e diferente de zero.



Teste de Vuong (VII):

- Neste sentido, Vuong (1989) mostra que, sob H_f , temos:

$$\frac{LR_N(\hat{\beta}, \hat{\gamma})}{\sqrt{N\hat{\omega}_N}} \xrightarrow{a.s.} +\infty$$

- E, sob H_g , teríamos:

$$\frac{LR_N(\hat{\beta}, \hat{\gamma})}{\sqrt{N\hat{\omega}_N}} \xrightarrow{a.s.} -\infty$$

- Caso o número de coeficientes difira entre os modelos, um ajustamento deve ser implementado.



Teste de Vuong (VIII):

- Uma sugestão é o critério de Schwartz (1978), que implica uma estatística LR corrigida da seguinte forma:

$$LR_N(\tilde{\beta}, \gamma) = LR_N(\beta, \gamma) - \left[\frac{p}{2} \ln(N) - \frac{q}{2} \ln(N) \right]$$

- Em que p e q são as dimensões dos vetores β e γ , respectivamente.
- No entanto, até o momento nós podemos aplicar este teste somente para modelos não aninhados que foram estimados por Máxima Verossimilhança.



Rivers e Vuong (2002):

- Para o caso de modelos estimados por GMM, Rivers e Vuong (2002) apresentam algumas alternativas. Seja $Q_N^{(f)}(\hat{\beta})$ o valor da função critério para o modelo f aos parâmetros que a minimizam.
- Da mesma forma, $Q_N^{(g)}(\hat{\gamma})$ é o valor da função critério minimizada do modelo g . O teste de Vuong neste caso ficaria sendo:

$$V_N = \frac{\sqrt{N}(Q_N^{(f)}(\hat{\beta}) - Q_N^{(g)}(\hat{\gamma}))}{\hat{\sigma}_N}$$

- Caso V_N seja negativo e significativo – usando a distribuição normal padronizada – temos evidências que o modelo (f) é o mais adequado, caso tenhamos um V_N positivo e significativo, temos evidências que o modelo g é o mais adequado.



Rivers e Vuong (2002) (II):

- Lembrando que N é o tamanho da amostra, a única coisa que não temos é o $\hat{\sigma}_N$, que é um estimador da variância do numerador da expressão. Este estimador possui a seguinte forma:

$$\hat{\sigma}_N = R_*^T V R_*$$

- Em que:

$$V = \frac{1}{N} \text{Var} \sum_{i=1}^N \begin{pmatrix} m^{(f)}(X_i, \hat{\beta}) - E(m^{(f)}(X_i \hat{\beta})) \\ D_i^{(f)} \\ m^{(g)}(Z_i, \hat{\gamma}) - E(m^{(g)}(Z_i \hat{\gamma})) \\ D_i^{(g)} \end{pmatrix}$$



Rivers e Vuong (2002) (III):

- E o outro componente é dado por:

$$R_* = (R^{(f)} - R^{(g)})$$

- Sendo que $R^{(f)}$ é dado por:

$$R^{(f)} = \begin{pmatrix} 2W^{(f)}E(m^{(f)}(X_i, \hat{\beta})) \\ -A_*^{(f)}\Delta^{(f)T}B^T\{E(m^{(f)}(X_i, \hat{\beta})) \otimes E(m^{(f)}(X_i, \hat{\beta}))\} \end{pmatrix}$$

- Em que D , A e Δ são matrizes que são definidas implicitamente, dependendo de como seja a escolha de matriz de ponderação na função critério do GMM. Para detalhes destas matrizes, ver Rivers e Vuong (2002).



Teste J de Mackinnon

- A idéia do teste J de MacKinnon é construir um modelo artificial que englobe os dois modelos dentro de uma única especificação.
- Vamos imaginar dois modelos não lineares que competem para a explicação de uma determinada variável $\mathbf{y}$:

$$H_1 : \mathbf{y} = \mathbf{x}(\beta) + \mathbf{u}_1$$

$$H_2 : \mathbf{y} = \mathbf{z}(\gamma) + \mathbf{u}_2$$

- Em especial, entendemos por modelos não aninhados o fato que existem valores de β , preferencialmente um intervalo deles, para os quais não existem γ para os quais $\mathbf{x}(\beta) = \mathbf{z}(\gamma)$ e, da mesma forma, valores de γ para os quais esta igualdade não se verifica.



Teste J de Mackinnon (II)

- O teste J seria então, o teste para a hipótese $\hat{\alpha} = 0$ na regressão a seguir:

$$\mathbf{y} = (1 - \alpha)\mathbf{x}(\beta) + \alpha\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{v}$$

- Neste caso, $\hat{\mathbf{z}}$ denomina os valores previstos para $\mathbf{z}(\gamma)$ no modelo da H_2 . Pode-se mostrar que, sob condições de regularidade adequadas, este coeficiente tem uma distribuição $\mathbb{N}(0, 1)$.
- Em muitos casos é difícil obtermos estimativas adequadas dos coeficientes neste modelo, uma vez que eles podem ser fortemente não lineares.



Teste J de MacKinnon (III)

- Como em muitos casos obter valores para o coeficiente β é difícil por si mesmo, ainda mais quando nós temos que colocar um valor previsto em um estágio anterior, uma alternativa proposta por MacKinnon é usar a versão GNR do teste:

$$\mathbf{y} - \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{X}}\mathbf{b} + a(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{z}}) + \mathbf{v}$$

- Em que $\hat{\mathbf{x}}$ é o valor previsto para $\mathbf{x}(\beta)$ em H_1 , e $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}(\hat{\beta})$, o valor das derivadas de $\mathbf{x}$ com relação aos coeficientes β , avaliados aos coeficientes obtidos em H_1 . A estatística t , sob condições de regularidade, é assintoticamente distribuída normal padronizada e é conhecida como estatística P.



Teste de Hipóteses não-aninhadas

- Para fechar, vamos discutir alguns limites desta abordagem.
- O primeiro deles, de ordem mais técnica, diz respeito ao fato que o teste de Vuong tem um poder reduzido – A convergência para a distribuição normal precisa de amostras de tamanho razoável para ocorrer.
- A segunda observação é que, na medida que a classificação de modelos é relativa, isto não necessariamente implica que um deles é o melhor, apenas que é melhor do que o outro.
- Passemos à última das críticas sobre a estimação de parâmetros de conduta.



- Vamos começar pela derivação da estatística de Panzar e Rosse para o caso de uma empresa monopolística. Começemos considerando a seguinte função receita:

$$R(q) = p(q) \times q$$

- Além disso, vamos considerar a seguinte função custos:

$$C(q) = C(q, \mathbf{w})$$

- Em que q era a quantidade produzida, e $\mathbf{w}$ representa o vetor de preço dos fatores.
- Além disso, podemos considerar a função demanda como dependendo de deslocadores exógenos, como a renda, ou alíquotas específicas de impostos, não vamos representá-las para fins de economia notacional.



Estatística Panzar-Rosse (II)

- Vamos formalizar mais esta função custo como a solução para o seguinte problema de otimização condicionada;

$$\begin{aligned} C(q, \mathbf{w}) &= \min_{\mathbf{w}, q} \mathbf{w}L \\ &\text{sujeito a} \\ f(L) &\geq q \end{aligned}$$

- Dada esta função custo, temos que a função lucro pode ser construída da seguinte forma:

$$\pi(q, \mathbf{w}) = R(q) - C(q, \mathbf{w})$$

- Considere

$$q(h) = \arg \max_q \pi[q, (1 + h)\mathbf{w}]$$

- Para algum $h \geq 0$. Isto significa que esta é a quantidade que maximiza o lucro dado uma pequena oscilação nos preços dos insumos.



Estatística Panzar-Rosse (III):

- Vamos definir também $R(h) = R(q(h))$. Portanto:

$$R(h) - C(q(h), (1+h)\mathbf{w}) \geq R(0) - C(q(0), (1+h)\mathbf{w}) \quad (1)$$

- Supondo uma função custo homogênea de grau 1 nos preços dos insumos, esta regra pode ser escrita como:

$$R(h) - (1+h)C(q(h), \mathbf{w}) \geq R(0) - (1+h)C(q(0), \mathbf{w}) \quad (2)$$

- Da mesma forma que a equação (1), podemos a partir do comportamento da empresa, definir:

$$R(0) - C(q(0), \mathbf{w}) \geq R(h) - C(q(h), \mathbf{w})$$



Estatística Panzar-Rosse (IV):

- Esta equação pode ser reescrita como:

$$(1+h)R(0) - (1+h)C(q(0), \mathbf{w}) \geq (1+h)R(h) - (1+h)C(q(h), \mathbf{w}) \quad (4)$$

- Somando as equações (1) e (4), podemos escrever:

$$\begin{aligned} R(h) - (1+h)C(q(h), \mathbf{w}) + (1+h)R(0) - (1+h)C(q(0), \mathbf{w}) &\geq \\ R(0) - (1+h)C(q(0), \mathbf{w}) + (1+h)R(h) - (1+h)C(q(h), \mathbf{w}) & \\ R(h) + (1+h)R(0) &\geq R(0) + (1+h)R(h) \end{aligned}$$

- Podemos reescrever esta última desigualdade da seguinte forma:

$$\begin{aligned} -h(R(h) - R(0)) &\geq 0 \\ \frac{R(h) - R(0)}{h} &\leq 0 \end{aligned}$$



- Esta equação pode ser reescrita como:

$$(1+h)R(0) - (1+h)C(q(0), \mathbf{w}) \geq (1+h)R(h) - (1+h)C(q(h), \mathbf{w}) \quad (4)$$

- Somando as equações (1) e (4), podemos escrever:

$$\begin{aligned} R(h) - (1+h)C(q(h), \mathbf{w}) + (1+h)R(0) - (1+h)C(q(0), \mathbf{w}) &\geq \\ R(0) - (1+h)C(q(0), \mathbf{w}) + (1+h)R(h) - (1+h)C(q(h), \mathbf{w}) & \\ R(h) + (1+h)R(0) &\geq R(0) + (1+h) \end{aligned}$$

- Podemos reescrever esta última desigualdade da seguinte forma:

$$\begin{aligned} -h(R(h) - R(0)) &\geq 0 \\ \frac{R(h) - R(0)}{h} &\leq 0 \end{aligned}$$

- Podemos reescrever esta razão da seguinte forma, uma vez que $q(h)$ depende dos preços dos fatores $(1+h)\mathbf{w}$:

$$\frac{R((1+h)\mathbf{w}) - R(\mathbf{w})}{h} \leq 0$$

- A partir do limite desta razão com $h \rightarrow 0$, chegamos à estatística ψ , a estatística Panzar-Rosse.

Estatística Panzar-Rosse (V)

- A derivada da função $R(h)$ é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial h} &= \mathbf{w} \nabla_{\mathbf{w}} R(h) \leq 0 \\ \left. \frac{\partial R}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} &= \mathbf{w} \nabla_{\mathbf{w}} R(q) \leq 0 \\ \psi = \frac{1}{R(q)} \left. \frac{\partial R}{\partial h} \right|_{h \rightarrow 0} &= \frac{1}{R(q)} \times \mathbf{w} \nabla_{\mathbf{w}} R(q) \leq 0\end{aligned}$$

- Como a quantidade demandada é igual à quantidade produzida do monopolista, estamos em um monopólio, e temos a conclusão do Teorema 1 de Panzar e Rosse (1987):
 - A soma das elasticidades dos preços dos fatores com relação à receita total não pode ser positiva².

²Na verdade, o que Panzar e Rosse afirmam acerca deste resultado é que ele caracteriza um equilíbrio em que o um jogador toma suas decisões independentemente de outras empresas.



Estatística Panzar-Rosse (VI):

- Este resultado intuitivamente quer dizer que, em resposta a uma elevação nos custos em $h\%$, as receitas totais se reduzem. Alternativamente, definindo $k = 1 + h$ e $\tilde{R}(k) = R(k - 1)$, podemos ter:

$$\psi = \frac{1}{R(q)} \frac{\partial R}{\partial h} \Big|_{h \rightarrow 0} = \frac{1}{\tilde{R}(1)} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial k} \Big|_{k \rightarrow 0}$$

- Ou seja, também é a elasticidade da receita com um aumento dado nos preços dos fatores, mantidos os preços relativos dos mesmos constantes.
- Se obtivermos um $\hat{\psi} > 0$, temos indicação que a empresa não se comporta como um monopólio. Agora vamos supor que a empresa esteja em um mercado como em concorrência monopolística.
- Vamos supor que existam n empresas idênticas, e que cada uma das empresas enfrenta uma função demanda inversa percebida da forma $p(q, n)$, sendo que $\frac{\partial p}{\partial q} < 0$, $\frac{\partial p}{\partial n} < 0$ e $\frac{\partial}{\partial n} \left(-\frac{p}{q \frac{\partial p}{\partial n}} \right) \geq 0$.



- Este resultado intuitivamente quer dizer que, em resposta a uma elevação nos custos em $h\%$, as receitas totais se reduzem. Alternativamente, definindo $k = 1 + h$ e $\bar{R}(k) = \bar{R}(k - 1)$, podemos ter:

$$\psi = \frac{1}{\bar{R}(q)} \frac{\partial \bar{R}}{\partial h} \bigg|_{h=0} = \frac{1}{\bar{R}(1)} \frac{\partial \bar{R}}{\partial k} \bigg|_{k=0}$$

- Ou seja, também é a elasticidade da receita com um aumento dado nos preços dos fatores, mantidos os preços relativos dos mesmos constantes.
- Se obtivemos um $\bar{\psi} > 0$, temos indicação que a empresa não se comporta como um monopólio. Agora vamos supor que a empresa esteja em um mercado como em concorrência monopolística.
- Vamos supor que existam n empresas idênticas, e que cada uma das empresas enfrente uma função demanda inversa percebida da forma $p(q, n)$, sendo que $\frac{\partial p}{\partial n} < 0$, $\frac{\partial p}{\partial q} < 0$ e $\frac{\partial^2 p}{\partial q^2} \left(-\frac{1}{p} \right) \geq 0$.

- Esta última hipótese é que a elasticidade-preço da demanda enfrentada por uma única empresa não cai quando o número de empresas aumenta.

Estatística Panzar-Rosse (VII):

- A segunda condição implica que a sensibilidade da receita com relação ao número de competidores é negativa (ou seja, mais competidores, menor receita). Finalmente, vamos assumir que o mercado está em equilíbrio de longo prazo; ou seja, existe entrada e saída de empresas até que o lucro por empresa seja zero.
- Dadas estas condições, temos que as equações que definem o equilíbrio na indústria são:

$$\begin{aligned}\frac{\partial R(q, n)}{\partial q} - \frac{\partial C(q, \mathbf{w})}{\partial q} &\equiv 0 \\ R(q, n) - C(q, \mathbf{w}) &\equiv 0\end{aligned}$$

- Diferenciando as duas equações com respeito a w :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 R(q, n)}{\partial q^2} \frac{\partial q}{\partial w} + \frac{\partial^2 R(q, n)}{\partial q \partial n} \frac{\partial n}{\partial w} - \left[\frac{\partial^2 C(q, \mathbf{w})}{\partial q^2} \frac{\partial q}{\partial w} + \frac{\partial^2 C(q, \mathbf{w})}{\partial q \partial w} \right] &\equiv 0 \\ \frac{\partial R(q, n)}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial w} + \frac{\partial R(q, n)}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial w} - \left[\frac{\partial C(q, \mathbf{w})}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial w} + \frac{\partial C(q, \mathbf{w})}{\partial w} \right] &\equiv 0\end{aligned}$$



- Reorganizando as equações:

$$\left[\frac{\partial^2 R(q, n)}{\partial q^2} - \frac{\partial^2 C(q, \mathbf{w})}{\partial q^2} \right] \frac{\partial q}{\partial w} + \frac{\partial^2 R(q, n)}{\partial q \partial n} \frac{\partial n}{\partial w} = \frac{\partial^2 C(q, \mathbf{w})}{\partial q \partial w}$$
$$\left[\frac{\partial R(q, n)}{\partial q} - \frac{\partial C(q, \mathbf{w})}{\partial q} \right] \frac{\partial q}{\partial w} + \frac{\partial R(q, n)}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial w} = \frac{\partial C(q, \mathbf{w})}{\partial w}$$

- Na primeira equação, o coeficiente de $\frac{\partial q}{\partial w}$ é negativo devido às condições de segunda ordem de maximização de lucros (o que está no colchete é a derivada segunda da função lucro).



Estatística Panzar-Rosse (IX)

- Na segunda equação, pelas condições de primeira ordem do problema de maximização de lucros da empresa, temos que os colchetes são iguais a zero.
- Desta forma, podemos representar o sistema acima na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 R(q,n)}{\partial q^2} - \frac{\partial^2 C(q,\mathbf{w})}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 R(q,n)}{\partial q \partial n} \\ 0 & \frac{\partial R(q,n)}{\partial n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial q}{\partial \mathbf{w}} \\ \frac{\partial n}{\partial \mathbf{w}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 C(q,\mathbf{w})}{\partial q \partial \mathbf{w}} \\ \frac{\partial C(q,\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \end{pmatrix}$$

- Vamos definir

$$D = \left[\frac{\partial^2 R(q,n)}{\partial q^2} - \frac{\partial^2 C(q,\mathbf{w})}{\partial q^2} \right] \frac{\partial R(q,n)}{\partial n} > 0$$

- O determinante da matriz à esquerda.



Estatística Panzar-Rosse (X):

- Desta forma, o sistema fica sendo;

$$D \begin{pmatrix} \frac{\partial q}{\partial w} \\ \frac{\partial n}{\partial w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial R(q,n)}{\partial n} & -\frac{\partial^2 R(q,n)}{\partial q \partial n} \\ 0 & \frac{\partial^2 R(q,n)}{\partial q^2} - \frac{\partial^2 C(q,w)}{\partial q^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 C(q,w)}{\partial q \partial w} \\ \frac{\partial C(q,w)}{\partial w} \end{pmatrix}$$

- O que permite que determinemos a sensibilidade da quantidade produzida a alterações no fator de produção.
- Cozinhando fortemente este negócio, temos que, para uma empresa em concorrência monopolística, isto aqui implica que $\psi \leq 1$.
- Da mesma forma, para uma empresa em concorrência perfeita, eles afirmam que $\psi = 1$.



Estatística Panzar-Rosse (XI):

- Este resultado se justifica pelo fato que, com uma elevação nos custos de todos os fatores de produção em $h\%$, teremos entrada e saída de empresas até que a receita total suba na mesma porcentagem, de forma que o efeito é unitário.
- Além disso, como mostrado em Shaffer (1982), podemos mostrar que, para elasticidade-preço da demanda constante e custo linear na quantidade produzida, temos que:

$$\begin{aligned}\psi &= 1 - \frac{1}{m} \\ m &= \frac{p - CMg}{p} = \frac{1}{\varepsilon}\end{aligned}$$

- No contexto de modelos específicos de oligopólio, coisas adicionais podem ser feitas.
- Supondo, mais uma vez, que a função custo marginal é constante na quantidade produzida, no caso de conjecturas equivalentes (ou seja, as empresas seguem um comportamento oligopolizado), temos que $\psi \leq 0$.



- A idéia desta abordagem é propôr procedimentos econométricos para a estimação de um sistema de demanda que será enfrentado pelas partes que serão objeto de fusão, baseada somente em dados pré-fusão.
- O elemento chave para isto é a agregação dos efeitos de todas as outras firmas em um único parâmetro.
- Formalmente, começaremos com um sistema de demanda de produtos diferenciados com n empresas.
- Após manipulação do sistema, eliminamos os preços de todas as empresas, exceto as duas diretamente envolvidas em uma fusão.
- Isto reduz a dimensionalidade do sistema, para um tamanho que o torna gerenciável.
- Passemos então à descrição da metodologia propriamente dita.



Demanda Residual (II):

- Vamos supor que duas empresas estejam contemplando a fusão. Podemos representar a função demanda inversa de cada uma das empresas da seguinte forma:

$$P_1 = h_1(q_1, q_2, \tilde{q}, Y, \eta_1)$$

$$P_2 = h_2(q_1, q_2, \tilde{q}, Y, \eta_2)$$

- Em que $\tilde{q}$ representa a produção das $n - 2$ empresas não diretamente envolvidas, Y um vetor de deslocadores de demanda, η_1 e η_2 são vetores de parâmetros da função demanda das duas empresas.
- Podemos, adicionalmente, representar a função demanda inversa das $n - 2$ empresas remanescentes do mercado da seguinte forma:

$$\tilde{P} = \tilde{h}(q_1, q_2, \tilde{q}, Y, \tilde{\eta})$$



Demanda Residual (III):

- Agora, vamos especificar o comportamento das $n - 2$ empresas remanescentes.
- Independentemente da hipótese comportamental, podemos assumir que elas agirão de forma a igualar a receita marginal percebida (ou seja, envolvendo as conjecturas das empresas sobre o comportamento das outras) igual ao seu custo marginal.
- Ou seja, para estas $n - 2$ empresas a receita marginal é da seguinte forma:

$$\tilde{MR} = \tilde{P} + \tilde{g}(q_1, q_2, \tilde{q}, Y, \tilde{\eta})\tilde{q}$$

- Sendo que a função $\tilde{g}$ é uma representação da inclinação da demanda $\tilde{h}$ percebida pelas $n - 2$ empresas.



Demanda Residual (IV):

- Da mesma forma, podemos escrever a função custo marginal da seguinte forma:

$$C\tilde{M}g = \tilde{j}(\tilde{q}, W, \tilde{\beta})$$

- Ou seja, a relação de preços é dada pela seguinte igualdade:

$$\tilde{M}R = \tilde{P} + \tilde{g}(q_1, q_2, \tilde{q}, Y, \tilde{\eta})\tilde{q} = C\tilde{M}g = \tilde{j}(\tilde{q}, W, \tilde{\beta})$$

- Resolvendo o sistema composto pela equação de demanda e a igualdade entre receita marginal e custo marginal, podemos expressar a quantidade produzida pelas $n - 2$ firmas da seguinte forma:

$$\tilde{q} = \tilde{e}(q_1, q_2, Y, W, \tilde{\eta}, \tilde{\beta})$$



Demanda Residual (V):

- Com esta equação, podemos escrever uma forma reduzida do sistema para as duas equações que estão se unindo, da seguinte forma;

$$P_1 = h_1(q_1, q_2, \tilde{e}(q_1, q_2, Y, W, \tilde{\eta}, \tilde{\beta}), Y, \eta_1)$$

$$P_2 = h_2(q_1, q_2, \tilde{e}(q_1, q_2, Y, W, \tilde{\eta}, \tilde{\beta}), Y, \eta_2)$$

$$P_1 = r_1(q_1, q_2, Y, W, \eta_1, \tilde{\eta}, \tilde{\beta})$$

$$P_2 = r_2(q_1, q_2, Y, W, \eta_2, \tilde{\eta}, \tilde{\beta})$$

- A análise empírica se baseia na estimação do sistema composto pelas duas equações do sistema.



Demanda Residual (VI):

- Uma versão muito comum envolve a estimação de uma versão log linear destas equações, da seguinte forma:

$$\log P_1 = \eta_{10} + \eta_{11}^{PR} \log q_1 + \eta_{21}^{PR} \log q_2 + \Gamma_1 \log y + \Delta_1 \log w + v_1$$

$$\log P_2 = \eta_{20} + \eta_{12}^{PR} \log q_1 + \eta_{22}^{PR} \log q_2 + \Gamma_2 \log y + \Delta_2 \log w + v_1$$

- O significado dos sobrescritos *PR* em cada uma das elasticidades diz respeito ao fato que estas elasticidades são *residuais* pois levam em consideração as ações das $n - 2$ empresas envolvidas. Além disso, o termo *parcial* se aplica pelo fato que o comportamento da empresa parceira na fusão ainda não foi especificada.



Demanda Residual (VII):

- Em especial, podemos relacionar as elasticidades parciais residuais com as elasticidades tradicionais com a seguinte equação:

$$\eta_{11}^{PR} = \eta_{11} + \sum_{j>2} \eta_{j1} \times \varepsilon_{j1}$$

$$\eta_{21}^{PR} = \eta_{21} + \sum_{j>2} \eta_{j2} \times \varepsilon_{j2}$$

$$\eta_{12}^{PR} = \eta_{12} + \sum_{j>2} \eta_{j1} \times \varepsilon_{j1}$$

$$\eta_{22}^{PR} = \eta_{22} + \sum_{j>2} \eta_{j2} \times \varepsilon_{j2}$$

- Sendo que η_{j1} e η_{j2} são as elasticidades cruzadas – inversas – das demandas da empresa j com relação aos preços de 1 e 2, e ε_{j1} e ε_{j2} são as elasticidades da função melhor resposta da empresa j com respeito às ações da empresa 1 e 2, respectivamente.



Demanda Residual (VIII):

- Para resolvermos o problema da identificação dos coeficientes decorrentes da simultaneidade, Baker e Breshanan puxam os seus instrumentos da relação de oferta:

$$CMg_1(q_1, W, W_1, \beta_1) = P_1 + q_1 t_1(q_1, q_2, Y, W, \eta_1, \tilde{\eta}, \tilde{\beta})$$

$$CMg_2(q_1, W, W_1, \beta_2) = P_2 + q_2 t_2(q_1, q_2, Y, W, \eta_2, \tilde{\eta}, \tilde{\beta})$$

- Eles utilizam as variáveis deslocadoras de custos da empresa W_1 e W_2 como instrumentos para as quantidades q_1 e q_2 . Uma nota interessante é que, mesmo que não tivéssemos instrumentos para q_1 e q_2 , os resultados seriam viesados no sentido de negar a hipótese de existir poder de mercado.



Elasticidade da Demanda Residual e o Markup

- Qual é a relação desta elasticidade com o famoso índice de Lerner? Baker e Breshanan mostram esta relação, supondo que a demanda residual seja calculada para uma empresa apenas. Supondo que ela seja líder à la Stackelberg, de forma que:

$$\frac{P_1 - CMg_1}{P_1} = -\eta_1^R$$

- Da mesma forma, se as empresas estiverem em um equilíbrio consistente em conjecturas, a equação acima vale, com a diferença que $\eta_1^R = \eta_{11} + \sum_{j \neq 1} \eta_{j1} \varepsilon_{j1}^{\hat{}}$, em que $\varepsilon_{j1}^{\hat{}}$ é uma conjectura consistente.

