Exercícios de MAP2321- 2017 | Lista 4

1. Sejam A uma matriz $n \times n$ e B uma matriz $n \times m$. Defimos $V \subset \mathbb{R}^n$ como o menor subespaço de $\mathbb{R}^n$ que contém a imagem de B e é invariante por A. Mostre que o par (A, B) é controlável se, e somente se $V = \mathbb{R}^n$.

2. Sejam as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Verifique que o par (A, B) é controlável. Qual é a matriz companheira A_1, tal que (A, B) é equivalente a (A_1, B_1) com

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3. Verificar a controlabilidade e colocar na forma normal de Kalman o par (A, B) dado abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} -22.2 & -10.6 & -25.2 \\ 5.2 & 2.6 & 7.2 \\ 16.6 & 7.8 & 18.6 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -0.8 \\ 0.8 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

4. Suponha que (A, B) seja equivalente a (A_1, B_1), tal que $A_1 = PAP^{-1}$ e $B_1 = PBQ^{-1}$. Se denotamos por $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$ e por $\mathbf{K_1} = \begin{bmatrix} B_1 & A_1B_1 & \cdots & A_1^{n-1}B_1 \end{bmatrix}$ escreva $\mathbf{K_1}$ em função de $\mathbf{K}$

5. mostre que o par (A, B) de matrizes abaixo não é controlável e ache uma forma normal de Kalman do par.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$