Modelo de Bertrand com Restrições de Capacidade e modelo Kreps-Scheinkman (1983)

Claudio Ribeiro de Lucinda

September 8, 2017

Nesta nota, iremos detalhar uma extensão do Modelo de Bertrand em que em equilíbrio podemos ter desvios em relação à regra $p_i = \bar{p} = CMg$, a existência de "restrições à capacidade": ou seja, a empresa de menor custo pode não ser capaz de atender o mercado como um todo. Neste caso, o seu competidor de preço mais alto pode enxergar a chamada *Demanda Residual.*

Na literatura, é necessário especificar como se dá a alocação dos consumidores entre as duas empresas. Duas versões foram consideradas, a *Regra de Racionamento Eficiente - SM* e a *Regra de Racionamento Proporcional - P*. Segundo a primeira das regras, a SM, os consumidores com maior disposição a pagar[1] são atendidos primeiro – daí o nome de regra de racionamento eficiente. Segundo a regra P, a alocação dos consumidores seria feita por meio de um sistema similar a uma fila, com os consumidores que chegaram primeiro são atendidos e os que chegaram depois vão ser atendidos apenas pela empresa mais cara, e que não há revenda possível. Formalmente, temos para uma das empresas, a 1:

$$\tilde{D}_1(p_1, p_2) = \begin{cases} D(p_1) & se \quad p_1 < p_2 \\ \max\{\frac{D(P)}{2}, D(p) - S_2(p)\} & se \quad p_1 = p_2 = p \\ \begin{cases} SM : \max\{0, D(p_1) - S_2(p_2)\} \\ P : \max\{0, (1 - \frac{S_2(p_2)}{D(p_2)})Dp_1\} \end{cases} & se \quad p_1 > p_2 \end{cases}$$

Em preços (p_1, p_2) a quantidade vendida pela empresa i vai ser $q_i = \min\{S_i(p_i), \tilde{D}_i(p_i, p_j)\}$, com lucros de $\pi_i(p_i, p_j) = p_i q_i - C_i(q_i)$. Sobre os tipos de regra, não existe uma recomendação geral sobre qual seria a mais adequada, sendo fortemente dependente do contexto. De uma forma geral, a única coisa que se pode dizer é que a regra de racionamento eficiente é robusta à possibilidade de revenda, pois os produtos vão para as mãos de quem os mais desejam.

[1]Estamos supondo aqui que a curva de demanda decorre de um continuum de consumidores com demandas unitárias e diferentes disposições a pagar.

1 Existência de Equilíbrio em Estratégias Puras

Vamos aqui supor que o custo marginal de produção é zero, mas existem capacidades fixas, k_1, k_2 que fazem com que o custo marginal da empresa se torne infinito para quantidades além da capacidade. Considerando a regra proporcional de racionamento, Edgeworth mostrou que não existe equilíbrio se $D(\cdot)$ for elástica a preços competitivos, caso $0 < \min\{k_1, k_2\} < D(0)$. Isso acontece porque as empresas possuem um incentivo para aumentar preços caso a demanda seja inelástica. Ou seja, uma empresa cobrando um preço acima do nível competitivo enfrenta uma demanda do tipo $\tilde{D}_i(p_i, p_j) = (1-\alpha)D(p_i)$, que tem uma Receita Marginal crescente com o preço caso a demanda seja inelástica.

Para uma análise mais geral, vamos supor que as empresas escolheram a sua capacidada k_i em um momento anterior, a um custo de c_0 por unidade de capacidade. Existem alguns resultados importantes:

- As empresas vendem até as suas respectivas capacidades[2]. Ou seja, não há incentivo para vender uma quantidade $q_i < k_i$ – intuitivamente, $c_0 \times k_i$ é um *Sunk Cost* e qualquer unidade vendida com preço positivo é receita marginal positiva sobre a demanda residual.
- Portanto, o preço de mercado vai ser aquele calculado a partir da soma das capacidades.
- Para a regra de racionamento SM, uma firma nunca cobraria o preço abaixo daquele induzido pela sua resposta ótima ao rival vendendo à capacidade total, ou seja, $p_i \geq P(k_j, r(k_i))$

Esse jogo então acaba sendo uma versão do modelo de Cournot, em que as empresas acabam jogando em dois estágios. No primeiro, elas escolhem as capacidades, para a seguir competirem por preço nesta capacidade instalada. Podemos inclusive definir, em um espaço de capacidades k_1, k_2, quais são os níveis de capacidade compatíveis com um equilíbrio em estratégias puras no jogo de preços.

Para a regra SM, os níveis de capacidade consistentes com um equilíbrio em estratégias puras no jogo de preços são dados por:

$$E^{SM} = \{k \in \mathbb{R}_2^+ : k_i \leq r(k_j), j \neq i, i = 1,2\} \cup \{k \in \mathbb{R}_2^+ : k_i \geq D(0), i = 1,2\} \tag{1}$$

Em palavras, isso quer dizer que é a área no quadrante positivo e abaixo das duas curvas de melhor resposta no jogo de capacidades – capacidades pra baixo de uma das curvas e pra cima de outra somente admitem equilíbrios em estratégias mistas. Caso a regra de racionamento seja a P, temos que os níveis de capacidade são os dados pela corda que liga os dois interceptos mais próximos da origem das funções melhor resposta:

$$E^{P} = \{k \in \mathbb{R}_2^+ : D^{-1}(k_1 + k_2) \geq p^m\} \cup \{k \in \mathbb{R}_2^+ : k_i \geq D(0), i = 1,2\} \tag{2}$$

Podemos notar que o conjunto E^{SM} contém o conjunto E^P. Podemos mostrar que o equilíbrio em estratégias puras é o competitivo:

$$p = \begin{cases} D^{-1}(k_1 + k_2) & se \quad k_1 + k_2 \leq D(0) \\ p = 0 & c.c. \end{cases} \tag{3}$$

[2] Para uma prova, ver o Lemma 1 na p.229 do livro do Tirole

Nos dois tipos de regra de racionamento existem equilíbrios onde o preço de equilíbrio é igual ao custo marginal. No entanto, nem todos os equilíbrios em estratégias puras terão preços iguais aos custos marginais de produção. Além disso, com o mercanismo de racionamento sendo o SM, o equilíbrio de Cournot é o equilíbrio em estratégias puras de Bertrand! Este resultado foi desenvolvido por Kreps e Sheinkman (1983, *Bell Journal of Economics*). Caso a regra de racionamento seja a P, o equilíbrio de Cournot não é o equilíbrio de Bertrand, pois se localizar em um segmento onde a demanda residual para cada firma é inelástica.

2 Modelo Kreps-Scheinkman

Tanto o modelo de Cournot quanto o de Bertrand são comumente apresentados como casos clássicos de competição, mas em um mundo real sempre fica a pergunta sobre qual destes modelos seria o mais adequado. Em alguns casos a estrutura do mercado naturalmente aponta para um dos paradigmas. Por exemplos, em alguns mercados agrícolas o paradigma de Bertrand-Edgeworth parece ser o mais adequado. As empresas se comprometem com alguns níveis de capacidade antes do período de mercado e trazem o que foi produzido onde surge um preço de mercado.

Por outro lado, mercados onde a produção é por pedido também se adequariam a ser descritos pelo modelo de Bertrand. Preços são estabelecidos, os consumidores escolhem e os produtos são entregues. A depender das restrições de capacidade, o modelo de Bertrand com restrições de capacidade se aplicaria direito.

Esses casos sugerem que o *timing* das decisões sobre preços e quantidades seria importante em determinar qual seria o modelo mais adequado - Bertrand ou Cournot. No mundo real as firmas fazem decisões sobre preços E quantidades e talvez o mais adequado seja pensar nos dois modelos como sendo uma representação de forma reduzida de um processo dinâmico onde as decisões sobre preços e quantidades são feitas. Neste caso, a variável de ajuste mais complicado seria a variável estratégica predominante.

Kreps e Sheinkman (1983) generalizam esta ideia para um jogo em dois estágios, em que as empresas tomam a decisão sobre a capacidade primeiro e depois competem em preços dentro dos seus limites de capacidade no segundo estágio. Eles mostram que, para custos de capacidade altos o suficiente e a regra SM de racionamento, o único equilíbrio em estratégias puras é o equilíbrio de Cournot, ainda que não seja robusto a estas hipóteses.

Posteriormente, a literatura mostra que, em jogos de dois estágios, a variável escolhida no primeiro estágio tende a ser a variável estratégica para determinar o equilíbrio. Ou seja, em situações onde as empresas escolhem primeiro a capacidade, o modelo de Cournot pode ser o mais adequado. Em situações onde a empresa se compromete com o preço e deixa a quantidade ser atendida a este preço, talvez o equilíbrio de Bertrand seja o mais adequado.