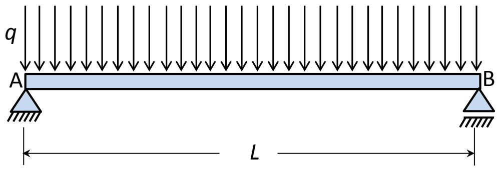
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

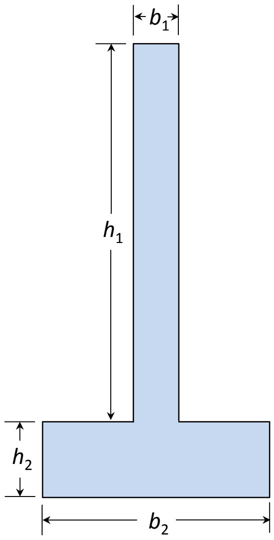
PME3210 – Mecânica dos Sólidos I – Terceira Prova – 23/06/2015

Resolução

1ª Questão (5,0 pontos)

A viga biapoiada da figura tem comprimento L e está submetida a uma carga distribuída uniforme q. A seção transversal da viga é o perfil *T* invertido esquematizado na figura. Pede-se determinar a máxima tensão de tração e a máxima tensão de compressão a que a viga está submetida.



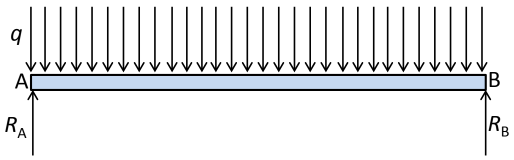


Dados:

$$q = 1kN/m$$
$$L = 4m$$
$$b_1 = 12mm$$
$$h_1 = 100mm$$
$$b_2 = 60mm$$
$$h_2 = 20mm$$

Resolução:

DCL



Equilíbrio:

$$R_A = R_B = \frac{qL}{2} \Rightarrow \boxed{R_A = R_B = 2kN}$$ (0,5)

As tensões máximas de tração e compressão ocorrerão na seção em que o momento fletor for máximo, ou seja, no meio do vão.

$$M_{max} = \frac{qL}{2} \times \frac{L}{2} - \frac{qL}{2} \times \frac{qL}{4} = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow \boxed{M_{max} = 2kNm}$$ (0,5)

O momento de inércia a ser usado no cálculo das tensões e o momento de inércia em relação ao eixo horizontal que passa pelo centroide. É necessário calcular, primeiro, a posição $\bar{y}$ do centroide. Usando, como referência o eixo horizontal que passa pela aresta inferior da seção e dividindo a seção transversal em duas partes, alma e flange:

$\bar{y} = \frac{y_1 \times A_1 + y_2 \times A_2}{A_1 + A_2}$

onde, para a alma:

$y_1 = \frac{h_1}{2} + h_2 = 70mm$

$A_1 = h_1 \times b_1 = 1200mm^2$

e, para a flange:

$y_2 = \frac{h_2}{2} = 10mm$

$A_2 = h_2 \times b_2 = 1200mm^2$

$\Rightarrow \bar{y} = \frac{(70+10) \times 1200}{1200+1200} \Rightarrow \boxed{\bar{y} = 40mm}$ (1,0)

Se I_1 for o momento de inércia da alma em relação ao eixo horizontal que passa por seu centroide e I_2 for o momento de inércia da flange em relação ao eixo horizontal que passa pelo seu centroide, então o momento de inércia da seção completa em relação ao eixo que passa pelo seu centroide será, usando o teorema da translação de eixos:

$I = I_1 + A_1 \times (y_1 - \bar{y})^2 + I_2 + A_2 \times (y_2 - \bar{y})^2$

onde

$I_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{12 \times 100^3}{12} = 10^6 mm^4$

$I_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} = \frac{60 \times 20^3}{12} = 4 \times 10^4 mm^4$

$\Rightarrow \boxed{I = 3{,}2 \times 10^6 mm^4}$ (1,0)

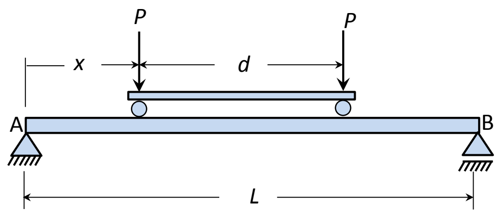
A máxima tensão de tração ocorre na linha inferior do perfil:

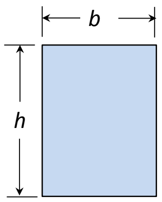
$\sigma_{t,max} = \frac{M_{max}}{I} \bar{y} \Rightarrow \boxed{\sigma_{t,max} = 25MPa}$ (1,0)

A máxima tensão de compressão ocorre na linha superior do perfil:

$\sigma_{c,max} = \frac{M_{max}}{I} (h_1 + h_2 - \bar{y}) \Rightarrow \boxed{\sigma_{c,max} = 50MPa}$ (1,0)

2ª Questão (5,0 pontos)





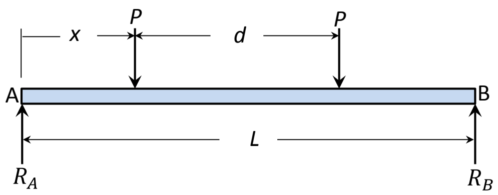
A viga biapoiada de comprimento *L* da figura está submetida a um carregamento produzido por um carro, que tem duas rodas, separadas por uma distância *d*. Cada roda transmite à viga uma força *P*. O carro pode se deslocar pela viga. A seção transversal da viga é retangular. Pede-se:
a) determinar a máxima tensão de cisalhamento a que a viga estará submetida;
b) determinar a máxima tensão normal a que a viga estará submetida.

Dados:

$$P = 4kN$$
$$L = 8m$$
$$d = 4m$$
$$b = 5cm$$
$$h = 12cm$$

Resolução:

DCL

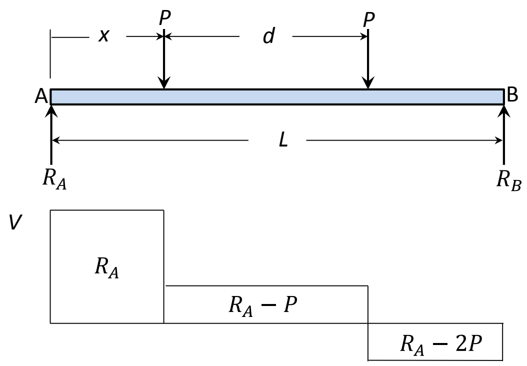


Equilíbrio:

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -R_A L + P(L-x) + P(L-x-d) = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{P}{L}(2L-2x-d) = (6-x)kN > 0$$

a) a máxima tensão de cisalhamento ocorrerá quando o módulo da força cortante for máximo. O diagrama de força cortante terá a forma:



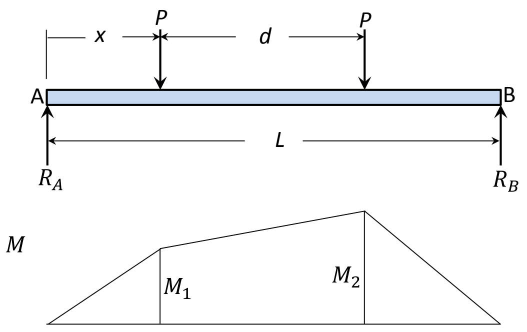
Ou seja, a máxima força cortante, em módulo será R_A ou $R_A - 2P$ (R_B), mas como o problema é simétrico, basta analisar um dos dois valores. Da expressão obtida acima, o valor máximo de R_A ocorrerá para $x = 0$. Então:

$$\boxed{V_{max} = 6kN}$$ (1,5)

$$\boxed{\tau_{max} = 1{,}5\ MPa}$$

Como $\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V_{max}}{A} = \frac{3}{2} \times \frac{6\times10^3}{5\times12\times10^{-4}} \times 10^{-6}$, então (1,0)

b) a máxima tensão normal ocorrerá na seção em que o momento fletor for máximo. O diagrama de momento fletor terá a forma:



Ou seja, o momento fletor máximo poderá ser M_1 ou M_2. Como o problema é simétrico, basta analisar um desses valores. Mas:

$$M_1 = R_A x = (6 - x)x = 6x - x^2$$

Esse momento assumirá um máximo quando $\frac{dM_1}{dx} = 0$, ou seja,

$$6 - 2x = 0 \Rightarrow x = 3$$

Então: $\boxed{M_{max} = 9kNm}$ (1,5)

Como $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I}\frac{h}{2} = \frac{9\times10^3}{5\times\frac{12^3}{12}\times10^{-8}} \times \frac{12\times10^{-2}}{2} \times 10^{-6} \Rightarrow \boxed{\sigma_{max} = 75MPa}$ (1,0)