Estatística aplicada a ensaios clínicos

RAL - 5838

Luís Vicente Garcia

lvgarcia@fmrp.usp.br

Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto

Estatística aplicada a ensaios clínicos

aula 5

PROBABILIDADE

Objetivo

possibilidade de quantificar quão provável é determinado evento

PROBABILIDADE

DEFINIÇÕES

- conjunto
- espaço amostral
- evento

PROBABILIDADE

DEFINIÇÕES

❖ **conjunto**

É uma coleção bem definida de objetos ou itens

Exemplo: pós graduandos da FMRP
Idade dos docentes da FMRP

PROBABILIDADE

DEFINIÇÕES

❖ espaço amostral

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento

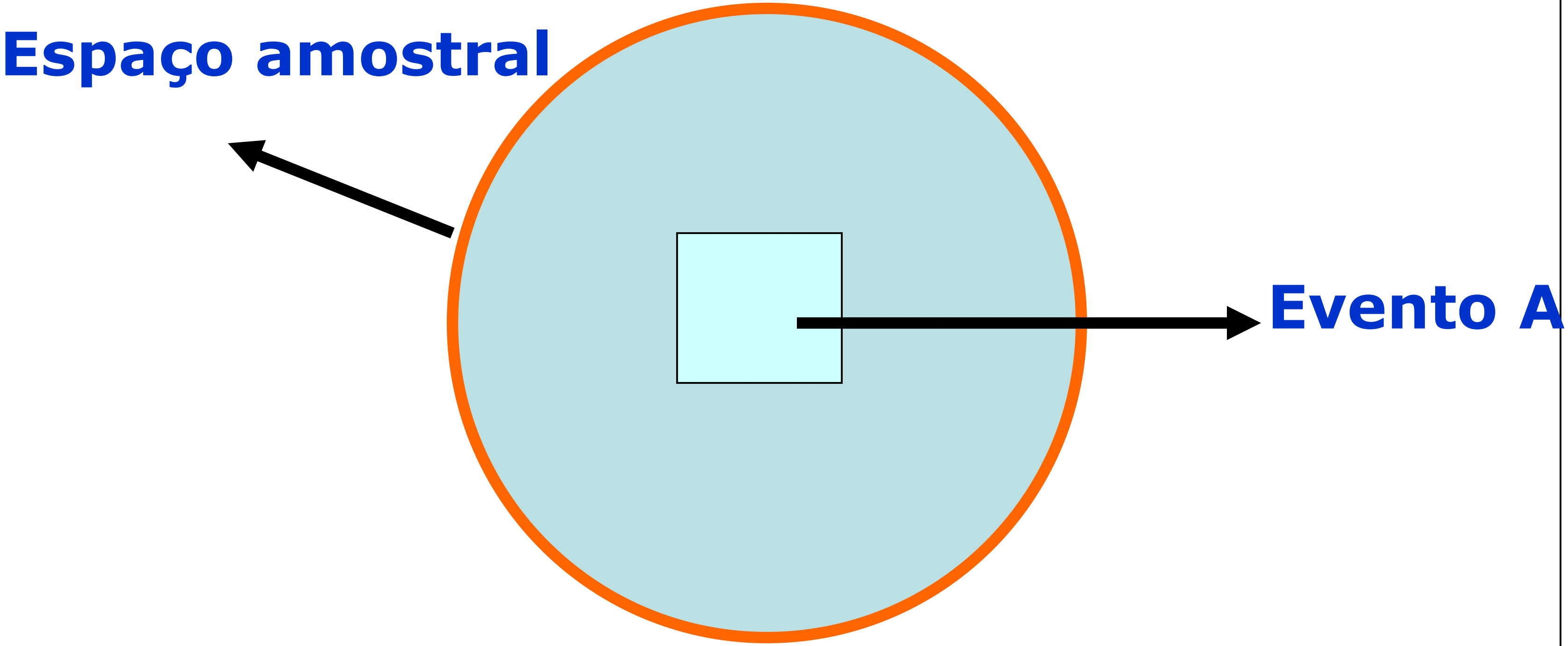
PROBABILIDADE

DEFINIÇÕES

❖ **evento**

É o resultado de um experimento

PROBABILIDADE



PROBABILIDADE

$$P = \frac{\text{número de vezes que o evento pode ocorrer}}{\text{número total de eventos}}$$

PROBABILIDADE

PROBABILIDADE

Probabilidade de se obter a face 6 no lançamento de um dado

P = Evento/número total de eventos = 1/6

PROBABILIDADE

Probabilidade de se obter a face cara no lançamento de uma moeda

P = Evento/número total de eventos = 1/2

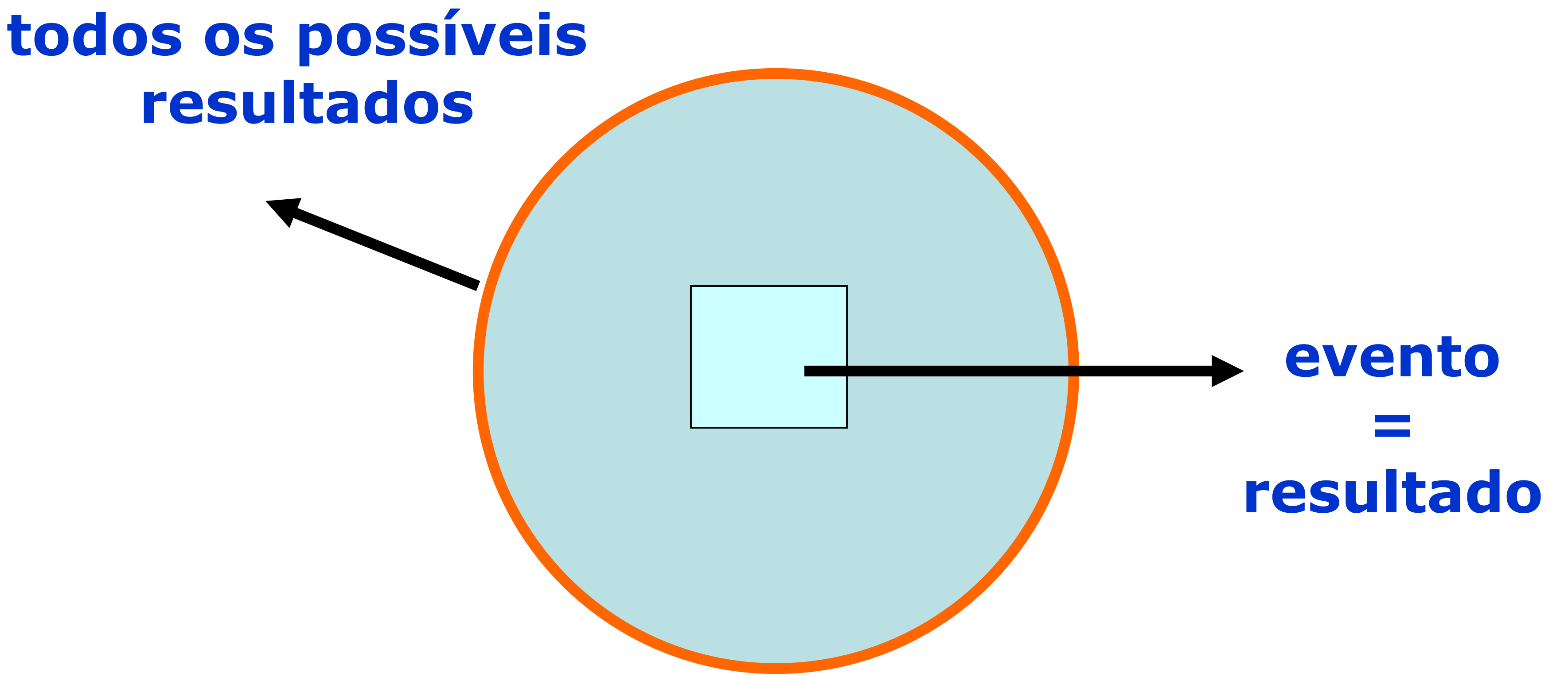
PROBABILIDADE

experimento probabilístico

↓

ensaio para
obtenção de resultados

Experimento probabilístico



Experimento probabilístico

experimento	jogar um dado
espaço amostral	1,2,3,4,5,6
evento	um ou + resultados (subconjunto)
resultado	jogar um 2

PROBABILIDADE

Tipos

- **clássica** (teórica)
- **empírica**
- **subjetiva**

PROBABILIDADE

- **Clássica**

  (resultados igualmente prováveis)

- **Empírica**

  (dados históricos – freq. relativas)

- **Subjetiva**

  (opinião pessoal)

PROBABILIDADE

- **Clássica**

  o número de resultados no espaço amostral é conhecido e cada resultado tem a mesma probabilidade de ocorrer

- **Empírica**

  a frequência de resultados no espaço amostral é estimada a partir de experimentação

- **Subjetiva**

  a probabilidade resulta da intuição ou experiência

Tipos de probabilidade

Clássica (resultados igualmente prováveis)

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados em } E}{\text{número total de resultados no espaço amostral}}$$

Empírica

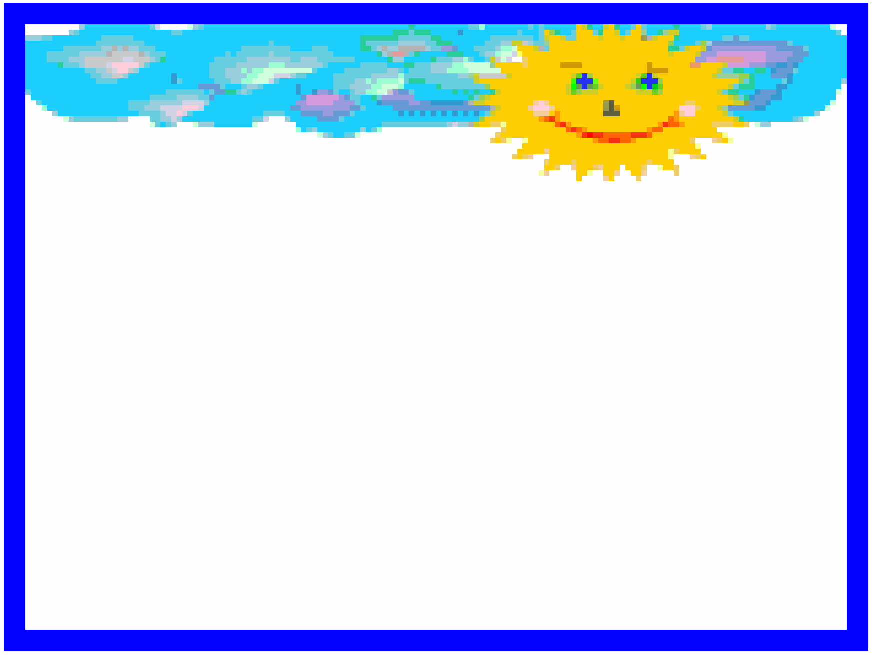
$$P(E) = \frac{\text{Frequência no evento } E}{\text{Frequência total}}$$

A probabilidade de que a pressão sanguínea abaixe após a medicação.

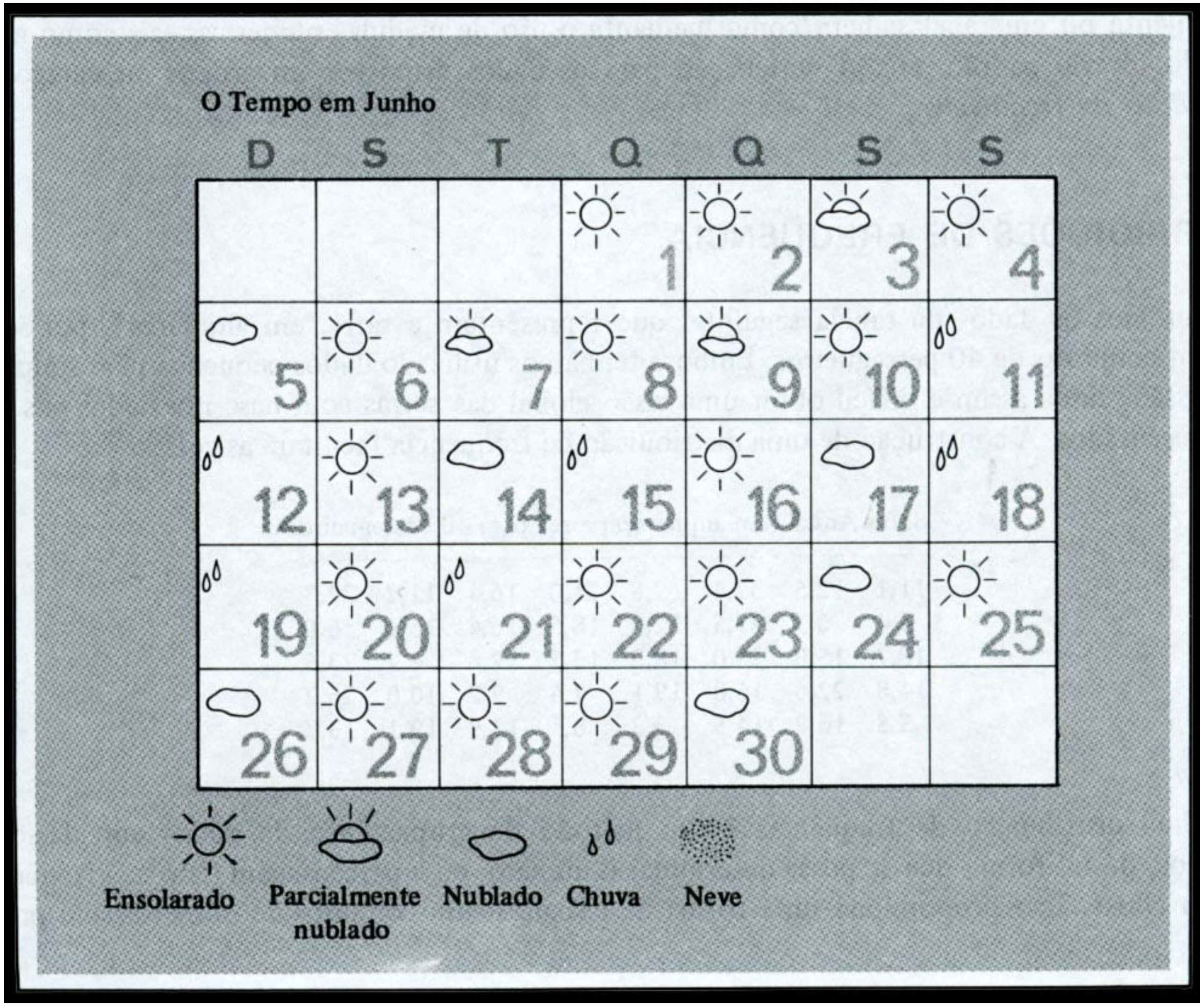
Subjetiva

A probabilidade de que a linha telefônica esteja ocupada.

Probabilidade



Probabilidade



Lei dos grandes números

À medida que um experimento é repetido mais e mais vezes, a probabilidade empírica de um evento tende à sua probabilidade teórica (real)

Bernoulli

Combinação de Eventos

Eventos

- Independentes
- Dependentes

Combinações de Eventos

Eventos

✓ **Independentes**

A ocorrência de um **não** influencia a ocorrência do outro

Combinações de Eventos

Eventos

✓ **Dependentes**

A ocorrência de um
influencia a ocorrência do outro

Combinações de Eventos

- **Ocorrência de dois ou mais eventos independentes**

Duas moedas

P (cara) e P (cara)

P (ambos) = produto das probabilidades individuais

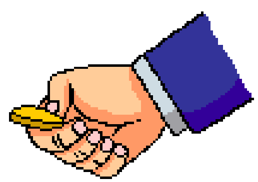
Combinações de Eventos

- **Ocorrência de dois ou mais eventos independentes**

Duas moedas

1/2 1/2

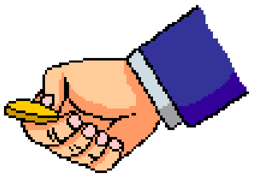
P (ambos) = ½ . ½ = 1/4

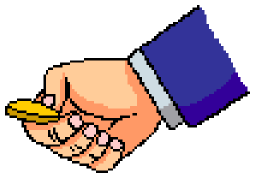


P (cara) e P (cara)

P (ambos) = produto das probabilidades individuais

Combinações de Eventos





Moeda 1	Moeda 2	
Cara	Cara	1/4
Cara	Coroa	1/4
Coroa	Cara	1/4
Coroa	Coroa	1/4

Combinações de Eventos

- **Ocorrência de pelo menos um de dois eventos**

Duas moedas

ou

P (cara) P (cara)

P (um ou outro) = ?

Combinações de Eventos

✓ **Ocorrência de pelo menos um de dois eventos**

Duas moedas

ou

P (cara)

P (coroa)

P (um ou outro) = ½ + ½ = 2/2 = 1

Combinações de Eventos

- **Ocorrência de pelo menos um de dois eventos**

Um dado

mutuamente excludentes

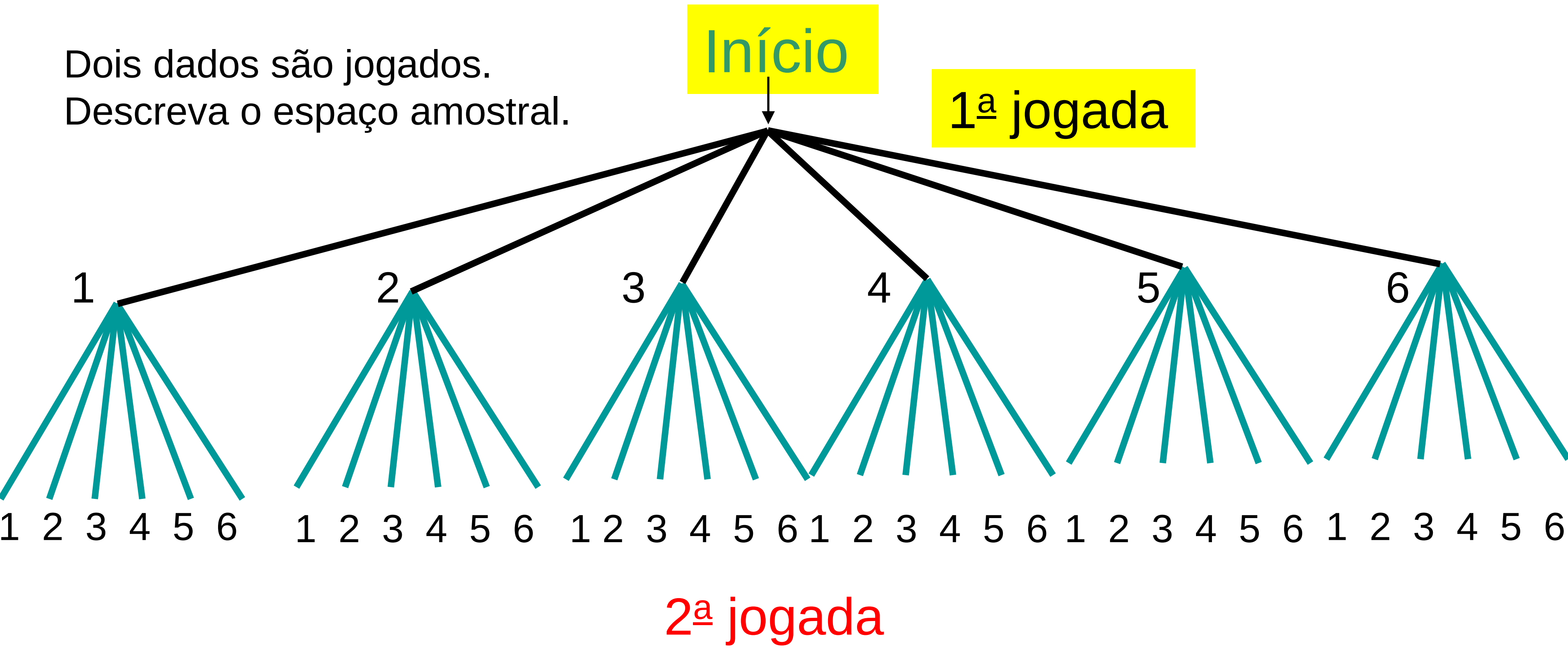
P (5) ou P (6)

1/6 + 1/6 = 2/6

P (um ou outro) mutuamente excludentes

Espaço amostral

Dois dados são jogados.
Descreva o espaço amostral.



36 resultados

Espaço amostral

Dois dados são jogados e sua soma é anotada.

1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Detemine a probabilidade de que a soma seja 4.

Determine a probabilidade de que a soma seja 11.

Determine a probabilidade de que a soma seja 4 ou 11.

Espaço amostral

Dois dados são jogados e sua soma é anotada.

1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Detemine a probabilidade de que a soma seja 4.

3/36 = 1/12 = 0,083

Espaço amostral

Dois dados são jogados e sua soma é anotada.

1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Determine a probabilidade de que a soma seja 11.

2/36 = 1/18 = 0,056

Espaço amostral

Dois dados são jogados e sua soma é anotada.

1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Determine a probabilidade de que a soma seja 4 ou 11.

5/36 = 0,139

Eventos complementares

O complemento do evento *E* é o evento *E´*. *E´* consiste em todos os resultados do espaço amostral que *não* estejam incluídos no evento *E*.

E

E´

$$P(E') = 1 – P(E)$$

A produção diária é de 12 carros, 5 dos quais são defeituosos. Se um carro for selecionado ao acaso, determine a probabilidade de que ele não seja defeituoso.

Solução:

P(defeituoso) = 5/12

P(não defeituoso) = 1 – 5/12 = 7/12 = 0,583

Probabilidade condicional

A probabilidade de um evento B ocorrer, dado (ou na condição de) que outro evento A já ocorreu.

Escrevemos essa situação como $P(B|A)$ e lemos "a probabilidade de B, dado A".

Dois carros são selecionados em uma linha de produção com 12 carros, 5 deles defeituosos. Qual é a probabilidade de o segundo carro ser defeituoso, *dado que* o primeiro carro era defeituoso?

Dado que um carro defeituoso já foi selecionado, o espaço amostral condicional possui 4 carros defeituosos entre 11. Logo, $P(B|A) = 4/11$.

Eventos independentes

Dois dados são lançados. Determine a probabilidade de sair 4 no segundo, dado que no primeiro já saiu 4.

Espaço amostral original: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Dado que no primeiro dado saiu 4, o espaço amostral condicional é: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Logo, a probabilidade condicional, $P(B|A) = 1/6$

Eventos independentes

Dois eventos *A* e *B* são independentes se a probabilidade de ocorrência do evento *B* não é afetada pela ocorrência (ou não-ocorrência) do evento *A*.

A = ser mulher.
B = ter sangue tipo O.

A = 1º filho ser menino.
B = 2º filho ser menino.

Dois eventos que não são independentes são dependentes.

A = tomar uma aspirina por dia.
B = ter um ataque do coração.

A = ser mulher.
B = ter menos de 1,62 m.

Tabela de contingência

Perguntou-se a uma amostra de adultos em três cidades se eles gostavam de “House”

	Ribeirão	Campinas	S. Paulo	Total
Sim	100	150	150	400
Não	125	130	95	350
Não sabe	75	170	5	250
Total	300	450	250	1.000

Uma das respostas é selecionada ao acaso. Determine:

1. *P*(sim)
2. *P*(Campinas)
3. *P*(São Paulo)
4. *P*(não, dado São Paulo)

Soluções

	Ribeirão	Campinas	S. Paulo	Total
Sim	100	150	150	$\boxed{400}$
Não	125	130	95	350
Não sabe	75	170	5	250
Total	300	450	250	$\boxed{1.000}$

1. *P*(sim) = 400/1.000 = 0,4

Soluções

	Ribeirão	Campinas	S. Paulo	Total
Sim	100	150	150	400
Não	125	130	95	350
Não sabe	75	170	5	250
Total	300	$\boxed{450}$	250	$\boxed{1.000}$

2. *P*(Campinas) = 450/1.000 = 0,45

Soluções

	Ribeirão	Campinas	S. Paulo	Total
Sim	100	150	150	400
Não	125	130	95	350
Não sabe	75	170	5	250
Total	300	450	$\boxed{250}$	$\boxed{1.000}$

3. *P*(S. Paulo) = 250/1.000 = 0,25

Soluções

	Ribeirão	Campinas	S. Paulo	Total
Sim	100	150	150	400
Não	125	130	$\boxed{95}$	350
Não sabe	75	170	5	250
Total	300	450	$\boxed{250}$	1.000

4. *P*(não, dado S. Paulo) = 95/250 = 0,38

Regra da Multiplicação

Para determinar a probabilidade de que dois eventos, *A* e *B*, ocorram em sequência, multiplique a probabilidade de *A* ocorrer pela probabilidade condicional de *B* ocorrer, dado que *A* já ocorreu.

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \times P(B|A)$$

Dois carros são selecionados em uma linha de produção com 12 unidades, 5 delas defeituosas. Determine a probabilidade de ambos os carros serem defeituosos.

A = o 1º carro é defeituoso. *B* = o 2º carro é defeituoso.

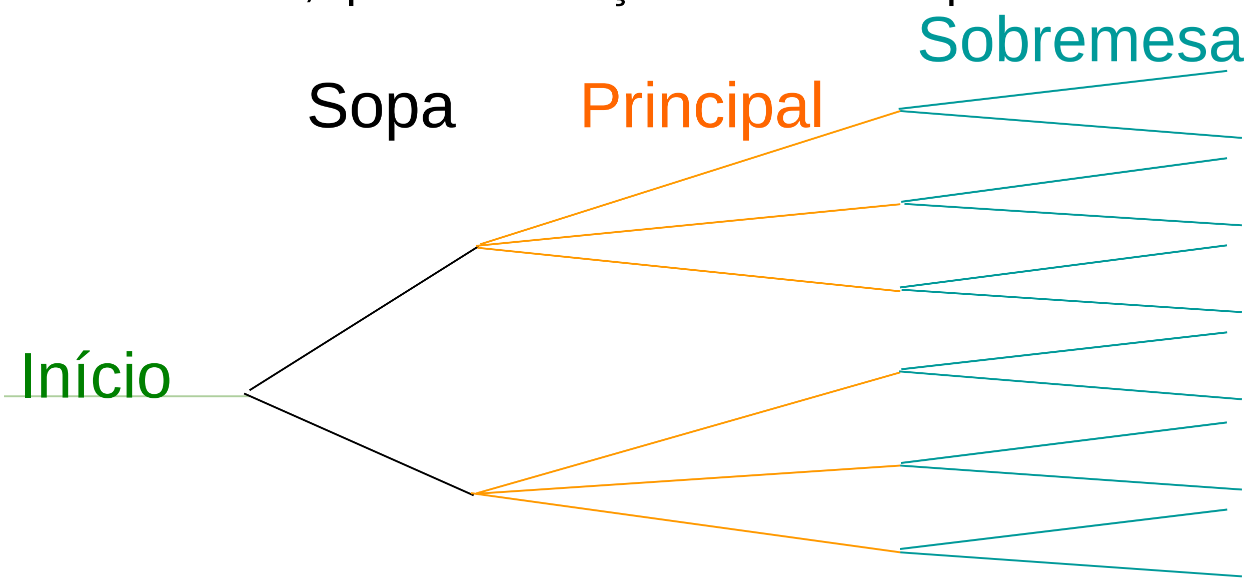
$P(A) = 5/12$ $P(B|A) = 4/11$

$P(A \text{ e } B) = 5/12 \times 4/11 = 5/33 = 0{,}1515$

Princípio Fundamental da Contagem

Se um evento pode ocorrer de *m* maneiras e um segundo evento pode ocorrer de *n* maneiras, o número de maneiras pelas quais os dois eventos podem ocorrer em sequência é *m* • *n*. *Essa regra pode ser estendida para qualquer número de eventos que ocorram em sequência.*

Se uma refeição consiste em duas opções de sopa, três de prato principal e duas de sobremesa, quantas refeições diferentes podem ser compostas?



2 • 3 • 2 = 12 refeições

conceitos que podem ser úteis

- Fatorial
- Permutação
- Combinação

fatorial

Ex: colocar *n* objetos em ordem.

Há *n* opções para o primeiro lugar
Há n-1 opções para o segundo lugar
Há n-2 opções para o terceiro lugar
Há só uma opção para o último lugar

$$n(n - 1)(n - 2)\ldots 1$$

$$n \text{ fatorial} = n!.$$

combinação

Ler cinco livros de uma lista de oito. De quantas maneiras você pode escolher os livros se a ordem não importar?

O número de combinações de *n* objetos, tomando-se *r* a cada vez, é:

$$_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$_8C_5 = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 56$$

Há 56 combinações de 8 objetos tomando-se 5.

permutação

Ler cinco livros de uma lista de oito. Em quantas sequências diferentes você pode fazê-lo?

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

$$ {}_8P_5 = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 6.720 $$

6.720

Brincando com probabilidades

Pascal

Chicago Bulls x Lakers

Melhor de 7 jogos

Brincando com probabilidades

Pascal

Jogo 1 = Chicago Bulls

Jogo 2 = Chicago Bulls

Brincando com probabilidades

Como pagar as apostas?

Brincando com probabilidades

1	CB
2	CB
3	?
4	?
5	?
6	?
7	?

Brincando com probabilidades

3	CB	LA	LA
4	CB	CB	LA
5	LA	LA	LA
6	LA	CB	LA
7	LA	LA	LA

32 possibilidades = 2^5

Brincando com probabilidades

3	CB	LA	LA
4	CB	CB	LA
5	LA	LA	LA
6	LA	CB	LA
7	LA	LA	LA

CB = 26/32 = 81%

LA = 6/32 = 19%