Eletromagnetismo I

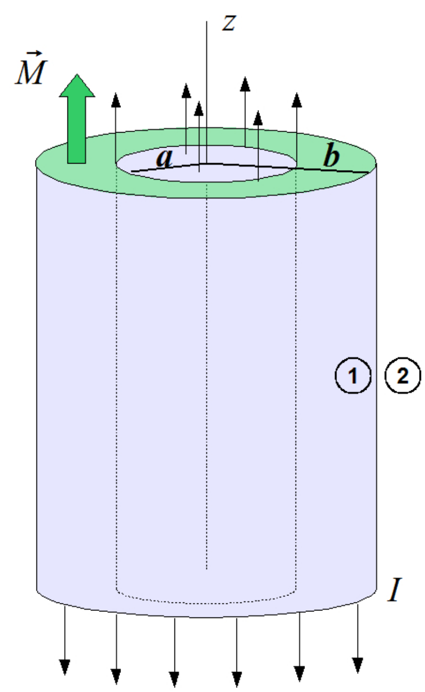
Prof. Dr. R.M.O Galvão - 2º Semestre 2014

Preparo: Diego Oliveira

Segunda Prova

$\boxed{1}$ Entre dois cilindros condutores concentricos e muitro longos, de raios a e b, existe um material isolante de magnetização permanente

$$\vec{M} = M\hat{e}_z.$$



No cilindro condutor interno flui uma corrente I, no sentido de z positivo, que retorna pelo cilindro condutor externo. Tanto no cilindro interno como no externo a corrente se distribui uniformemente sobre a superfície.

a)Usando a Lei de Ampère na forma integral, calcule o campo intensidade de campo magnético $\vec{H}$ na região ①, entre os cilindros, e na região ② fora deles. Expresse o vetor $\vec{H}$ no sistema de coordenadas cilíndricas.

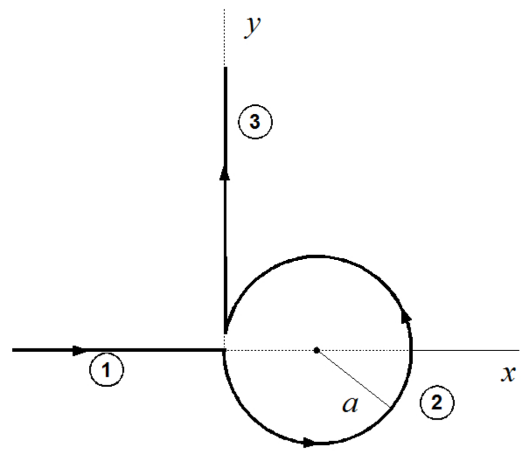
b) Escreva a expressão para o vetor $\vec{K}$, densidade superficial de corrente, no condutor cilíndrico externo. Mostre então que a condição de contorno

$$\vec{H}_2 - \vec{H}_1 = \vec{K} \times \hat{n},$$

é satisfeita na superfície $r = b$.

c)Calcule o vetor campo magnético $\vec{B}$ nas regiões ① e ②.

$\boxed{2}$ Um fio esmaltado fino transporta uma corrente I seguindo o percurso na figura; vem de $x \to -\infty$ a $x = 0$, faz um círculo de raio a, em torno do ponto $x = a$, e segue ao longo do eixo y para $y \to \infty$. [Nos itens seguintes o efeito da pequena brecha que o fio faz em $y = 0$ pode ser desprezado].



a) Utilizando a expressão direta para o campo magnético

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3},$$

calcule o campo $\vec{B}_1$ em $r = a\hat{e}_x$ devido ao trecho do fio ①.

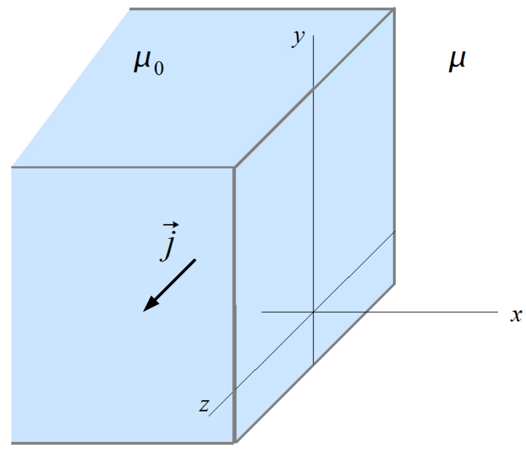
b) Da mesma forma, calcule o campo $\vec{B}_3$ em $r = a\hat{e}_x$ devido ao trecho de fio ③.

c) Finalmente, calcule o campo total $\vec{B}_T$ em $\vec{r} = a\hat{e}_x$ devido aos dois trechos retilíneos e também o trecho circular do fio.

$\boxed{3}$ O plano $x = 0$ separa um meio condutor, na região $x < 0$, com permeabilidade magnética μ_0, de um meio com permeabilidade magnética μ, na região $x > 0$. No meio condutor flui uma densidade de corrente

$$\vec{j} = j_0 \frac{x}{a} \hat{e}_z,$$

onde a é uma constante.



a) Encontre a expressão para o potencial vetor $\vec{A}$ na região $x < 0$.

b) Encontre a expressão para o campo magnético $\vec{B}$ na região $x < 0$.

c) A partir da expressão encontrada para $\vec{B}$ no item anterior, que componentes dos vetores $\vec{H}$ e $\vec{B}$ podem ser determinadas na interface entre os dois meios, do lado $x > 0$, e quanto valem essas componentes?

$\boxed{4}$ A partir do <u>Teorema de Gauss</u> para uma função vetorial $\vec{F}$.

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{F}) d\tau = \oint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS,$$

e fazendo uma escolha apropriada para $\vec{F}$, demonstre a <u>Primeira Identidade de Green</u>

$$\int_V (\nabla\psi \cdot \nabla\phi) d\tau + \int_V \psi \nabla^2 \phi d\tau = \oint_S \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} dS$$

Formulário - Segunda Prova

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \nabla^2 \qquad \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} d\tau' \qquad \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,') \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3} d\tau'$$

$\vec{j}(\vec{r}\,') d\tau' = \vec{K}(\vec{r}\,') dS'$; densidade superficial de corrente

$\vec{j}(\vec{r}\,') d\tau' = I d\vec{\ell},'$; linha de corrente

$$\vec{M} = \sum_i n_i \vec{m}_i \qquad \vec{m} = IS\hat{n} \qquad \vec{K}_m = \vec{M} \times \hat{n} \qquad \vec{j}_m = \nabla \times \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{j}_{cond} \qquad \oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{cond}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \qquad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \qquad \mu_r = (1 + \chi_m)$$

$B_{n_1} = B_{n_2} \qquad H_{t_2} - H_{t_1} = K$ ou $\vec{H}_2 - \vec{H}_1 = \vec{K} \times \hat{n}$

Tabela de Integrais

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| \qquad \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = sin^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \sqrt{x^2 \pm a^2} \qquad \int \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 \pm a^2} \mp \frac{1}{2} a^2 ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right|$$

$$\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

Sistema de Coordenadas Cilíndricas

Divergência

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Gradiente

$$(\nabla f)_r = \frac{\partial f}{\partial r}; \qquad (\nabla f)_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi}; \qquad (\nabla f)_z = \frac{\partial f}{\partial z}$$