Complementos de Mecânica Clássica
1º Trabalho - A - 2014

Considere um corpo sob ação do campo gravitacional da terra e de massa m lançado verticalmente para cima. A força de atrito do ar sob esse corpo é dada por $f = \pm bv^2$, onde b é uma constante, v a velocidade do corpo. f sempre atua no sentido contrário ao movimento. Assuma que a velocidade inicial é v_0 e a posição inicial é a origem do eixo de coordenadas.

a) Calcule o tempo total de subida do corpo.

b) Calcule a altura máxima alcançada.

Abaixo existe uma seção de dicas para ajuda na obtenção do resultado. O uso dessas dicas é facultado ao aluno, métodos de resolução diferentes do listado abaixo também serão considerados corretos.

Dicas

i. Estabeleça um referencial e escreva a equação diferencial da velocidade do corpo de massa m.

ii. Note que a equação diferencial para a velocidade é uma equação de primeira ordem. Essa equação pode ser resolvida pelo método de separação. Tente reescrevê-la da seguinte maneira:

$$M(v)\frac{dv}{dt} = N(t). \tag{1}$$

iii. A integral para obter $v(t)$ pode ser resolvida usando a relação $1+\tan^2\theta = \sec^2\theta$ e a substituição trigonométrica $u = \tan\theta$.

iv. Defina $\theta_0 = tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{mg}}v_0$.

v. Agora é possível calcular o tempo de subida, t_S. É útil lembrar que $\tan x = 0$ para $x = \{0, \pi, 2\pi, ...\}$.

vi. Calcule qual será a altura máxima atingida pelo corpo. Podemos economizar algumas contas utilizando a regra da cadeia, $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$.

vii. A integral do item (**vi**) pode ser resolvida usando a substituição $w = \frac{b}{mg}v^2$.