Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Ciências Exatas
Prof^a. Cristiane Mariana Rodrigues da Silva
Monitor – Felipe Leiber

Limites

Unicidade: Se $\lim_{x \to a} f(x) = L_1$ e $\lim_{x \to a} f(x) = L_2$, então $L_1 = L_2$.

Propriedades dos Limites: Considere $\lim_{x \to a} f(x) = L_1$, $\lim_{x \to a} g(x) = L_2$ e $c \in R$.

P1. $\lim_{x \to a} (mx + n) = ma + n$, $\quad m, n \in R, m \neq 0$;

P2. $\lim_{x \to a} (c) = c$;

P3. $\lim_{x \to a} cf(x) = c \cdot \lim_{x \to a} f(x) = L_1$;

P4. $\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x) = L_1 \pm L_2$;

P5. $\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x) = L_1 \cdot L_2$;

P6. $\lim_{x \to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2} \quad (L_2 \neq 0)$;

P7. $\lim_{x \to a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \to a} f(x)\right]^n = [L_1]^n$;

P8. $\lim_{x \to a} [\log(f(x))] = \log\left[\lim_{x \to a} f(x)\right] = \log[L_1] \quad (L_1 > 0)$;

P9. $\lim_{x \to a} \mathrm{e}^{f(x)} = e^{\lim_{x \to a} f(x)} = e^{L_1}$;

P10. $\lim_{x \to a} \cos[f(x)] = \cos\left[\lim_{x \to a} f(x)\right] = \cos[L_1]$.

Expressões de Indeterminação: Considere $\lim_{x \to a} f(x) = L_1$, $\lim_{x \to a} g(x) = L_2$ e $c \in R$.

1. $\infty - \infty$
2. $0 \cdot \infty$
3. $\frac{0}{0}$
4. $\frac{\infty}{\infty}$
5. 0^0
6. ∞^0
7. 1^∞

Do ponto de vista da análise, quando qualquer uma destas 7 expressões ocorre nada se pode afirmar, a priori, sobre o limite da função.

Fatorações:

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ em que x_1 e x_2 são raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$