



LEB 1302 - Física para Biologia

Prof. Jarbas H. de Miranda e-mail: [jhmirand@usp.br](mailto:jhmirand@usp.br)

---

# Aula 11

(Hidrodinâmica)



## Hidrodinâmica

### 4.1. Introdução

Estuda o comportamento de fluidos (líquidos e gases) em movimento.

Esse movimento pode ocorrer de maneira que a velocidade do fluido possa **variar ou permanecer constante** (nesse caso, em cada ponto cada partícula do fluido tem a mesma velocidade, denominado regime estacionário ou permanente).

#### Líquido ideal:

- Incompressível (mantém o mesmo volume)
- Não viscoso (Viscosidade) (água e mel)

### REVISÃO DE UNIDADES (Pressão, Energia, Massa específica e Peso específico)

**Unidade de Viscosidade: 1 poise = 1 g/(cm·s) = 0,1 Pa·s**

**1 cp = 10<sup>-3</sup> Pa.s**

$$\text{Viscosidade} = \frac{\text{Energia}}{\text{Área} \cdot \text{velocidade}}$$

O centipoise é a unidade de medida mais utilizada.

A água tem uma viscosidade de 1,0020 cP a 20 °C e 0,891 cP a 25° C.



$$P = \rho g h$$

$$P = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}$$

$$P = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

$\frac{E}{\text{vol}} = P$

viscosidade ( $\eta$ )

$$\eta = \frac{E}{A \cdot v}$$

velocidade

$$\eta = \frac{ML^2 T^{-2}}{L \cdot LT^{-1}}$$

$$\eta = ML^{-1} T^{-1}$$

$$P = ML^{-1} T^{-2}$$

$$\eta = P \cdot \text{tempo}$$

$$\eta = \text{Pascal} \cdot \text{tempo}$$

$$\eta = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

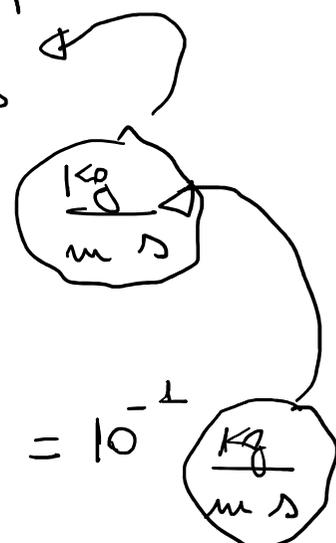
$$\eta = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$\eta = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$1 \text{ poise} = \frac{1 \text{ g}}{\text{cm} \cdot \text{s}}$$

$$\approx 1 \text{ poise} = \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}} = 10^{-1} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$1 \text{ poise} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$





**Viscosidade:** é a propriedade física que caracteriza a resistência de um fluido ao escoamento. Ou seja, quanto maior a viscosidade, menor será a velocidade com que o fluido se movimenta.

$$\text{Viscosidade} = \frac{\text{Energia}}{\text{Área} \cdot \text{velocidade}}$$

Tabela 2 - Valores médios de condutividade elétrica, pH, acidez, índice de formol, cinzas, proteína e viscosidade determinados em meses produzidos por *Apis mellifera*, no período de fevereiro a outubro de 2005, em fragmento de cerrado no município de Itirapina-SP.

Mês de coleta	Condutividade elétrica ( $\mu\text{S}$ )	pH	Acidez ( $\text{meq kg}^{-1}$ )	Índice de formol ( $\text{mL kg}^{-1}$ )	Cinzas (%)	Proteína (%)	Viscosidade ( $\text{mPa}\cdot\text{s}$ )
02	1095,7	4,3	33,3	9,3	0,54	0,59	1070,0
03	1428,3	4,6	28,3	9,3	0,72	0,57	2683,3
04	1851,3	4,9	23,3	9,0	1,02	0,98	2636,7
05	1744,3	4,9	24,7	11,7	0,85	0,66	3536,7
06	1220,0	4,7	37,0	15,3	0,71	0,81	3550,0
07	1334,7	4,3	47,0	16,7	0,57	0,74	1123,3
08	547,0	4,3	24,3	7,0	0,20	0,58	2863,3
09	283,7	4,0	15,1	8,4	0,06	1,00	4546,7
10	227,3	3,8	17,8	6,0	0,04	0,13	2766,7
Média	1081,4	4,4	27,9	10,3	0,52	0,67	2753,0
Desvio padrão	679,0	0,4	9,9	3,6	0,35	0,25	1117,2
Normas (BRASIL, 2000)	---	---	Máx. 50,0	---	Máx. 0,60	---	

**mPa.s (milipascal =  $10^{-3}$ )**

**1 cP = 1 mPa**

**A água tem uma viscosidade de 1,0020 cP**



# Hidrodinâmica

mail: jhmirand@usp.br

**Viscosidade:** é a propriedade física que caracteriza a resistência de um fluido ao escoamento. Ou seja, quanto maior a viscosidade, menor será a velocidade com que o fluido se movimenta.

$$\text{Viscosidade} = \frac{\text{Energia}}{\text{Área} \cdot \text{velocidade}}$$

$$1 \text{ poise} = 1 \text{ g}/(\text{cm} \cdot \text{s}) = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$1 \text{ Pa} = \rho \cdot g \cdot h = \text{M L}^{-3} \cdot \text{L T}^{-2} \cdot \text{L} = \text{M L}^{-1} \text{ T}^{-2}$$

Tabela 2 - Valores médios de condutividade elétrica, pH, acidez, índice de formol, cinzas, proteína e viscosidade determinados em meses produzidos por *Apis mellifera*, no período de fevereiro a outubro de 2005, em fragmento de cerrado no município de Itirapina-SP.

Mês de coleta	Condutividade elétrica (µS)	pH	Acidez (meq kg <sup>-1</sup> )	Índice de formol (mL kg <sup>-1</sup> )	Cinzas (%)	Proteína (%)	Viscosidade (mPa.s)
02	1095,7	4,3	33,3	9,3	0,54	0,59	1070,0
03	1428,3	4,6	28,3	9,3	0,72	0,57	2683,3
04	1851,3	4,9	23,3	9,0	1,02	0,98	2636,7
05	1744,3	4,9	24,7	11,7	0,85	0,66	3536,7
06	1220,0	4,7	37,0	15,3	0,71	0,81	3550,0
07	1334,7	4,3	47,0	16,7	0,57	0,74	1123,3
08	547,0	4,3	24,3	7,0	0,20	0,58	2863,3
09	283,7	4,0	15,1	8,4	0,06	1,00	4546,7
10	227,3	3,8	17,8	6,0	0,04	0,13	2766,7
Média	1081,4	4,4	27,9	10,3	0,52	0,67	2753,0
Desvio padrão	679,0	0,4	9,9	3,6	0,35	0,25	1117,2
Normas (BRASIL, 2000)	---	---	Máx. 50,0	---	Máx. 0,60	---	

$\text{mPa} \cdot \text{s} = \text{Pressão} \cdot \text{tempo}$   
 (milipascal = 10<sup>-3</sup>)  
 1 cP = 1 mPa  
 A água tem uma viscosidade de 1,0020 cP

$$\pi r^2$$

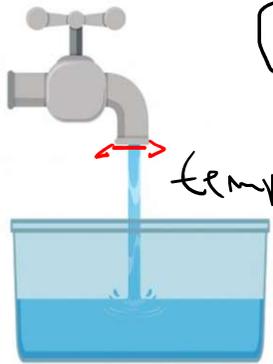
Q = Seção · Velocidade

$$Q = S \cdot v$$

$$\frac{\pi d^2}{4}$$

## 4.2. Vazão (Q), Equação da Continuidade e Teorema de Bernoulli

\* Vazão (Q):



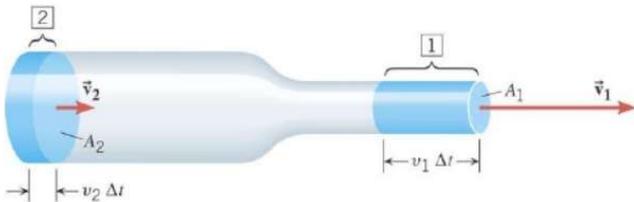
$$Q = \frac{\text{Volume}}{\text{tempo}}$$

$L, mL, m^3$   
 $m^3$   
 $L^3 T^{-1}$   
 $\frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow m/s$

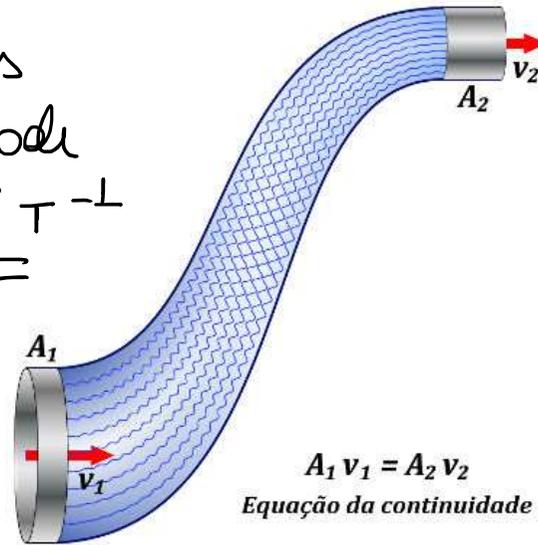
$1 m^3 = 1000 L$   
 $1 dm^3 = 1 L$   
 $1 cm^3 = 1 mL$   
 $1 L = 1000 mL$

$Q = \text{Área} \cdot \text{Velocidade}$   
 $Q = L^2 \cdot L T^{-1} = L^3 T^{-1}$

\* Equação da Continuidade:



$$Q_1 = Q_2$$

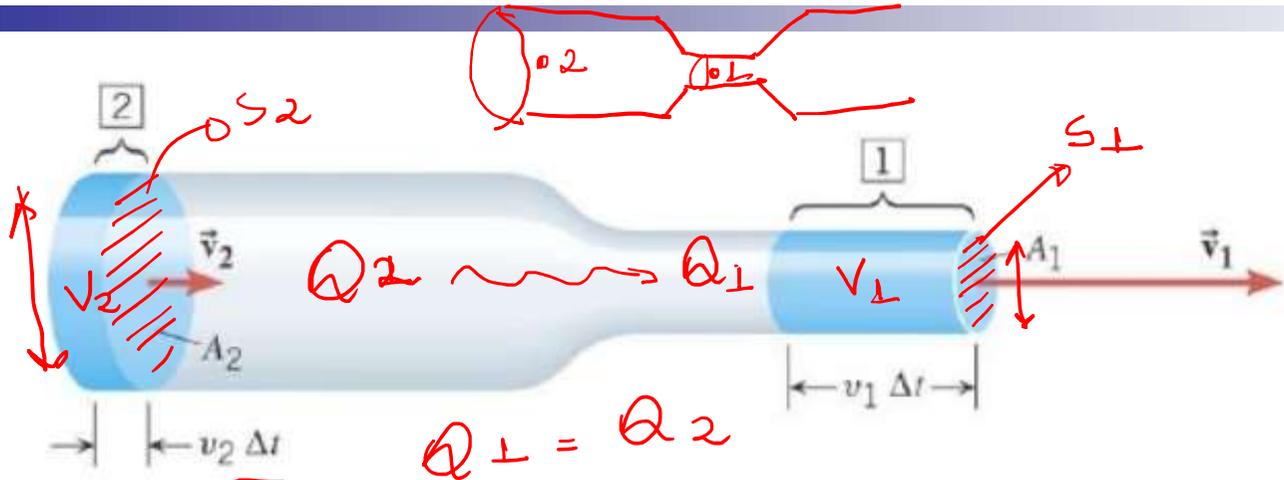


$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

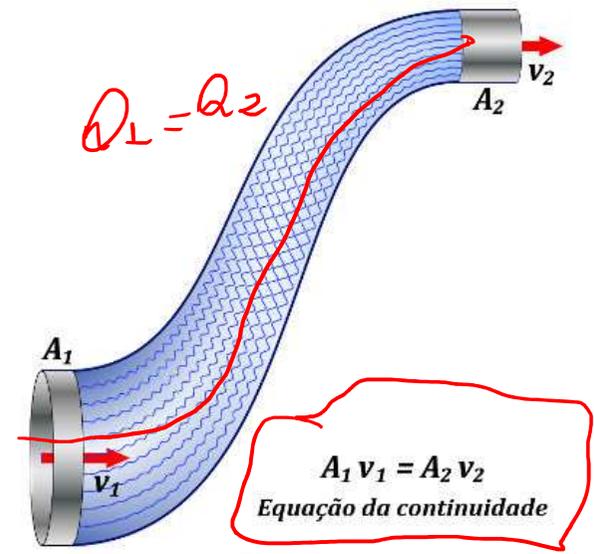
Equação da continuidade



# Hidrodinâmica

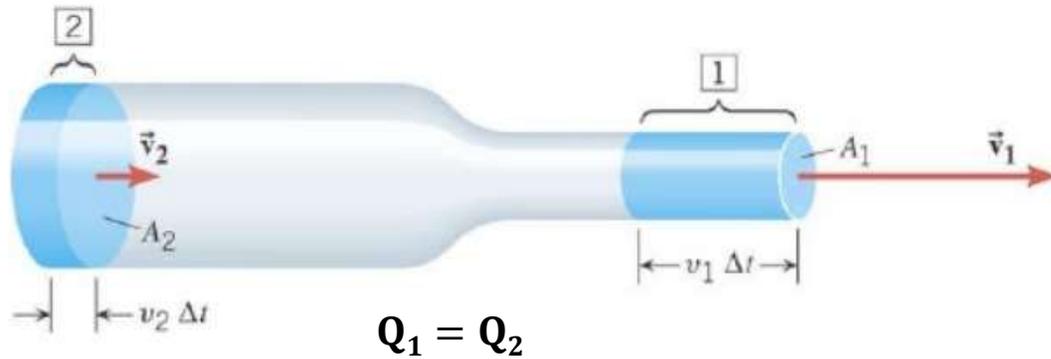


$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$
$$v_1 = \frac{S_2 \cdot v_2}{S_1}$$
$$\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot v_2$$

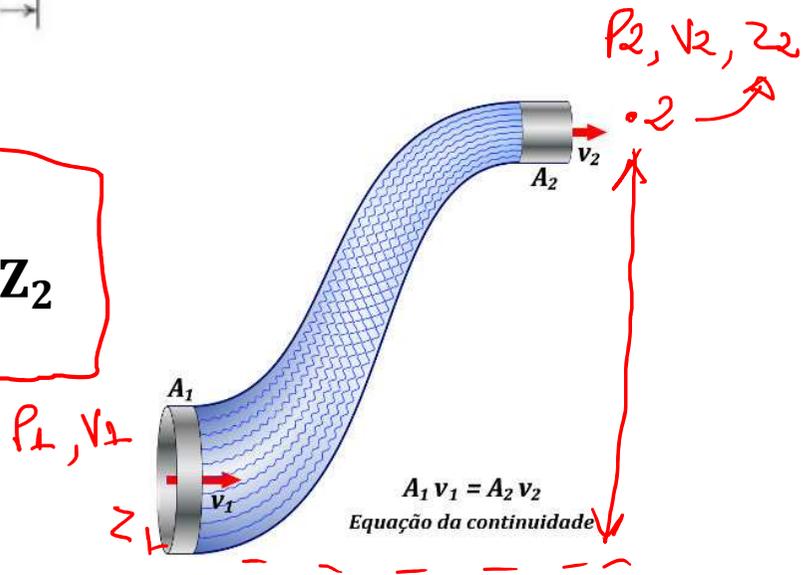


## 4.2. Vazão (Q), Equação da Continuidade e Teorema de Bernoulli

### \* Equação da Continuidade:



$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + Z_2$$





$$h \sigma \left( \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 \right) = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$   
 $P = \text{pressão}$

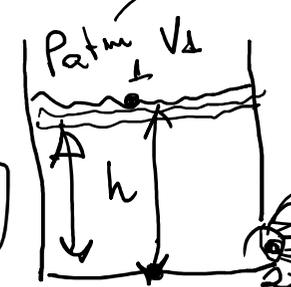
$\rho = \text{peso específico}$   
 $v = \text{velocidade}$   
 $z = \text{cota}$

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

$$\frac{P}{\rho} = h$$

$$\frac{(L T^{-1})^2}{L T^{-2}} = \frac{L T^{-2}}{L T^{-2}} = L$$

$$L = L \rightarrow P + \rho$$



$$z_1 - z_2 = h$$

$$P_2 = P_{atm}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_1^2}{2g} + (z_1 - z_2)$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = h$$

$$V_2^2 = 2gh$$

$$V_2 = \sqrt{2gh}$$

$$Q = S \cdot V = S \cdot \sqrt{2gh}$$

$$S \cdot \sqrt{\frac{\pi d^2}{4} \cdot 2gh}$$