Física 1 (4310145)
Energia Potencial e Conservação da Energia

Sumário

Sumário

Sumário

- A força transfere energia para o sistema (partícula): $W = \Delta K$

- A força transfere energia para o sistema (duas partículas): $W_{ext} \neq \Delta K$

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh

- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

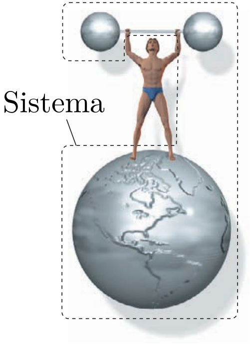
$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh

- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional



- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

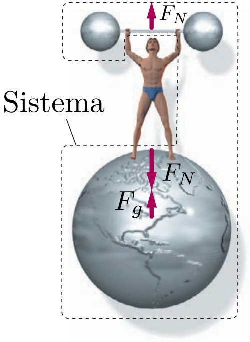
$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh

- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional



Energia Potencial U
Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

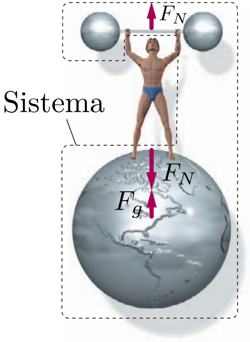
- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional



- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

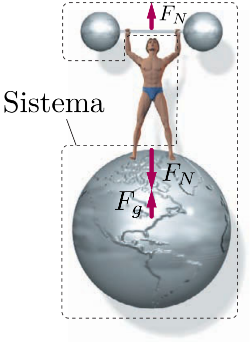
- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

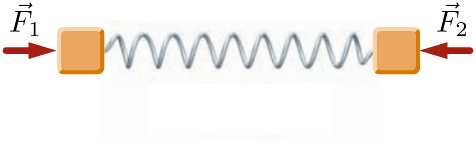
$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

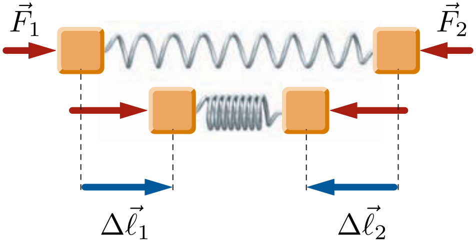


- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.

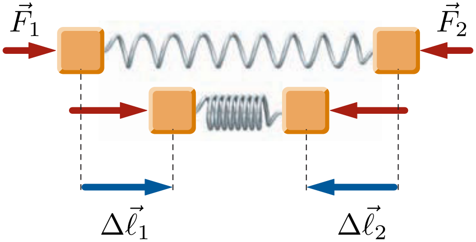
- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.



- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.



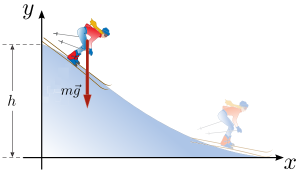
- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.

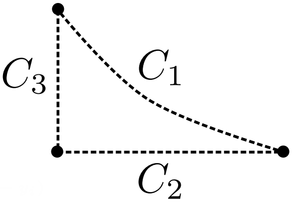


Sumário

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado



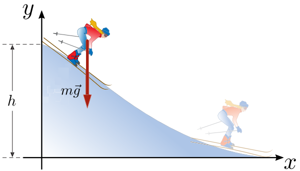


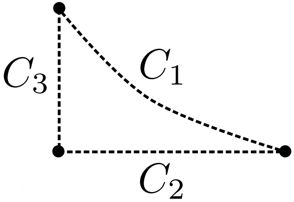
Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

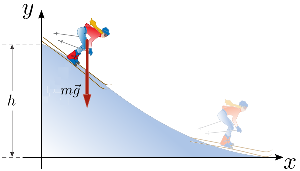


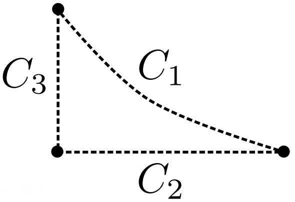


Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$





Trabalho realizado pela gravidade

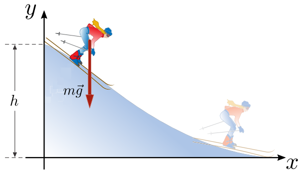
- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

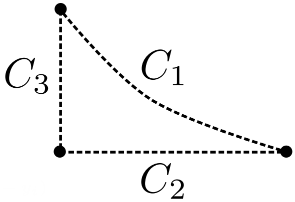
$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell}$$



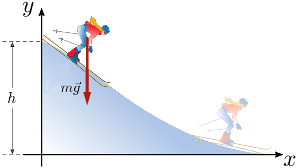


Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$



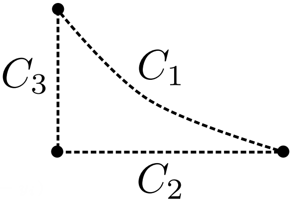
- Para o caminho C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell}$$

$$= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath})$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\, dy$$

$$= -mg(y_f - y_i) = mgh$$



Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

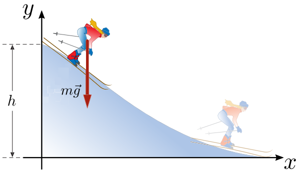
- Para o caminho C_1, temos

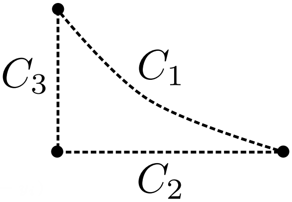
$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell}$$

$$= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath})$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy$$

$$= -mg(y_f - y_i) = mgh$$





Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

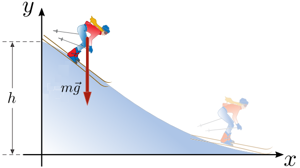
- Para o caminho C_1, temos

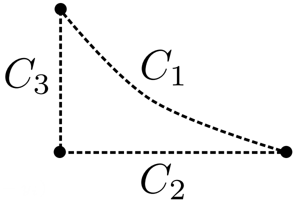
$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell}$$

$$= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath})$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy$$

$$= -mg(y_f - y_i) = mgh$$





Trabalho realizado pela gravidade

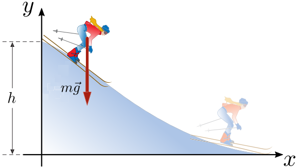
- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

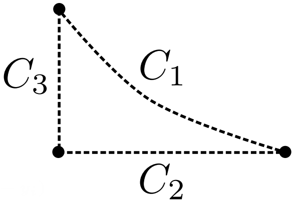
$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh \end{aligned}$$





Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

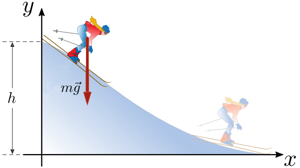
$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

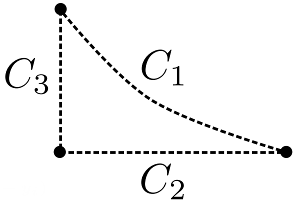
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\, dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

- Para o caminho C_2, temos





Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

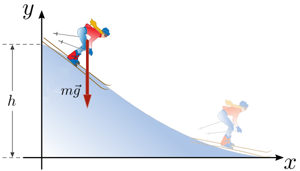
$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

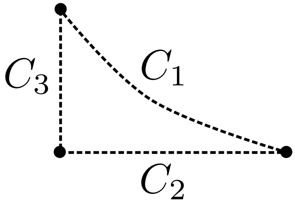
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

- Para o caminho C_2, temos





Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

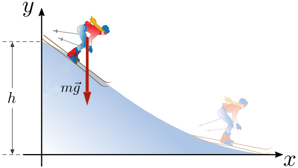
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

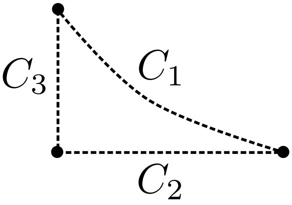
- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\
&= 0
\end{aligned}$$





- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

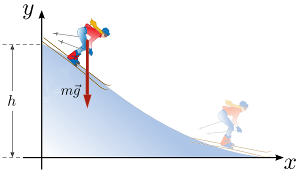
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

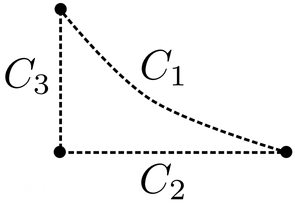
- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh\end{aligned}$$

- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0\end{aligned}$$





- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

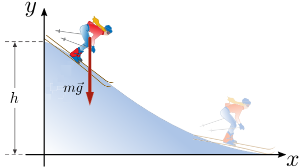
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

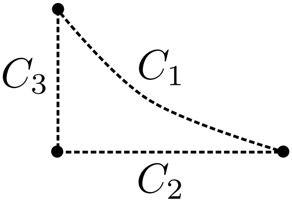
- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_2} (-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i}) \\
&= 0
\end{aligned}$$





Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

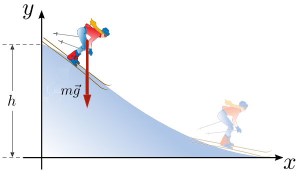
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

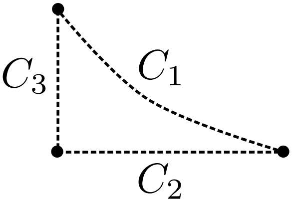
$$\begin{aligned}\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh\end{aligned}$$

- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos



Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

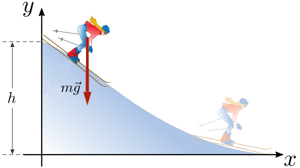
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

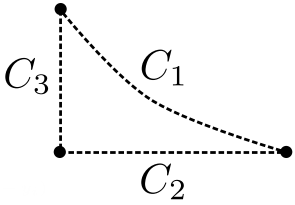
$$\begin{aligned}\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh\end{aligned}$$

- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos



Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

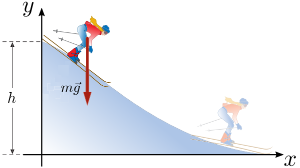
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh \end{aligned}$$

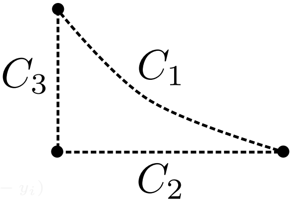
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0 \end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\ &= -mgh \end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $W_g = 0$

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

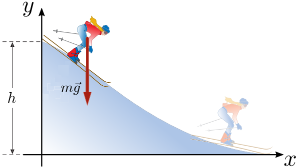
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh \end{aligned}$$

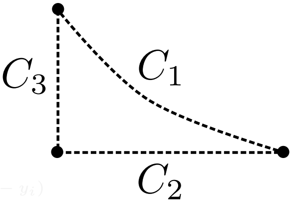
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0 \end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\ &= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\ &= -mgh \end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero $\boxed{W_g = 0}$

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

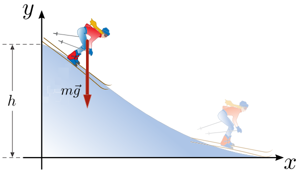
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

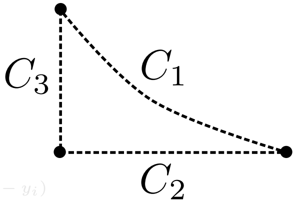
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\
&= 0
\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\
&= -mgh
\end{aligned}$$



Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

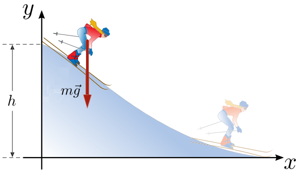
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

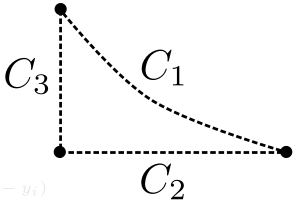
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\
&= 0
\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\
&= -mgh
\end{aligned}$$



Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

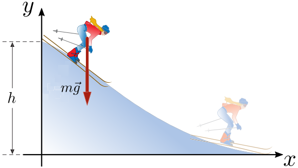
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\, dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

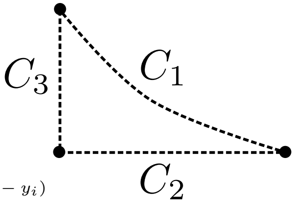
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\
&= 0
\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{y_i}^{y_f} -mg\, dy = -mg(y_f - y_i) \\
&= -mgh
\end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $W_g = 0$

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

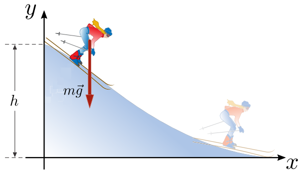
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

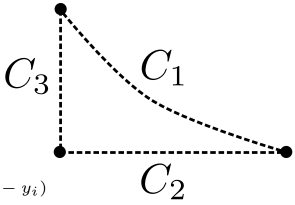
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\
&= 0
\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\
&= -mgh
\end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

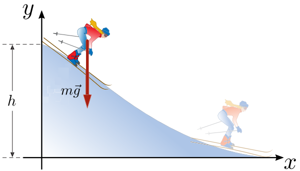
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\
&= -mg(y_f - y_i) = mgh
\end{aligned}$$

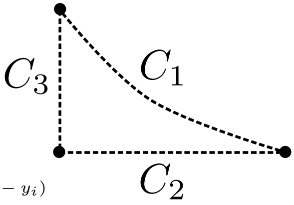
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\
&= 0
\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}
\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{\ell} \\
&= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\
&= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\
&= -mgh
\end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$

- Em uma situação em que o trabalho total realizado sobre o corpo pela força depende apenas das posições inicial e final do corpo, e não do caminho percorrido, a força que realiza o trabalho é chamada de força conservativa

Força Conservativa

O trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula é independente do caminho percorrido pela partícula de um ponto a outro.

Força Conservativa - Definição Alternativa

Uma força é conservativa se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula é zero quando a partícula percorre qualquer caminho fechado, retornando a sua posição inicial.

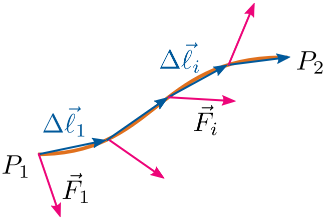
Forças Conservativas e Não-Conservativas
Energia Potencial e conservação de energia

- Considere o trabalho no caminho

- Teremos

$$\int_{\substack{P_1 \\ (C)}}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = - \int_{\substack{P_2 \\ (C)}}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

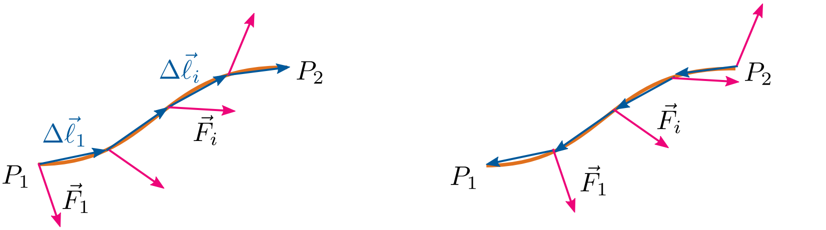
- Considere o trabalho no caminho



- Teremos

$$\int_{\substack{P_1\\(C)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -\int_{\substack{P_2\\(C)}}^{P_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

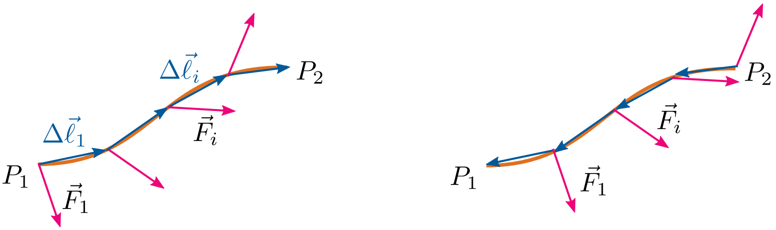
- Considere o trabalho no caminho



- Teremos

$$\int_{\substack{P_1 \\ (C)}}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -\int_{\substack{P_2 \\ (C)}}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Considere o trabalho no caminho

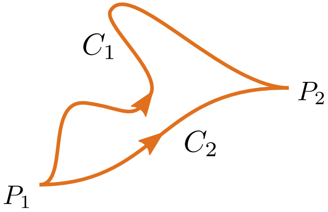


- Teremos

$$\underset{(C)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = - \underset{(C)}{\int_{P_2}^{P_1}} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Caso tenhamos uma força conservativa $\vec{F}$ e dois caminhos C_1 e C_2 ligando os pontos P_1 e P_2, teremos

$$\int_{\substack{P_1\\(C_1)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{\substack{P_1\\(C_2)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \quad \Rightarrow \quad -\int_{\substack{P_2\\(C_1)}}^{P_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{\substack{P_1\\(C_2)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

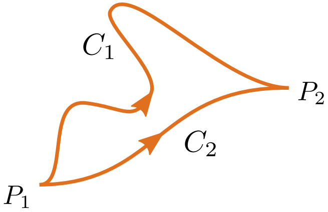


- Temos portanto

$$\int_{\substack{P_1\\(C_2)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{\substack{P_2\\(C_1)}}^{P_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \oint_{(C)} \vec{F}\cdot d\ell = 0$$

- Caso tenhamos uma força conservativa $\vec{F}$ e dois caminhos C_1 e C_2 ligando os pontos P_1 e P_2, teremos

$$\int_{\substack{P_1\\(C_1)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{\substack{P_1\\(C_2)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \quad \Rightarrow \quad -\int_{\substack{P_2\\(C_1)}}^{P_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{\substack{P_1\\(C_2)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

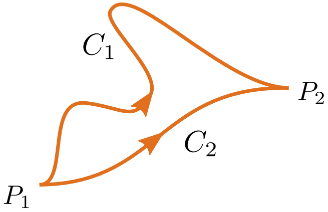


- Temos portanto

$$\int_{\substack{P_1\\(C_2)}}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{\substack{P_2\\(C_1)}}^{P_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \oint_{(C)} \vec{F}\cdot d\ell = 0$$

- Caso tenhamos uma força conservativa $\vec{F}$ e dois caminhos C_1 e C_2 ligando os pontos P_1 e P_2, teremos

$$\underset{(C_1)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \underset{(C_2)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \quad \Rightarrow \quad -\underset{(C_1)}{\int_{P_2}^{P_1}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \underset{(C_2)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

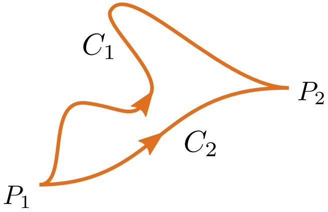


- Temos portanto

$$\underset{(C_2)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \underset{(C_1)}{\int_{P_2}^{P_1}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \underset{(C)}{\oint} \vec{F}\cdot d\ell = 0$$

- Caso tenhamos uma força conservativa $\vec{F}$ e dois caminhos C_1 e C_2 ligando os pontos P_1 e P_2, teremos

$$\underset{(C_1)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \underset{(C_2)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \quad \Rightarrow \quad -\underset{(C_1)}{\int_{P_2}^{P_1}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \underset{(C_2)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$



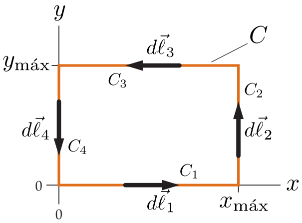
- Temos portanto

$$\underset{(C_2)}{\int_{P_1}^{P_2}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \underset{(C_1)}{\int_{P_2}^{P_1}} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \underset{(C)}{\oint} \vec{F}\cdot d\ell = 0$$

Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

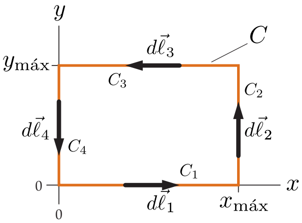
A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

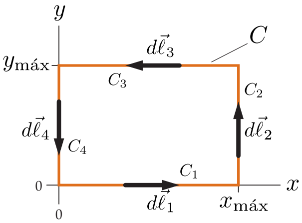


Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

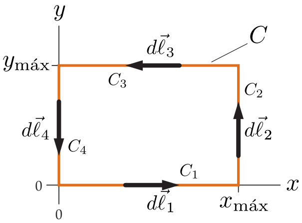


Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$



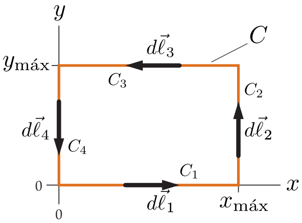
Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos



Exemplo: Integral em um caminho fechado

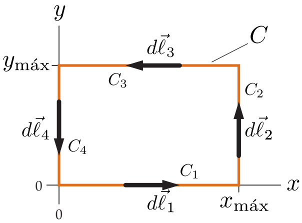
Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\,\hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

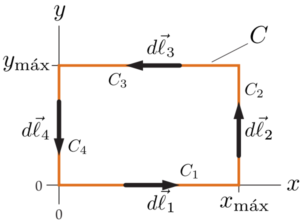
A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath})$$

$$= A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

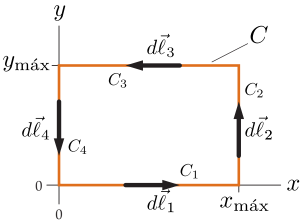
A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

Em C_2, temos



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

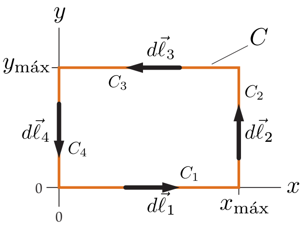
$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath})$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

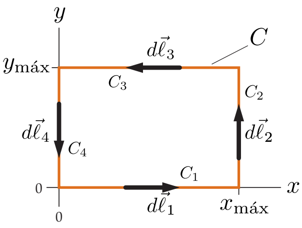
$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

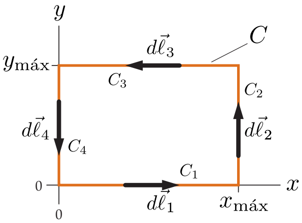
$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath})$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

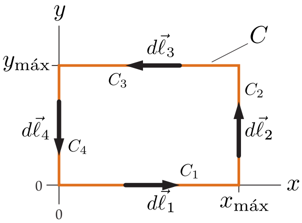
$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath})$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

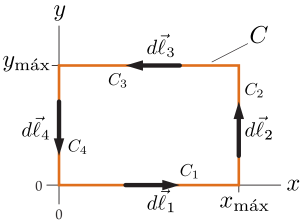
$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^0 x dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

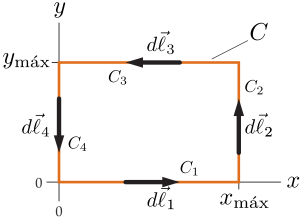
- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x\,dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

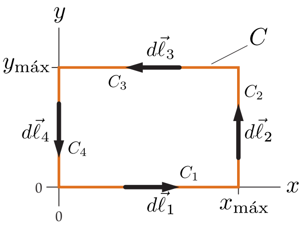
$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x\,dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$



- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath})$$

Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

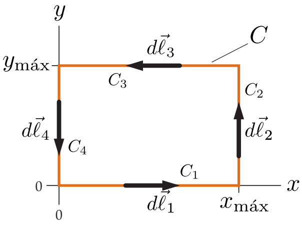
$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^0 x\,dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

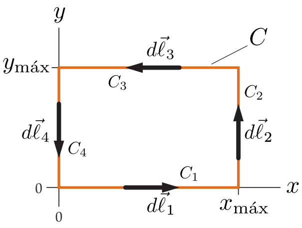
$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x\,dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$



- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

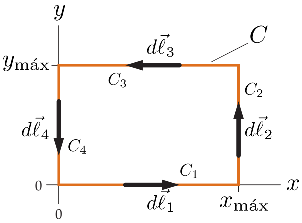
$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x\,dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = 0$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

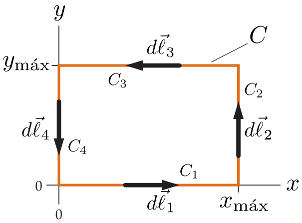
Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

- Teremos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

$$= \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0 - \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0$$

$$= 0$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

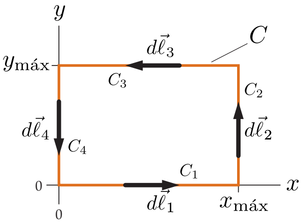
Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

- Teremos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

$$= \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0 - \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0$$

$$= 0$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

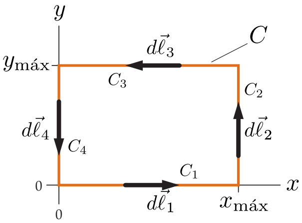
Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

- Teremos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

$$= \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0 - \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0$$

$$= 0$$

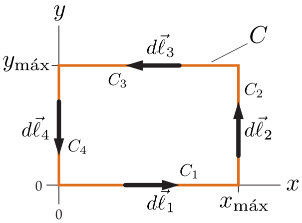


Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

- Teremos

$$
\begin{aligned}
\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} &= \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \\
&= \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0 - \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + 0 \\
&= 0
\end{aligned}
$$



Função Energia Potencial

- Já vimos que para uma força conservativa o trabalho W depende apenas das posições inicial e final.
- Vamos usar esta propriedade para definir a função energia potencial U.
- Quando o haltere é solto, o trabalho realizado pela gravidade diminui a energia potencial do sistema. Definimos a função energia potencial U de forma que o trabalho realizado por uma força conservativa é igual a diminuição da função energia potencial:

$$W = \int_{P_i}^{P_f} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -\Delta U$$

Função Energia Potencial

$$\Delta U = U_{P_f} - U_{P_i} = -\int_{P_i}^{P_f} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \qquad dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

Energia potencial gravitacional próximo à superfície da terra

- Podemos calcular a função energia potencial associada à força gravitacional próximo à superfície da Terra.
- Para a força $\vec{F} = -mg\,\hat{\jmath}$, temos

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -(-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}) = mg\,dy$$

- Integrando, obtemos

$$\Delta U = \int_{P_i}^{P_f} dU = U_{P_f} - U_{P_i} = \int_{P_i}^{P_f} mg\,dy = mg(y_f - y_i)$$

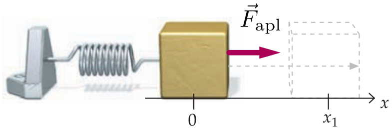
Energia potencial gravitacional próximo à superfície da terra

$$U_{P_f} = U_{P_i} + mg(y_f - y_i)$$

- tomando $U(y_i) = 0$ para $y_i = 0$, teremos: $U = mgy$

Energia potencial elástica

- Podemos calcular a função energia potencial associada à força elástica.



- Para a força $\vec{F} = -kx\,\hat{\imath}$, temos: $dU = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -(-kx\hat{\imath})\cdot(dx\hat{\imath}) = kx\,dx$
- Integrando

$$\Delta U = \int_{P_i}^{P_f} dU = U_{P_f} - U_{P_i} = \int_{P_i}^{P_f} kx\,dx = \frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)$$

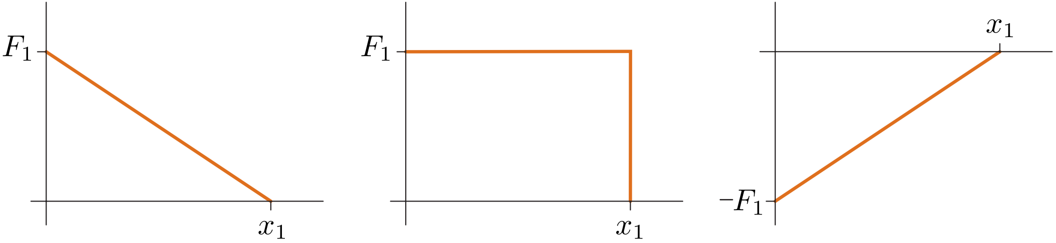
Energia potencial elástica

$$U_{P_f} = U_{P_i} + \frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)$$

- Tomando $U = 0$ para $x_i = 0$, obtemos: $U = \frac{k}{2}x^2$

Teste

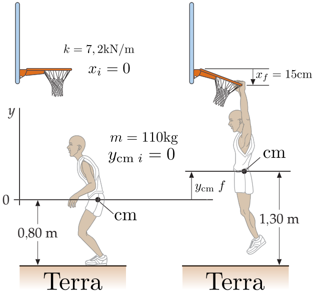
Uma partícula se move ao longo de um eixo x, de $x = 0$ para $x = x_1$, enquanto uma força conservativa, orientada ao longo do eixo x, age sobre a partícula. A figura mostra três situações nas quais a força varia com x. A força possui o mesmo módulo máximo F_1 nas três situações. Ordene as situações de acordo com a variação da energia potencial associada ao movimento da partícula, começando pela mais positiva.



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

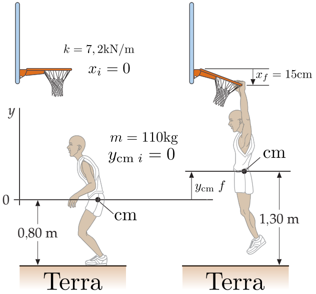
- A variação total da energia potencia é



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

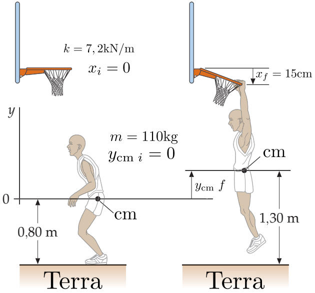


Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$= U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}})$$
$$+ U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})$$

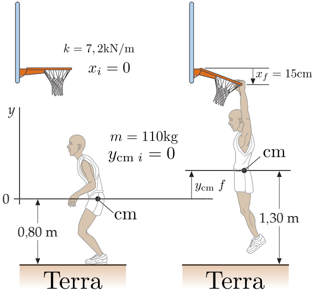


Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_g + \Delta U_e \\ &= U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) \\ &+ U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})\end{aligned}$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

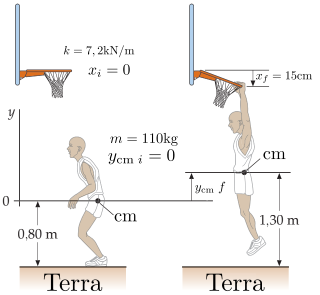
- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_g + \Delta U_e \\ &= U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) \\ &\quad + U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})\end{aligned}$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

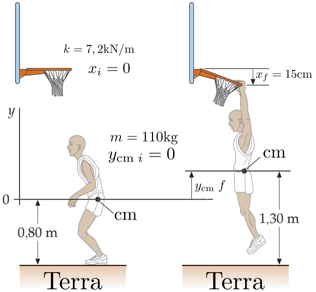
- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80$m do chão e $1,30$m acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_g + \Delta U_e \\ &= U_g(y_{\mathsf{cm\ f}}) - U_g(y_{\mathsf{cm\ i}}) \\ &+ U_e(x_{\mathsf{f}}) - U_e(x_{\mathsf{i}})\end{aligned}$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

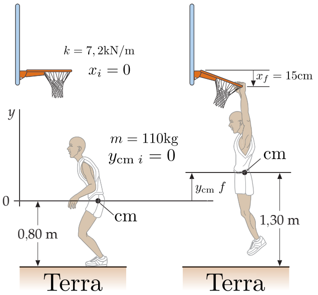
- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2\times 10^2\ \text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\boxed{\Delta U = 6,2\times 10^2\ \text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_g + \Delta U_e \\ &= U_g(y_{\mathsf{cm\ f}}) - U_g(y_{\mathsf{cm\ i}}) \\ &+ U_e(x_{\mathsf{f}}) - U_e(x_{\mathsf{i}})\end{aligned}$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

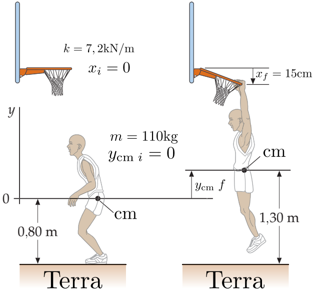
- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta U_g + \Delta U_e \\ &= U_g(y_{\mathsf{cm\ f}}) - U_g(y_{\mathsf{cm\ i}}) \\ &+ U_e(x_{\mathsf{f}}) - U_e(x_{\mathsf{i}}) \end{aligned}$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

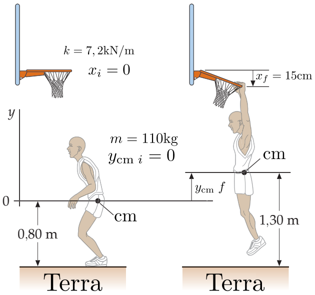
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80$m do chão e $1,30$m acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_g + \Delta U_e \\ &= U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) \\ &+ U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})\end{aligned}$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

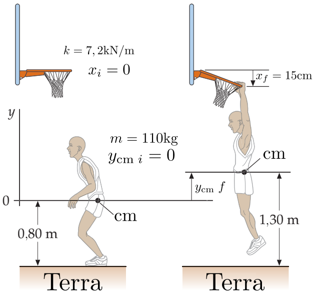
- A energia potencial final é

$$\begin{aligned}U_f &= U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m}) \\ U_f &= 6,2 \times 10^2\,\text{J}\end{aligned}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80$m do chão e $1,30$m acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta U_g + \Delta U_e \\ &= U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) \\ &+ U_e(x_\text{f}) - U_e(x_\text{i}) \end{aligned}$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

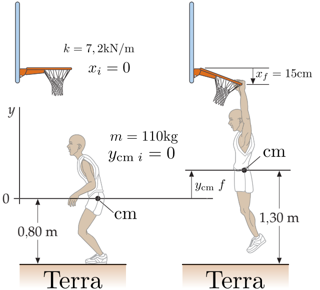
- A energia potencial final é

$$\begin{aligned} U_f &= U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m}) \\ U_f &= 6,2 \times 10^2\,\text{J} \end{aligned}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Sumário

Conservação da Energia Mecânica

- Já vimos que

$$W_{\text{tot}} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{\text{sis}}$$

- Dois tipos de forças podem atuar em um sistema:
  - Forças internas $\implies$ • Conservativas • Não-conservativas
  - Forças externas
- O trabalho total pode ser escrito como

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} + W_{\text{c}} \implies W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = W_{\text{tot}} - W_{\text{c}}$$

- Usando $W_{\text{c}} = -\Delta U_{\text{sis}}$ e $W_{\text{tot}} = \Delta K_{\text{sis}}$

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} &= \Delta K_{\text{sis}} + \Delta U_{\text{sis}} \\ &= (K_{\text{sis,f}} - K_{\text{sis,i}}) + (U_{\text{sis,f}} - U_{\text{sis,i}}) \end{aligned}$$

- Vamos definir $E_{\text{mec}} = K_{\text{sis}} + U_{\text{sis}}$

$$W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} \implies W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

Conservação da Energia Mecânica

- Já vimos que

$$W_{\text{tot}} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{\text{sis}}$$

- Dois tipos de forças podem atuar em um sistema:
  - Forças internas $\implies$ • Conservativas • Não-conservativas
  - Forças externas
- O trabalho total pode ser escrito como

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} + W_{\text{c}} \implies W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = W_{\text{tot}} - W_{\text{c}}$$

- Usando $W_{\text{c}} = -\Delta U_{\text{sis}}$ e $W_{\text{tot}} = \Delta K_{\text{sis}}$

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} &= \Delta K_{\text{sis}} + \Delta U_{\text{sis}} \\ &= (K_{\text{sis,f}} - K_{\text{sis,i}}) + (U_{\text{sis,f}} - U_{\text{sis,i}}) \end{aligned}$$

- Vamos definir $E_{\text{mec}} = K_{\text{sis}} + U_{\text{sis}}$

$$W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} \implies W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

Conservação da Energia Mecânica

- Já vimos que

$$W_{\text{tot}} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{\text{sis}}$$

- Dois tipos de forças podem atuar em um sistema:
  - Forças internas $\Longrightarrow$ • Conservativas • Não-conservativas
  - Forças externas
- O trabalho total pode ser escrito como

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} + W_{\text{c}} \quad \Longrightarrow \quad W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = W_{\text{tot}} - W_{\text{c}}$$

- Usando $W_{\text{c}} = -\Delta U_{\text{sis}}$ e $W_{\text{tot}} = \Delta K_{\text{sis}}$

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} &= \Delta K_{\text{sis}} + \Delta U_{\text{sis}} \\ &= (K_{\text{sis,f}} - K_{\text{sis,i}}) + (U_{\text{sis,f}} - U_{\text{sis,i}}) \end{aligned}$$

- Vamos definir $E_{\text{mec}} = K_{\text{sis}} + U_{\text{sis}}$

$$W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} \quad \Longrightarrow \quad W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

Conservação da Energia Mecânica

- Já vimos que

$$W_{\text{tot}} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{\text{sis}}$$

- Dois tipos de forças podem atuar em um sistema:
  - Forças internas $\implies$ • Conservativas • Não-conservativas
  - Forças externas
- O trabalho total pode ser escrito como

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} + W_{\text{c}} \implies W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = W_{\text{tot}} - W_{\text{c}}$$

- Usando $W_{\text{c}} = -\Delta U_{\text{sis}}$ e $W_{\text{tot}} = \Delta K_{\text{sis}}$

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} &= \Delta K_{\text{sis}} + \Delta U_{\text{sis}} \\ &= (K_{\text{sis,f}} - K_{\text{sis,i}}) + (U_{\text{sis,f}} - U_{\text{sis,i}}) \end{aligned}$$

- Vamos definir $E_{\text{mec}} = K_{\text{sis}} + U_{\text{sis}}$

$$W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} \implies W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

Conservação da Energia Mecânica

- Já vimos que
$$W_{\text{tot}} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{\text{sis}}$$
- Dois tipos de forças podem atuar em um sistema:
  - Forças internas $\Longrightarrow$ • Conservativas • Não-conservativas
  - Forças externas
- O trabalho total pode ser escrito como
$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} + W_{\text{c}} \quad \Longrightarrow \quad W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = W_{\text{tot}} - W_{\text{c}}$$
- Usando $W_{\text{c}} = -\Delta U_{\text{sis}}$ e $W_{\text{tot}} = \Delta K_{\text{sis}}$
$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} &= \Delta K_{\text{sis}} + \Delta U_{\text{sis}} \\ &= (K_{\text{sis,f}} - K_{\text{sis,i}}) + (U_{\text{sis,f}} - U_{\text{sis,i}}) \end{aligned}$$
- Vamos definir $E_{\text{mec}} = K_{\text{sis}} + U_{\text{sis}}$
$$W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} \quad \Longrightarrow \quad W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

Conservação da Energia Mecânica

- Já vimos que

$$W_{\text{tot}} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{\text{sis}}$$

- Dois tipos de forças podem atuar em um sistema:
  - Forças internas $\implies$ • Conservativas • Não-conservativas
  - Forças externas
- O trabalho total pode ser escrito como

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} + W_{\text{c}} \implies W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = W_{\text{tot}} - W_{\text{c}}$$

- Usando $W_{\text{c}} = -\Delta U_{\text{sis}}$ e $W_{\text{tot}} = \Delta K_{\text{sis}}$

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} &= \Delta K_{\text{sis}} + \Delta U_{\text{sis}} \\ &= (K_{\text{sis,f}} - K_{\text{sis,i}}) + (U_{\text{sis,f}} - U_{\text{sis,i}}) \end{aligned}$$

- Vamos definir $E_{\text{mec}} = K_{\text{sis}} + U_{\text{sis}}$

$$W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} \implies W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

Conservação da Energia Mecânica

- Já vimos que

$$W_{\text{tot}} = \sum_i \Delta K_i = \Delta K_{\text{sis}}$$

- Dois tipos de forças podem atuar em um sistema:
  - Forças internas $\implies$ • Conservativas • Não-conservativas
  - Forças externas
- O trabalho total pode ser escrito como

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} + W_{\text{c}} \implies W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = W_{\text{tot}} - W_{\text{c}}$$

- Usando $W_{\text{c}} = -\Delta U_{\text{sis}}$ e $W_{\text{tot}} = \Delta K_{\text{sis}}$

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} =& \Delta K_{\text{sis}} + \Delta U_{\text{sis}} \\ =& (K_{\text{sis,f}} - K_{\text{sis,i}}) + (U_{\text{sis,f}} - U_{\text{sis,i}}) \end{aligned}$$

- Vamos definir $E_{\text{mec}} = K_{\text{sis}} + U_{\text{sis}}$

$$W_{\text{ext}} + W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} \implies W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

Conservação da Energia Mecânica

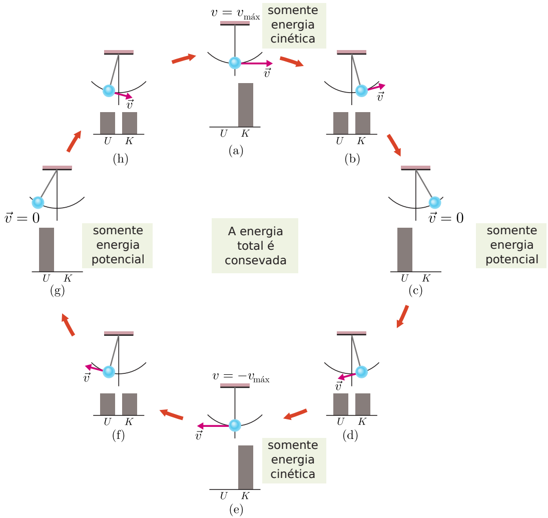
Teorema trabalho-energia

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Caso $W_{\text{ext}} = 0$ e $W_{\text{nc}} = 0$, teremos

Conservação de Energia Mecânica

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0 \qquad E_{\text{mec,f}} = E_{\text{mec,i}} = K_f + U_f = K_i + U_i = \text{constante}$$



- Podemos aplicar a relação:

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Se o sistema é formado pelo pêndulo + Terra, teremos:

$$W_{\text{ext}} = 0$$
$$W_{\text{nc}} = 0$$

- Portanto

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$
$$E_{\text{mec,f}} = E_{\text{mec,i}} = K_f + U_f = K_i + U_i$$

Conservação da Energia Mecânica
Exemplo: caso com atrito

- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

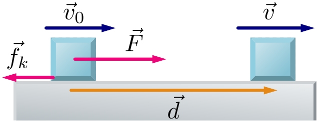
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

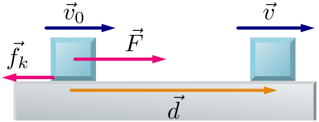
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

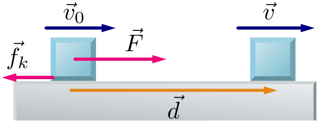
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

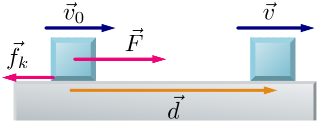
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



Conservação da Energia Mecânica
Exemplo: caso com atrito

- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

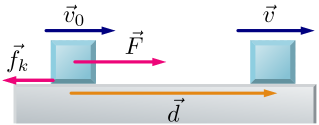
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



Conservação da Energia Mecânica

Exemplo: caso com atrito

- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

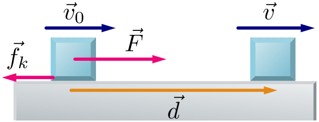
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



Conservação da Energia Mecânica
Exemplo: caso com atrito

- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

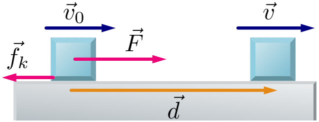
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



- Da 2° Lei de Newton

$$F - f_k = ma \qquad (1)$$

- como as forças são constantes, podemos usar

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \qquad (2)$$

- Combinando as Eq.(1) e (2), temos

$$v^2 = v_0^2 + 2\frac{(F - f_k)}{m}d$$

- que pode ser escrita como

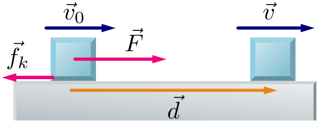
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d$$

- ou ainda

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d$$

- Experimentalmente, observa-se que

$$\boxed{\Delta E_t = f_k d}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16$m/s a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}(v_i^2 - v_t^2)$$

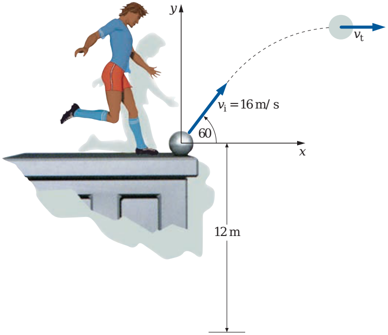
- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16\text{m/s}$ a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

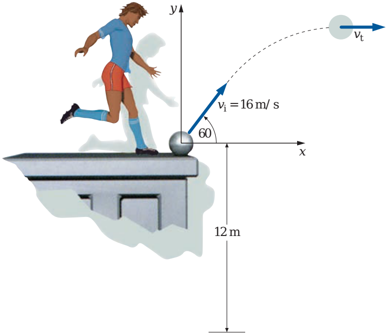
- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16\text{m/s}$ a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

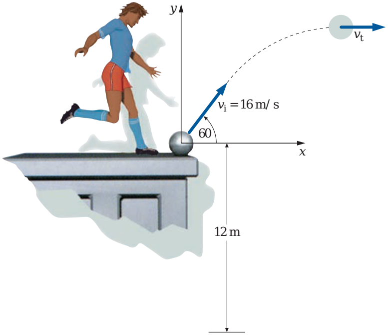
- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \Rightarrow \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16$m/s a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - \cancelto{0}{W_{\text{nc}}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

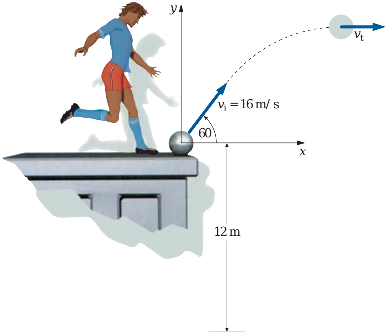
- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16$m/s a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - \cancelto{0}{W_{\text{nc}}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

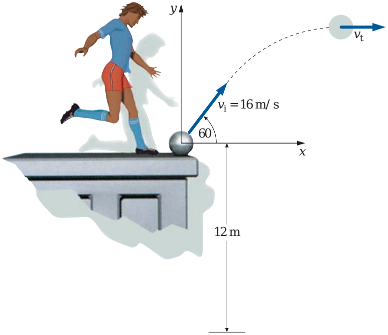
- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16$m/s a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - \cancelto{0}{W_{\text{nc}}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

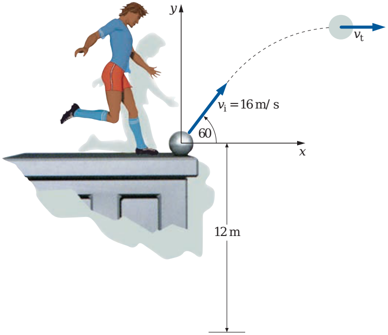
- $v_t = v_i\cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16$m/s a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - \cancelto{0}{W_{\text{nc}}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

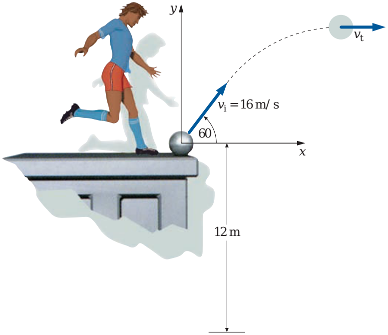
- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16\text{m/s}$ a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - \cancelto{0}{W_{\text{nc}}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

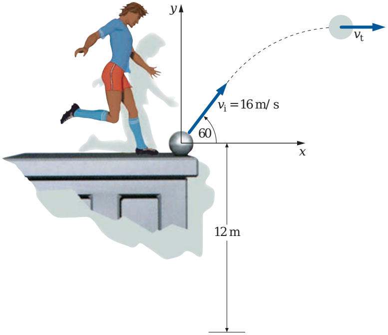
- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$

- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$



Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16\text{m/s}$ a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - \cancelto{0}{W_{\text{nc}}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

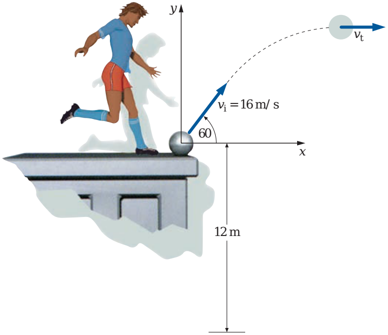
- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$



- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$

Exemplo: Chutando uma bola

Próximo a borda de um telhado de um prédio de 12m de altura, você chuta uma bola com uma rapidez inicial $v_i = 16$m/s a um angulo de $60°$ acima da horizontal. Desprezando a resitência do ar, encontre (a) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola e (b) sua rapidez, quando está prestes a tocar o solo.

- Sistema: Terra + bola
- Instante logo depois do chute até o instante logo antes da bola tocar no solo.
- Usamos

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - \cancelto{0}{W_{\text{nc}}}$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

$$E_{\text{mec},f} = E_{\text{mec},i}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

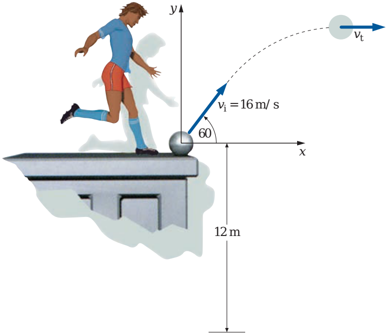
- Como $y_i = 0$, ficamos com

$$y_t = \frac{1}{2g}\left(v_i^2 - v_t^2\right)$$

- $v_t = v_i \cos(60°)$

$$y_t = \frac{v_i^2}{2g}\sin^2(60°)$$

$$\boxed{y_t = 9,8\text{m}}$$



- Para (b)

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 22\text{m/s}}$$

Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}m(v_i)^2 + mgy_i$$

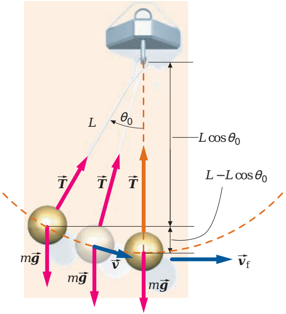
$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}}$$

- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$

$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$



Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

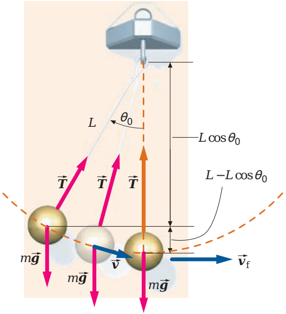
- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg\cancelto{0}{y_f} = \frac{1}{2}m(\cancelto{0}{v_i})^2 + mgy_i$$

$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}}$$



- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$

$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$

Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

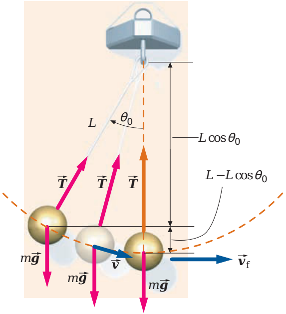
- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + \cancelto{0}{mgy_f} = \frac{1}{2}m(\cancelto{0}{v_i})^2 + mgy_i$$

$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}}$$



- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$

$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$

Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

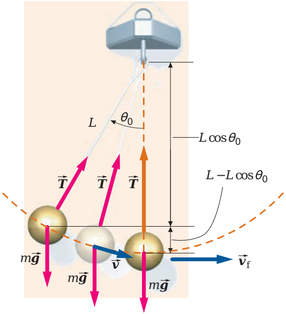
- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + \cancelto{0}{mgy_f} = \frac{1}{2}m(\cancelto{0}{v_i})^2 + mgy_i$$

$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}}$$



- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$

$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$

Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$
$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

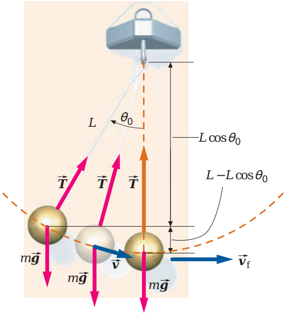
$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$
$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg\cancelto{0}{y_f} = \frac{1}{2}m(\cancelto{0}{v_i})^2 + mgy_i$$
$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$
$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)}}$$



- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$
$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$

Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

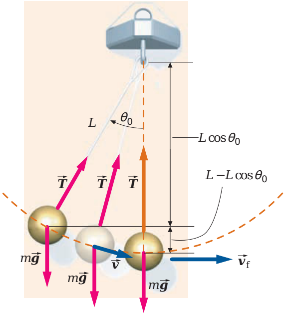
- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + \cancelto{0}{mgy_f} = \frac{1}{2}m(\cancelto{0}{v_i})^2 + mgy_i$$

$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)}}$$



- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$

$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$

Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$
$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

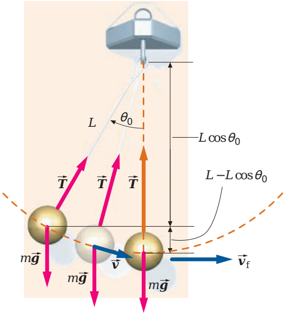
$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$
$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg\cancelto{0}{y_f} = \frac{1}{2}m(\cancelto{0}{v_i})^2 + mgy_i$$
$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$
$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}}$$



- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$
$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$

Exemplo: um pendulo

Um pêndulo de comprimento L é puxado até que o fio forme um ângulo θ_0 com a vertical e largado do repouso. Quando a massa passa pelo ponto ponto mais baixo do arco, encontre expressões para (a) a velocidade da bola e (b) a tensão do fio.

- Sistema: Pêndulo + Terra

$$\cancelto{0}{W_{\text{ext}}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$
$$W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}}$$

- A força $\vec{T}$ é interna e não-conservativa

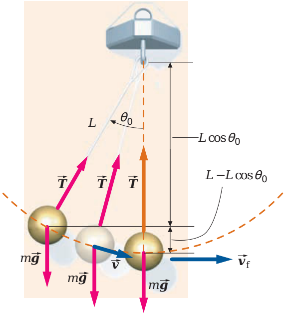
$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot d\vec{r}$$

usando $d\vec{r} = \vec{v}dt$, obtemos

$$W_{\text{nc}} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{T} \cdot \vec{v}dt = 0$$

- Teremos

$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$
$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg\cancelto{0}{y_f} = \frac{1}{2}m(\cancelto{0}{v_i})^2 + mgy_i$$
$$v_f = \sqrt{2gy_i}$$
$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}}$$



- No ponto mais baixo

$$T - mg = ma_y \qquad a_y = v_f^2/L$$
$$T = m\left(\frac{v_f^2}{L} + g\right) \implies \boxed{T = mg(3 - 2\cos\theta_0)}$$

Sumário

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

$$dU = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

$$dU = -(F_x\hat{\imath})\cdot(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$

$$dU = -F_x dx$$

- A componente F_x da força é portanto

- Exemplo - sistema massa-mola

Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x \hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$dU = -(F_x \hat{\imath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$

$$dU = -F_x dx$$

- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$dU = -(F_x\hat{\imath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$

$$dU = -F_x dx$$

- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

$$
\begin{aligned}
dU &= -\vec{F} \cdot d\vec{\ell} \\
dU &= -(F_x\hat{\imath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}) \\
dU &= -F_x dx
\end{aligned}
$$

- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$dU = -(F_x\hat{\imath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$

$$dU = -F_x dx$$

- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x \hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

$$\begin{aligned} dU &= -\vec{F} \cdot d\vec{\ell} \\ dU &= -(F_x \hat{\imath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}) \\ dU &= -F_x dx \end{aligned}$$

- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

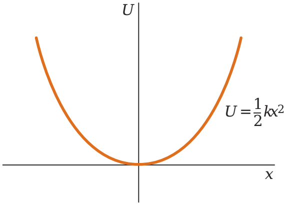
Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

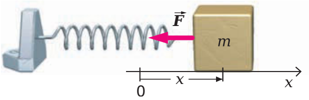
$$dU = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$
$$dU = -(F_x\hat{\imath})\cdot(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$
$$dU = -F_x dx$$



- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola



$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

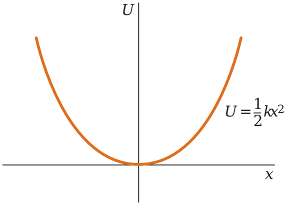
Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

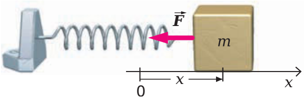
$$dU = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$
$$dU = -(F_x\hat{\imath})\cdot(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$
$$dU = -F_x dx$$



- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola



$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

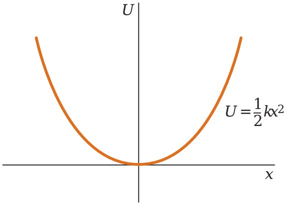
Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

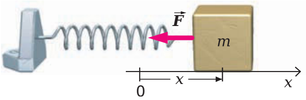
$$
\begin{aligned}
dU &= -\vec{F}\cdot d\vec{\ell} \\
dU &= -(F_x\hat{\imath})\cdot(dx\hat{\imath}+dy\hat{\jmath}+dz\hat{k}) \\
dU &= -F_x dx
\end{aligned}
$$



- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola



$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

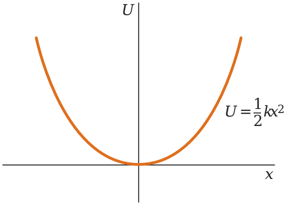
Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

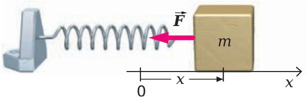
$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$
$$dU = -(F_x\hat{\imath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$
$$dU = -F_x dx$$



- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola



$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

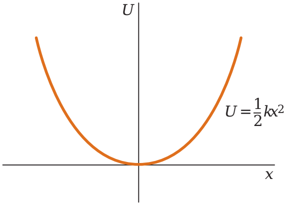
Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

Curva de energia potencial

- Considere uma força conservativa $\vec{F} = F_x\hat{\imath}$ atuando sobre uma partícula

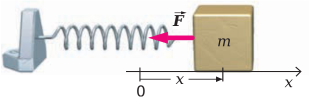
$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$
$$dU = -(F_x\hat{\imath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k})$$
$$dU = -F_x dx$$



- A componente F_x da força é, portanto

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Exemplo: sistema massa-mola



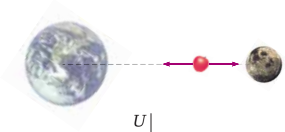
$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

Condição para Equilíbrio Estável

Em equilíbrio estável, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força restauradora que acelera a partícula de volta a sua posição de equilíbrio.

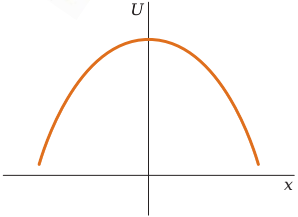
Curva de energia potencial

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$



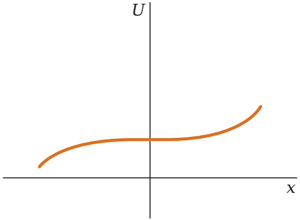
Condição para Equilíbrio Instável

Em equilíbrio instável, um pequeno deslocamento resulta em uma força que acelera a partícula afastando-a de sua posição de equilíbrio.

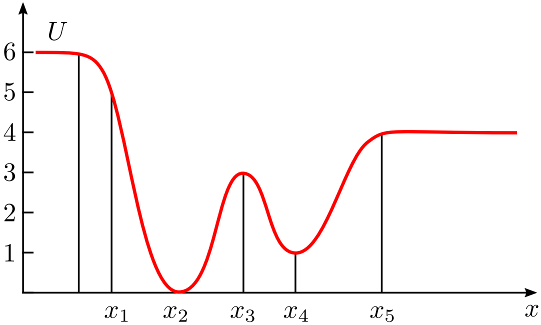


Condição para Equilíbrio indiferente

Em equilíbrio indiferente, um pequeno deslocamento em qualquer sentido resulta em uma força nula e a partícula continua em equilíbrio .



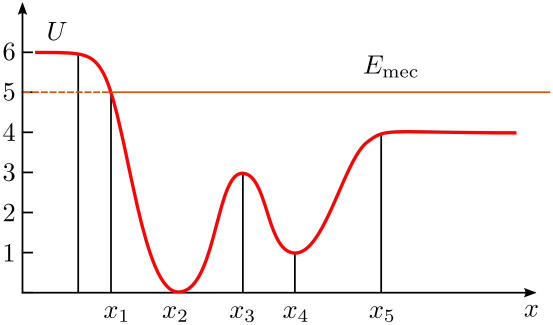
Curva de energia potencial



$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

$$E_{\text{mec}} = U(x) + K(x)$$

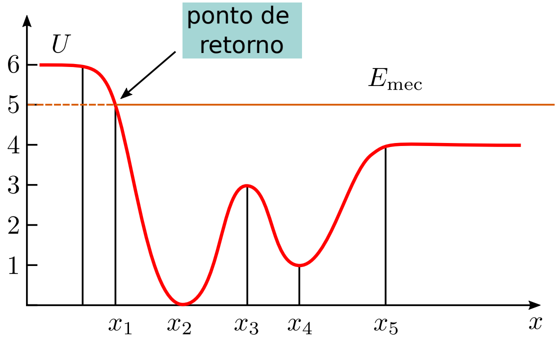
Curva de energia potencial



$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

$$E_{\mathsf{mec}} = U(x) + K(x)$$

Curva de energia potencial

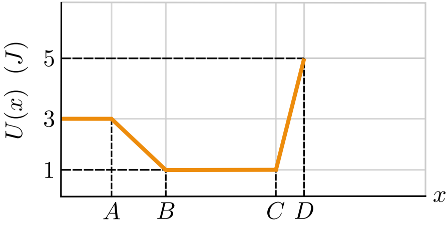


$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

$$E_{\mathsf{mec}} = U(x) + K(x)$$

Teste

A figura mostra a função energia potencial $U(x)$ de um sistema no qual uma partícula se move em uma dimensão. (a) Ordene as regiões AB, BC e CD de acordo com o módulo da força que age sobre a partícula, em ordem decrescente. (b) Qual é o sentido da força quando a partícula está na região AB?



Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Na região $-a < x < a$, a força sobre uma partícula é representada pela função energia potencial

$$U = -b\left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x}\right)$$

onde a e b são constantes positivas. (a) Determine a força F_x na região $-a < x < a$. (b) Para qual valor de x a força é zero? (c) No ponto onde a força é zero, o equilíbrio é estável ou instável?

- A força é dada por

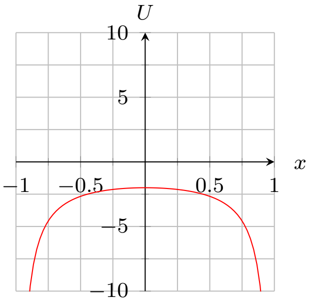
$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -b\left[\frac{1}{(a+x)^2} - \frac{1}{(a-x)^2}\right]$$

- $F_x = 0$ para $x = 0$
- Estabilidade?

$$\frac{d^2U}{dx^2} > 0 \longrightarrow \text{Eq. estável}$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \longrightarrow \text{Eq. instável}$$

$$\left.\frac{d^2U}{dx^2}\right|_{x=0} = -4\frac{b}{a^3} < 0$$



Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Na região $-a < x < a$, a força sobre uma partícula é representada pela função energia potencial

$$U = -b\left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x}\right)$$

onde a e b são constantes positivas. (a) Determine a força F_x na região $-a < x < a$. (b) Para qual valor de x a força é zero? (c) No ponto onde a força é zero, o equilíbrio é estável ou instável?

- A força é dada por

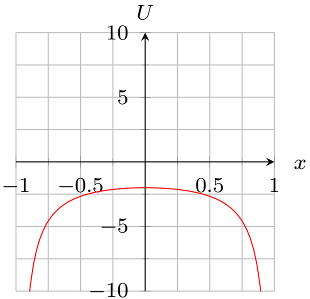
$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -b\left[\frac{1}{(a+x)^2} - \frac{1}{(a-x)^2}\right]$$

- $F_x = 0$ para $x = 0$
- Estabilidade?

$$\frac{d^2U}{dx^2} > 0 \longrightarrow \text{Eq. estável}$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \longrightarrow \text{Eq. instável}$$

$$\left.\frac{d^2U}{dx^2}\right|_{x=0} = -4\frac{b}{a^3} < 0$$



Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Na região $-a < x < a$, a força sobre uma partícula é representada pela função energia potencial

$$U = -b\left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x}\right)$$

onde a e b são constantes positivas. (a) Determine a força F_x na região $-a < x < a$. (b) Para qual valor de x a força é zero? (c) No ponto onde a força é zero, o equilíbrio é estável ou instável?

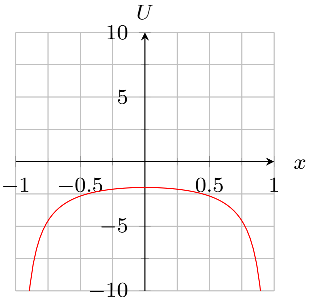
- A força é dada por

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -b\left[\frac{1}{(a+x)^2} - \frac{1}{(a-x)^2}\right]$$

- $F_x = 0$ para $x = 0$
- Estabilidade?

$$\frac{d^2U}{dx^2} > 0 \longrightarrow \text{Eq. estável}$$
$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \longrightarrow \text{Eq. instável}$$

$$\left.\frac{d^2U}{dx^2}\right|_{x=0} = -4\frac{b}{a^3} < 0$$



Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Na região $-a < x < a$, a força sobre uma partícula é representada pela função energia potencial

$$U = -b\left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x}\right)$$

onde a e b são constantes positivas. (a) Determine a força F_x na região $-a < x < a$. (b) Para qual valor de x a força é zero? (c) No ponto onde a força é zero, o equilíbrio é estável ou instável?

- A força é dada por

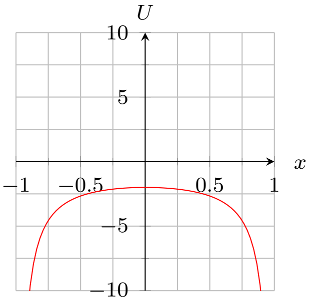
$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -b\left[\frac{1}{(a+x)^2} - \frac{1}{(a-x)^2}\right]$$

- $F_x = 0$ para $x = 0$
- Estabilidade?

$$\frac{d^2U}{dx^2} > 0 \longrightarrow \text{Eq. estável}$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0 \longrightarrow \text{Eq. instável}$$

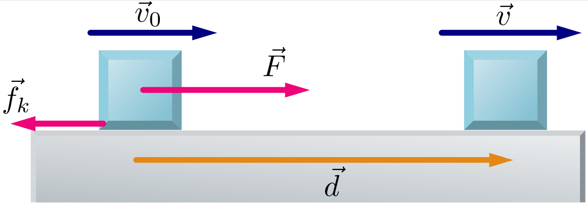
$$\left.\frac{d^2U}{dx^2}\right|_{x=0} = -4\frac{b}{a^3} < 0$$



Teste

Em três experimentos, um bloco é empurrado por uma força horizontal em um piso com atrito, como na figura. O módulo F da força aplicada e o efeito da força sobre a velocidade do bloco são mostrados na tabela. Nos três experimentos, o bloco percorre a mesma distância d. Ordene os três experimentos de acordo com a variação da energia térmica do bloco e do piso, em ordem decrescente.

Tentativa	F	Velocidade do bloco
a	$5,0\text{N}$	diminui
b	$7,0\text{N}$	permanece constante
c	$8,0\text{N}$	aumenta



Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14\text{kg}$), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50\text{m}$, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60\text{m/s}$ para $v = 0,20\text{m/s}$. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$

$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$

$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$

$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

- Assim $W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{ext}} = -22,2\text{J}$

- e portanto

$$\boxed{\Delta E_t = -W_{\text{nc}} = 22,2\text{J}}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

- Assim $W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{ext}} = -22,2\text{J}$

- e portanto

$$\boxed{\Delta E_t = -W_{\text{nc}} = 22,2\text{J}}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

- Assim $W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{ext}} = -22,2\text{J}$
- e portanto

$$\boxed{\Delta E_t = -W_{\text{nc}} = 22,2\text{J}}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = Fd\cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

- Assim $W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{ext}} = -22,2\text{J}$

- e portanto

$$\boxed{\Delta E_{\text{t}} = -W_{\text{nc}} = 22,2\text{J}}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = F d \cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

- Assim $W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{ext}} = -22,2\text{J}$
- e portanto

$$\boxed{\Delta E_{\text{t}} = -W_{\text{nc}} = 22,2\text{J}}$$

Exemplo: Força e a função Energia Potencial

Um operário empurra um caixote ($m = 14$kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante $\vec{F}$ de módulo 40N. Em um deslocamento retilíneo de módulo $d = 0,50$m, a velocidade do caixote diminui de $v_0 = 0,60$m/s para $v = 0,20$m/s. (a) Qual foi o trabalho realizado pela força $\vec{F}$, e sobre que sistema o trabalho foi realizado? (b) Qual é o aumento ΔE_t da energia térmica do caixote e do piso?

- (a) Podemos calcular o trabalho como

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = F d \cos(0) = (40\text{N})(0,50\text{m})$$
$$\boxed{W = 20\text{J}}$$

- O trabalho foi realizado no sistema caixote-piso!

- (b) Teremos

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{nc}}$$

- Neste caso

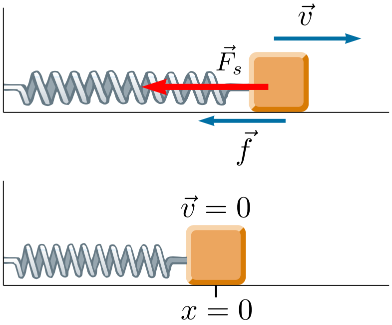
$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -2,2\text{J}$$

- Assim $W_{\text{nc}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_{\text{ext}} = -22,2\text{J}$
- e portanto

$$\boxed{\Delta E_{\text{t}} = -W_{\text{nc}} = 22,2\text{J}}$$

Sumário

- No mundo macroscópico, forças não-conservativas dissipativas sempre estão presentes!
    - atrito
    - deformação de um objeto
    - reações químicas



Lei de conservação de energia

O acréscimo ou decréscimo da energia total de um sistema pode sempre ser contabilizado pelo desaparecimento ou aparecimento de energia fora do sistema

$$E_{\text{entra}} - E_{\text{sai}} = \Delta E_{\text{sis}}$$

Teorema trabalho-energia

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} + \Delta E_{\text{quím}} + \Delta E_{\text{outras}}$$

Exemplo: Toboágua

Em um toboágua um carrinho ($m = 200$kg) é impulsionado por uma mola (compressão inicial $d = 5,00$m e $k = 3,20 \times 10^3$N/m) e desce um escorrega (altura $h = 35,0$m) até a base do brinquedo onde se move horizontalmente até que o atrito com a água ($\mu_k = 0,800$) o faça parar. Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

- Sistema: carrinho + escorrega+ mola + Terra + parede
- Sistema isolado: $\Delta E_{\text{sis}} = 0$

$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}}$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -\Delta E_{\text{térm}}$$

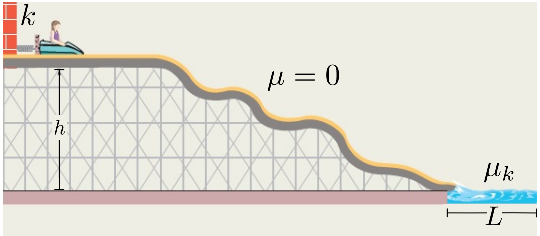
$$E_{\text{mec,i}} = U_e + U_g = \frac{1}{2}kd^2 + mgh$$

$$E_{\text{mec,f}} = 0$$

- Já vimos que:

$$\Delta E_{\text{térm}} = f_k L = (F_N \mu_k) L = (mg\mu_k) L$$

-



Exemplo: Toboágua

Em um toboágua um carrinho ($m = 200$kg) é impulsionado por uma mola (compressão inicial $d = 5,00$m e $k = 3,20 \times 10^3$N/m) e desce um escorrega (altura $h = 35,0$m) até a base do brinquedo onde se move horizontalmente até que o atrito com a água ($\mu_k = 0,800$) o faça parar. Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

- Sistema: carrinho + escorrega+ mola + Terra + parede
- Sistema isolado: $\Delta E_{\text{sis}} = 0$

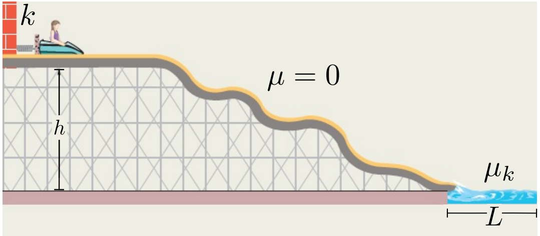
$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}}$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -\Delta E_{\text{térm}}$$

$$E_{\text{mec,i}} = U_e + U_g = \frac{1}{2}kd^2 + mgh$$

$$E_{\text{mec,f}} = 0$$

- Já vimos que:

$$\Delta E_{\text{térm}} = f_k L = (F_N \mu_k)L = (mg\mu_k)L$$



Exemplo: Toboágua

Em um toboágua um carrinho ($m = 200\text{kg}$) é impulsionado por uma mola (compressão inicial $d = 5,00\text{m}$ e $k = 3,20 \times 10^3\text{N/m}$) e desce um escorrega (altura $h = 35,0\text{m}$) até a base do brinquedo onde se move horizontalmente até que o atrito com a água ($\mu_k = 0,800$) o faça parar. Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

- Sistema: carrinho + escorrega+ mola + Terra + parede
- Sistema isolado: $\Delta E_{\text{sis}} = 0$

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{sis}} =& \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} \\ \Delta E_{\text{mec}} =& -\Delta E_{\text{térm}}\end{aligned}$$

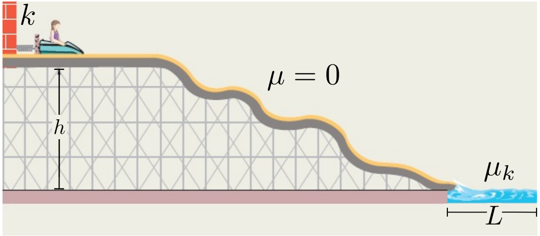
$$E_{\text{mec,i}} = U_e + U_g = \frac{1}{2}kd^2 + mgh$$

$$E_{\text{mec,f}} = 0$$

- Já vimos que:

$$\Delta E_{\text{térm}} = f_k L = (F_N \mu_k)L = (mg\mu_k)L$$

-



Exemplo: Toboágua

Em um toboágua um carrinho ($m = 200$kg) é impulsionado por uma mola (compressão inicial $d = 5,00$m e $k = 3,20 \times 10^3$N/m) e desce um escorrega (altura $h = 35,0$m) até a base do brinquedo onde se move horizontalmente até que o atrito com a água ($\mu_k = 0,800$) o faça parar. Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

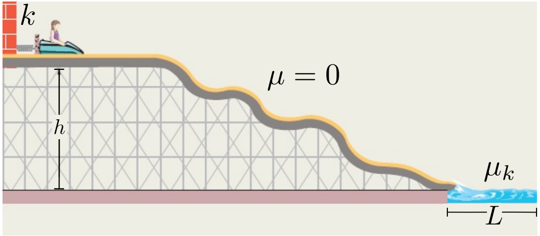
- Sistema: carrinho + escorrega+ mola + Terra + parede
- Sistema isolado: $\Delta E_{\text{sis}} = 0$

$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}}$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -\Delta E_{\text{térm}}$$

$$E_{\text{mec,i}} = U_e + U_g = \frac{1}{2}kd^2 + mgh$$
$$E_{\text{mec,f}} = 0$$

- Já vimos que:

$$\Delta E_{\text{térm}} = f_k L = (F_N \mu_k)L = (mg\mu_k)L$$



Exemplo: Toboágua

Em um toboágua um carrinho ($m = 200$kg) é impulsionado por uma mola (compressão inicial $d = 5,00$m e $k = 3,20 \times 10^3$N/m) e desce um escorrega (altura $h = 35,0$m) até a base do brinquedo onde se move horizontalmente até que o atrito com a água ($\mu_k = 0,800$) o faça parar. Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

- Sistema: carrinho + escorrega+ mola + Terra + parede
- Sistema isolado: $\Delta E_{\text{sis}} = 0$

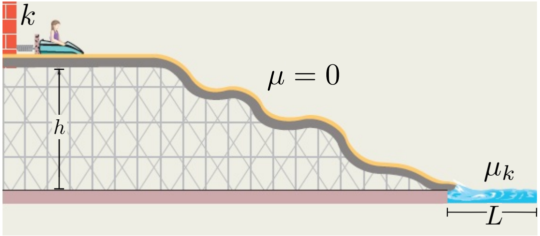
$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}}$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -\Delta E_{\text{térm}}$$

$$E_{\text{mec,i}} = U_e + U_g = \frac{1}{2}kd^2 + mgh$$

$$E_{\text{mec,f}} = 0$$

- Já vimos que:

$$\Delta E_{\text{térm}} = f_k L = (F_N \mu_k)L = (mg\mu_k)L$$



Exemplo: Toboágua

Em um toboágua um carrinho ($m = 200$kg) é impulsionado por uma mola (compressão inicial $d = 5,00$m e $k = 3,20 \times 10^3$N/m) e desce um escorrega (altura $h = 35,0$m) até a base do brinquedo onde se move horizontalmente até que o atrito com a água ($\mu_k = 0,800$) o faça parar. Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

- Sistema: carrinho + escorrega+ mola + Terra + parede
- Sistema isolado: $\Delta E_{\text{sis}} = 0$

$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}}$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -\Delta E_{\text{térm}}$$

$$E_{\text{mec,i}} = U_e + U_g = \frac{1}{2}kd^2 + mgh$$

$$E_{\text{mec,f}} = 0$$

- Já vimos que:

$$\Delta E_{\text{térm}} = f_k L = (F_N \mu_k)L = (mg\mu_k)L$$

-

Exemplo: Toboágua

Em um toboágua um carrinho ($m = 200$kg) é impulsionado por uma mola (compressão inicial $d = 5,00$m e $k = 3,20 \times 10^3$N/m) e desce um escorrega (altura $h = 35,0$m) até a base do brinquedo onde se move horizontalmente até que o atrito com a água ($\mu_k = 0,800$) o faça parar. Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

- Sistema: carrinho + escorrega+ mola + Terra + parede
- Sistema isolado: $\Delta E_{\text{sis}} = 0$

$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}}$$
$$\Delta E_{\text{mec}} = -\Delta E_{\text{térm}}$$

$$E_{\text{mec,i}} = U_e + U_g = \frac{1}{2}kd^2 + mgh$$

$$E_{\text{mec,f}} = 0$$

- Já vimos que:

$$\Delta E_{\text{térm}} = f_k L = (F_N \mu_k) L = (mg\mu_k) L$$

- Finalmente temos

$$L = \frac{1}{2}\frac{kd^2}{mg\mu_k} + \frac{h}{\mu_k}$$
$$\boxed{L = 69,3\text{m}}$$

Exemplo: Subindo escadas

Suponha que você tem massa m e você sobe um lance de escada de altura h. Discuta a aplicação da conservação de energia do sistema constituído unicamente por você.

- Sistema: você

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} + \Delta E_{\text{quím}} + \Delta E_{\text{outras}}$$

- O trabalho externo é

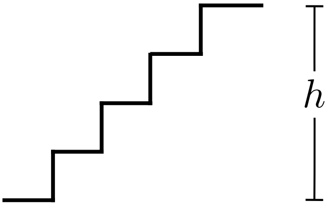
$$W_{\text{ext}} = -mgh$$

- Além disso

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

- Sendo assim

$$\boxed{\Delta E_{\text{quím}} = -(mgh + \Delta E_{\text{térm}})}$$



Exemplo: Subindo escadas

Suponha que você tem massa m e você sobe um lance de escada de altura h. Discuta a aplicação da conservação de energia do sistema constituído unicamente por você.

- Sistema: você

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} + \Delta E_{\text{quím}} + \Delta E_{\text{outras}}$$

- O trabalho externo é

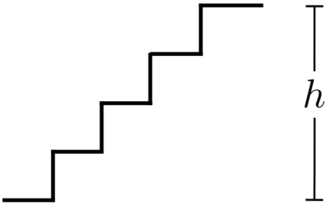
$$W_{\text{ext}} = -mgh$$

- Além disso

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

- Sendo assim

$$\boxed{\Delta E_{\text{quím}} = -(mgh + \Delta E_{\text{térm}})}$$



Exemplo: Subindo escadas

Suponha que você tem massa m e você sobe um lance de escada de altura h. Discuta a aplicação da conservação de energia do sistema constituído unicamente por você.

- Sistema: você

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} + \Delta E_{\text{quím}} + \Delta E_{\text{outras}}$$

- O trabalho externo é

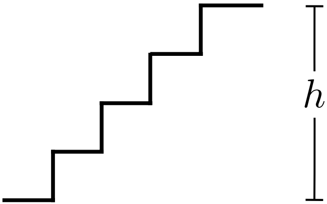
$$W_{\text{ext}} = -mgh$$

- Além disso

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

- Sendo assim

$$\boxed{\Delta E_{\text{quím}} = -(mgh + \Delta E_{\text{térm}})}$$



Exemplo: Subindo escadas

Suponha que você tem massa m e você sobe um lance de escada de altura h. Discuta a aplicação da conservação de energia do sistema constituído unicamente por você.

- Sistema: você

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} + \Delta E_{\text{quím}} + \Delta E_{\text{outras}}$$

- O trabalho externo é

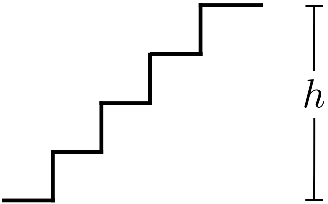
$$W_{\text{ext}} = -mgh$$

- Além disso

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

- Sendo assim

$$\boxed{\Delta E_{\text{quím}} = -(mgh + \Delta E_{\text{térm}})}$$



Exemplo: Subindo escadas

Suponha que você tem massa m e você sobe um lance de escada de altura h. Discuta a aplicação da conservação de energia do sistema constituído unicamente por você.

- Sistema: você

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{térm}} + \Delta E_{\text{quím}} + \Delta E_{\text{outras}}$$

- O trabalho externo é

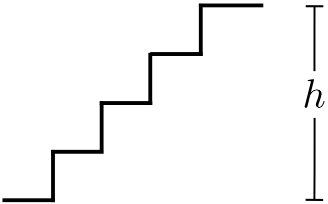
$$W_{\text{ext}} = -mgh$$

- Além disso

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0$$

- Sendo assim

$$\boxed{\Delta E_{\text{quím}} = -(mgh + \Delta E_{\text{térm}})}$$



Dicas

- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Está fazendo a lista?
- Estude as referências!
- Estude os exemplos resolvidos dos livros!

- D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
- P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
- H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica.* E. Blucher, 2013
- H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
- M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica.* Editora Blucher, 2018
- R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman.* Bookman, 2008