Cálculos de posicionamento usados pelos capitães do bacalhau, no início do século XX

António José Batel Anjo, Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro.

Paulo Pinto, Observatório Astronómico do Porto, Universidade do Porto

Aos pescadores da faina maior com mar nas veias

Resumo

Para determinar o ponto exacto onde um navio se encontra, em alto mar, é necessário conhecer duas coordenadas – a latitude e a longitude. Este trabalho apresenta a forma como os Capitães da Pesca do Bacalhau, no início do século XX, obtinham estas coordenadas. Por força do sistema de ensino, a forma como os cálculos eram efectuados manteve-se inalterada por muitos anos, sendo transmitida de geração em geração. Este trabalho tem por base os *diários de bordo*, também chamados *livros de cálculo*, do Capitão Horácio Ramalheira (1892-1931). Nestes estão inscritos dados importantes sobre a forma como eram efectuados os cálculos de posição de um navio no alto mar. Trata-se de um trabalho que mostra, de uma forma superficial, a matemática envolvida nos referidos cálculos.

Abstract

Latitude and longitude are the two geographical coordinates that is necessary to know to determine the exact localization of a ship in the deep high seas. The present work shows how the cod fishing Captains got these coordinates, in the begining of the twenties century. Owing to the method they were teached the way these calculations were done was kept unchangeable for many years, being transmited from generation to generation. The *log books* also called *calculation books* of Captain Horácio Ramalheira (1892-1931) served as basis to this work. These manuscripts contain important data on the way the deep high seas ships position were calculated. This work intends to be only a superficial approach to the mathematical functions implicated in the presented calculations.

Pesar o Sol

O problema principal da navegação é saber onde se encontra um dado navio para poder marcar o caminho a seguir para chegar a um dado porto.

Nos primeiros tempos em que os homens começaram a navegar os mares, sabiam as suas posições por referências terrestres.

Mas, nos meados do século XV, quando os navegadores portugueses se começaram a embrenhar no mar deixaram de ter pontos de referência da topografia costeira. Este facto veio obrigar a recorrerem a métodos astronómicos para a determinação da latitude.

Os métodos astronómicos que passaram a usar tinham já sido estabelecidos séculos antes de Cristo pelos gregos, quando desenvolveram a teoria geocêntrica do universo.

Segundo esta teoria a Terra era esférica e imóvel. Todos os outros corpos celestes rodavam em torno da Terra, durante um dia de 24 horas. A Lua, o Sol, Mercúrio, Vénus, Marte, Júpiter e Saturno descreviam órbitas, mais os menos complicadas, com distâncias crescentes à Terra.

Exteriores a estas órbitas encontravam-se todas as estrelas numa mesma esfera, a esfera celeste, que rodava, também em 24 horas, em torno dum eixo que passava pelo centro da Terra. Este eixo definia na esfera celeste dois pontos, os pólos celestes, norte e sul. Além do eixo de rotação, os gregos definiram círculos máximos pela intersecção com a esfera celeste de planos que passam pelo centro da esfera. Destes são importantes o equador celeste, a meia distância entre os pólos celestes, e os meridianos celestes, que passam pelos pólos.

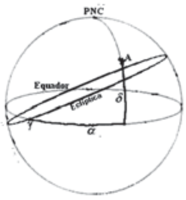
Para os gregos a rotação da esfera celeste era mostrada pelo movimento das estrelas.

Algumas nasciam a leste e desapareciam a oeste, depois de descreverem arcos inclinados em relação ao horizonte. Apareciam sempre nas mesmas épocas, podendo, assim, indicarem a época do ano.

Mas, outras estrelas encontravam-se sempre acima do horizonte, descrevendo círculos, com raios maiores ou menores conforme se encontrassem mais ou menos distantes dum ponto central, o pólo norte celeste.

Mas, os planetas, a Lua e o Sol tinham movimentos mais complicados. O Sol descrevia um movimento que se repetia ano após ano. Nesse movimento, descrevia um círculo máximo, o zodíaco, que passava sempre nas mesmos períodos do ano por entre as estrelas das mesmas constelações, as constelações do zodíaco. O zodíaco tem muita importância porque faz um ângulo de cerca de 23° 27’, intersectando o equador celeste em dois pontos, os *equinócios da primavera* ou *ponto vernal* (ou ponto gama) e do outono (ou ponto balança). Em metade do ano o Sol encontra-se no hemisfério norte, começando no equinócio da primavera e terminando no equinócio do outono, quando passa para o hemisfério sul, até ao equinócio da primavera seguinte.

Estes dados permitiram aos gregos antigos estabelecer dois sistemas de coordenadas, o equatorial celeste e o eclíptico.



Na navegação só interessa o primeiro sistema. Definiram duas *coordenadas celestes*, a *ascensão recta*, α, e *declinação*, δ, tomando como plano fundamental o equador celeste e que permitiam indicarem com precisão a posição dum astro na esfera celeste.

1. ascensão recta é o ângulo que faz o meridiano do astro com o ponto vernal, γ. É contado de 0 a 24 horas no sentido directo (ao contrário do ângulo horário ou do movimento diurno).
2. declinação, é o ângulo, medido no meridiano do astro, entre o equador celeste e o astro. Conta-se a partir do equador celeste de 0° para 90° nos sentidos N(+) do pólo norte celeste ou S(-) do pólo sul celeste.

Os gregos, que suponham que as estrelas se encontravam fixas na esfera celeste, pensavam que, uma vez determinadas as suas coordenadas celestes, estas não variavam mais. Mas, no século II a.C., Hiparco de Niceia deu-se conta que as ascensões rectas de todas as estrelas tinham aumentado constantemente, enquanto as declinações praticamente mantinham os mesmos valores. Interpretou este facto como sendo devido a um desvio constante do ponto vernal, origem da contagem da ascensão recta no sentido inverso (retrógrado).

Este fenómeno, *precessão dos equinócios*, só foi explicado cerca de dezoito séculos depois, pela teoria da gravidade de Newton. A gravidade conjunta do Sol e da Lua obrigavam o eixo da Terra a descrever um movimento giratório, tipo pião, em torno da sua posição média, que faz com que os seus polos descrevam um círculo, no sentido retrógrado, em cerca de 26.000 anos. Devido a esta rotação, o equador terrestre varia também de posição com o mesmo período. Mas, o movimento aparente diurno dos astros de nascente para poente, é na realidade devido ao movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo no sentido directo. Nestas condições, o equador e os meridianos terrestres projectam-se no equador e nos meridianos celestes (fictícios), assim como as anomalias do movimento de rotação da Terra. A intersecção do equador celeste, que varia de posição com o mesmo período do terrestre, com a eclíptica, que sendo indicada pelo movimento anual do Sol não varia de posição, faz com que o equinócio da primavera, início da contagem das ascensões rectas, tenha um movimento no sentido inverso, como a precessão dos equinócios. Como consequência, os catálogos das coordenas celestes dos astros têm de ser constantemente actualizados.

O *equador* é um círculo máximo perpendicular ao eixo de rotação da Terra e que divide a Terra em dois hemisférios, o norte e o sul. Este eixo define os pólos geográficos nos pontos de intersecção com a superfície terrestre, o *polo norte, PN*, no hemisfério norte e o *polo sul, PS*, no hemisfério sul. Os meridianos são também círculos máximos, mas que passam todos pelos dois polos.

A posição do observador, pode ser definida por intermédio de duas coordenadas, *coordenadas geográficas*, a *latitude* e a *longitude*, sendo o plano fundamental o equador terrestre.

As coordenadas geográficas de qualquer lugar da Terra são:

1. a *latitude*, *φ*, arco do meridiano local, entre o lugar e o equador. A partir deste círculo máximo, que é equador, mede-se a latitude de 0° a 90° N(+), no sentido do polo norte ou S(-), no sentido do polo sul.
2. *longitude*, *L*, arco do equador entre o meridiano de Greenwich e o meridiano local. É medido de 0° a 180° no sentido E(+) ou W(-).

Não havendo na Terra nenhuma característica física que permita notabilizar qualquer meridiano que permitisse considerá-lo como meridiano padrão ao contrário do equinócio da primavera no caso da ascensão recta, convencionou-se que o meridiano de referência fosse o *meridiano de Greenwich*.

Este meridiano foi escolhido internacionalmente, porque os astrónomos de Greenwich desenvolveram um trabalho muito intenso de observação de posições dos astros, tendo em vista a sua aplicação sobretudo à navegação marítima. A precisão das suas observações foi tão grande que descobriram uma anomalia no movimento terrestre de curto período, a nutação, que lhes permitiu tornar ainda mais precisas as coordenadas celestes dos astros.

Mas, não chegava conhecer as coordenadas geográficas do ponto onde o navio se encontrava para se poder navegar nos oceanos. Era necessário poder-se marcar o caminho a seguir pelo navio, *rumo*, para chegar a um dado porto.

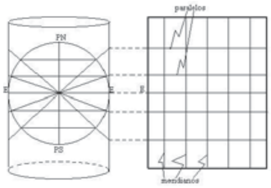
Este problema foi resolvido pelo uso das *cartas náuticas*. Nas cartas náuticas tem muita importância a posição das costas terrestre de acordo com as suas coordenadas geográficas, a possibilidade da marcação do *ponto* (posição do navio) e a marcação do rumo a seguir.

Na esfera terrestre, a distância mais curta entre dois pontos, o de partida e de chegada (portos ou pontos no mar), é dado por um arco de círculo máximo, que vai intersectando os meridianos segundo ângulos que variam constantemente, excepto se o navio navegar ao longo do equador ou dos meridianos.

A carta náutica tinha de permitir que, uma vez o rumo traçado, este fizesse o mesmo ângulo com os meridianos. Esta necessidade vinha do facto de se usar agulhas magnéticas para indicar o norte e o rumo era dado pelo ângulo que o norte fazia com a proa do navio.

Este problema foi resolvido com a *carta de Mercator*. Esta carta é obtida por projecção dos pontos da Terra, a partir do seu centro, num cilindro tangente a todo o equador terrestre. O equador projecta-se numa linha recta, os meridianos em rectas paralelas entre si e perpendiculares ao equador. O reticulado da carta de Mercator é completado por *paralelos*, linhas paralelas ao equador, onde se marcavam as diferentes latitudes. Os paralelos são as projecções de círculos menores da superfície da Terra, paralelos ao equador, correspondentes às diferentes latitudes. Mas, a longitude é sempre marcada no equador.

Esta projecção é uma *projecção conforme*, isto é, mantém os ângulos e as formas, mas não mantém as áreas. Como consequências as rectas que representam as derrotas dos navios fazem sempre o mesmo ângulo com os meridianos, o rumo, fundamental para a navegação. Também se mantêm as formas das terras, mas as suas dimensões, em relação às verdadeiras, aumentam com a latitude.



Por causa do aumento das dimensões com a latitude, as cartas de Mercator tem escalas laterais que servem para medir distâncias. A unidade de medida das distâncias no mar é a *milha marítima*, *mi*, que é igual ao arco de um minuto de arco de círculo máximo da Terra. O minuto de longitude no equador mede uma milha, mas um minuto de longitude num paralelo mede menos de uma milha. O facto de na carta de Mercator os meridianos serem desenhados paralelos impede que as distâncias sejam medidas nos diferentes paralelos como são medidos no equador. Tem de ser medidas em escalas em que as distâncias correspondentes à milha (ou ao minuto de longitude, no equador) aumente também com a latitude. Por isso essas escalas são desenhadas ao lado das cartas, escalas de latitudes.

Embora as coordenadas celestes, dadas no Almanaque Náutico sejam básicas na obtenção da posição do navio, são as *coordenadas horizontais* que permitem obter, por observação, a posição dos astros, em relação ao equador, necessárias para determinar as coordenadas geográficas do lugar.

As coordenadas horizontais, dependem não só das posições dos astros, mas também do observador. A *vertical do lugar* passando pelo observador, define um plano perpendicular horizontal, *horizonte*, e intersecta o *meridiano superior*, meridiano do lugar por cima do observador, no *zénite* e, do outro lado da Terra, no *meridiano inferior*, no nadir.

O meridiano do lugar é o meridiano que contém o *polo elevado* (acima do horizonte – *PN* ou *PS*) e o zénite e os *verticais* são os arcos de círculo máximo que passam pelo zénite e contêm a vertical do lugar. O meridiano do lugar intersecta o horizonte em dois pontos opostos, o *norte*, *N*, na direcção do *PN* e o *sul*, *S*. O vertical perpendicular ao meridiano do lugar intersecta o horizonte em dois pontos opostos, o *este*, *leste* ou *nascente*, *E*, que faz um ângulo de 90° com o *N* no sentido directo e o *oeste* ou *poente*, *W*, oposto ao *E*.

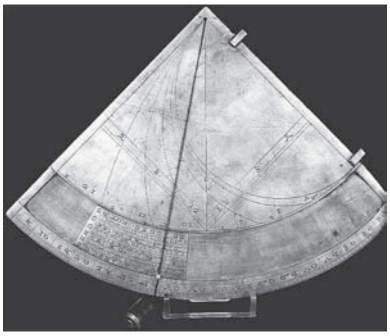
As coordenadas horizontais, *altura* e *azimute*, são definidas em navegação, por:

1. *altura, a,* é o arco do vertical do astro, entre o horizonte e o astro. Conta-se de 0° a 90°, a partir do horizonte.
2. *azimute, Z,* é o arco do horizonte entre meridiano do lugar e o vertical do astro. Conta-se de 0° a 180°, para leste ou para oeste, do N (no hemisfério norte) ou S (no hemisfério sul), ou por quadrantes.

Os quadrantes são designados por *nordeste*, *NE,* entre o *N* e o *E*, *sudeste*, *SE*, entre o *E* e o *S*, *sudoeste*, *SW*, entre o *S* e o *W* e, por fim, *noroeste*, *NW*, entre o *W* e o *N*.

Para medir a altura dos astros, os antigos navegantes começaram por usar o *quadrante* e o *astrolábio náutico*. Provavelmente, o astrolábio náutico surgiu da adaptação do astrolábio planisfério.

A possibilidade da determinação da altura, sobretudo *meridiana* (altura medida na passagem do meridiano do lugar), usando quadrantes ou astrolábios náuticos, permitiu fazer uma navegação segundo a direcção leste-oeste, usando um processo de navegação conhecida por "iguais alturas".



Como o nome de quadrante faz suspeitar, trata-se da representação de um quarto de círculo, em madeira ou metal, que tem numa das suas arestas duas pínulas. Cada uma tem um orifício, pelo qual se observa o astro e um fio-de-prumo que cai sobre uma escala graduada entre 0 e 90° graus. À medida indicada pelo fio-de-prumo chamou-se altura ou distância zenital do astro, conforme o sentido da graduação.

O astrolábio náutico já era um instrumento mais complexo, de madeira ou latão, usado sobretudo para determinação meridiana da altura do Sol, que podiam ser determinadas duma maneira indirecta. Assim era formado por um círculo, suspenso por uma argola. Tinha quadrantes graduados, de 0° a 90, a partir da argola. Em torno do centro rodava uma alidade com duas pínulas furadas. Suspendendo o astrolábio náutico pela argola, orientava-se na direcção do Sol e rodava-se a alidade de maneira que a luz do Sol passasse pelos dois orifícios ao mesmo tempo. Tomava-se nota das leituras dos quadrantes graduados indicados pela alidade, que dava a altura do Sol. A vantagem de usar o astrolábio náutico para observar o Sol era este não ser observado directamente, não havendo, portanto, perigo para a vista do piloto. Além disso, como ficava suspenso era mais fácil colocá-lo na posição correcta, por não sofrer os balanços do piloto.

Círculos de altura

Mas todos os pontos que têm a mesma altura num dado instante e para um mesmo observador encontram-se numa mesma *circunferência de altura*, paralelo ao plano horizontal, e centrados no zénite. Para determinar qual destes pontos corresponde ao ponto onde se encontra o astro é necessário intersectar o círculo de altura pelo azimute do astro.

Mas as coordenadas horizontais variam constantemente, não só com a posição do plano do horizonte o observador, como varia ainda com o movimento do astro, ao longo do dia, desde o nascer a leste no horizonte, subindo no céu até uma altura máxima, passagem meridiana, descendo novamente para o horizonte a oeste, no ocaso. Existem, no entanto, estrelas que estão sempre acima do horizonte, as *circumpolares*, descrevendo círculos diurnos em torno do polo norte. Estas estrelas, durante a noite cruzam o meridiano do lugar acima do pólo norte, *passagem meridiana superior*, ou abaixo do polo norte, *passagem meridiana inferior*.

O quadrante e o astrolábio náutico são instrumentos que têm a vantagem de não necessitar do horizonte, uma vez que medem a *distância zenital*, *z,* de qualquer astro, ângulo entre a direcção do astro e o zénite. Como a distância zenital é a complementar da altura, esta podia ser obtida por uma simples subtracção para 90°.

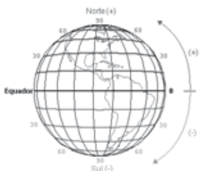
Com o quadrante, os pilotos passaram a poder determinar as alturas da Estrela Polar, ou doutra estrela qualquer, começando por determinar as suas alturas no porto de partida e as alturas das mesmas estrelas nos portos que iriam visitar durante a viagem. Mais tarde estas alturas passaram a serem indicadas nas próprias cartas de navegação (marear).

Com o simples conhecimento das alturas dos diversos portos, os navegadores podiam usar o processo de navegar por "iguais alturas" para irem de um porto a outro. Neste processo o navio seguia um rumo leste-oeste e vice-versa de maneira a que a Polar, ou outra estrela, indicasse sempre a mesma altura. Era o processo de navegar usado nas viagem para e dos Açores. O piloto levava o navio do porto de partida para norte ou para sul até ter a altura do porto de chegada e depois navegava no mesmo paralelo até ao porto de chegada, pelo processo de “iguais alturas”. Mas, como as alturas das estrelas variam ao longo do dia, estas determinações eram feitas sempre nas mesmas condições, nas passagens meridianas, ou sejam, quando passavam pelo meridiano superior, em que as alturas são máximas.

Por este processo de navegação não havia necessidade de se entrar com o conhecimento das latitudes.

Para se usar a latitude de qualquer lugar, era necessário conhecer a declinação do astro, no caso das estrelas ou as declinações do Sol, apresentadas sob a forma de tabelas e que podiam ser obtidas em terra, pelo astrolábio planisférico, por exemplo, assim, com a sua *altura meridiana*.

Passado o Equador, em 1471, a ausência da Estrela Polar levou os pilotos portugueses, em 1484, a usarem intensivamente estas tabelas de declinações solares.



Com este ou outros instrumentos podiam determinar a latitude. Era ao meio-dia verdadeiro que o Sol tinha a sua passagem meridiana, existindo uma relação matemática entre a declinação do Sol nesse dia, a latitude do lugar do observador e altura meridiana do Sol, a_m, relação esta que é verdadeira para qualquer astro, na sua passagem meridiana:

$$j = d - a_m$$

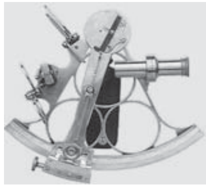
Pesar o Sol, como era costume dizer-se, não era tarefa fácil. Com efeito, era necessário esperar que o Sol atingisse o meridiano. A leitura fazia-se no semicírculo graduado que existia na parte inferior do astrolábio ou do quadrante obtendo-se, após algumas conversões, a latitude do lugar.

Com o quadrante podiam medir a altura ou a distância zenital do Sol ao meio-dia solar ou verdadeiro, isto é, quando o Sol passa pelo meridiano do lugar. A latitude é a soma da distância zenital com a declinação (lido na tábua de declinações):

$$j = z + d$$

Em 1664, Hooke transforma o astrolábio, adicionando-lhe um jogo de espelhos o que permitia a observação simultânea do Sol e da linha do horizonte. Cinco anos mais tarde, Newton reduz-lhe o semicírculo graduado para um oitavo de círculo. Em 1742, Hadley transforma ainda mais o astrolábio e, em 1757, Campbell inventa um dos mais conhecidos instrumentos de navegação – o *sextante*.

O sextante é constituído por um sector circular de 60°, com um braço, a alidade, em que uma sua estremidade roda em torno do vértice do sector circular. Esta alidade tem, na outra extremidade um nónio que desliza sobre uma escala graduada na parte circular do sector circular, o limbo. Solidário com a alidade na sua extremidade junto de vértice do sector circular encontra-se um espelho rectangular e num aro a meio do lado dianteiro encontra-se um meio-espelho. Ambos estes espelhos têm de estar rigorosamente perpendiculares ao corpo do sextante. A meio do outro lado do sector circular, encontra-se uma luneta paralela ao corpo do sextante, por onde observa o piloto. Para medir a altura de um astro em relação ao horizonte marítima, o piloto coloca o sextante na posição vertical, com limbo na parte inferior. O piloto roda a alidade até ver, através da luneta, a imagem do astro depois de ter sido reflectida pelo espelho rectangular e pelo meio-espelho, coincidente com o horizonte marítimo, visto directamente na meia-parte não espelhada do aro.



Usando-se o nónio da alidade lê-se a medida da altura do astro em relação ao horizonte marítimo no limbo do sextante.

Uma vez determinada a altura dum astro e o seu azimute, e no caso da medidas da altura e do azimute não conterem erros, uma recta perpendicular ao azimute pelo ponto de intersecção deste com o lugar geométrico de todos os pontos com a mesma altura, circunferência de altura, *recta de altura*, o navio, em princípio, tem mais probabilidades de se encontrar nessa recta de altura do que no ponto de intersecção, por dois tipos de razões: imprecisão nas medições das altura e dos azimutes e erros de estima.

O ponto do navio é dado, regra geral, dado pelo ponto de encontro de duas, ou mais, rectas de altura.

No caso de serem só duas rectas de altura, que é o caso de se usar só o Sol, para que o cruzamento não ofereça dúvidas, as duas rectas de altura têm de fazer um ângulo de, pelo menos, 30°. Neste caso, o piloto é obrigado a que se tenha de fazer duas observação, uma meridiana e outra *antemeridiana* ou *pós-meridiana*.

O observação meridiana é importante porque dá origem uma recta de altura paralela ao equador, portanto permite obter com certa precisão a latitude.

A outra recta de altura, devida às observações antemeridiana ou pós-meridiana tem de ser transportada por estima até à posição onde o navio se vai encontrar ou se encontrou quando da observação meridiana.

A *estima* é um processo de determinar uma nova posição do navio, partindo dum ponto mais ou menos conhecido, *ponto* *estimado,* conhecendo-se o rumo que o navio seguiu e a sua velocidade.

Mas a estima está sujeita a dois tipos de influências que podem dar indicações falseadas da nova posição do navio.

Na realidade, a agulha magnética indica que a direcção da proa do navio faz com a direcção norte (nas cartas de Mercator, a direcção do norte é indicada pelos meridianos), ângulo indicado por *proa, Pr,* e que nem sempre coincide com o rumo do navio. Este pode sofrer um *deslocamento* lateral devido ao vento, principalmente nos navios à vela, e às *correntes marítimas* que desviem o movimento do navio em relação ao fundo marítimo. Ora, é em relação ao *fundo marítimo* que tem de ser considerado o rumo.

Por outro lado, a *distância navegada* é calculada pela *velocidade do navio*, dada por um *odómetro*. Este aparelho é constituído por duas partes ligada por um cabo. Uma das partes mergulha nas águas do mar e sofre um movimento de rotação, tanto mais rápido quanto maior for a velocidade, e a outra parte, presa ao navio, tem um conjuntos de indicadores de velocidade e que podem ser lida pelo piloto. Mas, esta velocidade é em relação às águas do mar e não ao fundo marítimo.

Nos tempos mais antigos a velocidade era medida por um instrumento diferente do odómetro. Era formado por uma tábua triangular que era atirada para a água ficando a flutuar. nome Encontrava-se presa a um fio fino que tinha nós de 12,8 m em 12,8 m Contava-se o número de nós que saiam borda fora à medida que o navio se afastava. O número de nós saídos borda fora por hora indicava a velocidade do navio. Deste processo nasceu a unidade de se medir a velocidade dos navios. A unidade é o *nó*: número de milhas percorridas por hora.

Portanto, no cálculo da navegação por estima, tem de se entrar com todas as correcções devidas a estes desvios quando conhecidos, para se obter o ponto por estima, o ponto estimado, com a maior precisão possível. Estas correcções podem ser tratadas sob a forma de composição de vectores.

Longitude – um problema em aberto por muitos anos

Mas a latitude dum lugar não chega para definir inequivocamente um lugar da Terra. Todos os pontos da Terra que se encontram no mesmo paralelo têm a mesma latitude. É necessário saber em que meridiano se encontra. Este meridiano, passando pelo lugar considerado, intersecta o equador num ponto que dá outra coordenada, a longitude

A longitude, na opinião de muitos autores, terá sido o problema tecnológico mais importante de todos os tempos, não somente pelo seu impacto económico, mas também pela forma como a sua solução resistiu à passagem do tempo. A longitude é dado pelo arco do equador entre um meridiano padrão, de Greenwich, e o meridiano do lugar.

A grande dificuldade é medir este arco. Essa medida tem de ser feita pelo ângulo horário entre estes dois meridianos.

O *ângulo horáriom, h,* é dado pelo arco do equador entre o meridiano do lugar e o círculo horário do astro (meridiano celeste onde se encontra o astro). É medido de 0∫ a 360∫, no sentido inverso, a partir da direcção do norte.

Assim o ângulo horário entre dois meridianos é obtido pela diferença de dois ângulos horários astronómicos, um quando o astro se encontra-se em Greenwich e o outro quando o mesmo astro se encontra-se no local.

O astro que naturalmente melhor se presta para estas determinações é o Sol, embora outro qualquer astro possa também ser usado.

Mas o Sol permitiu, desde a antiguidade, medir a passagem do tempo ao longo do dia, definido como sendo o intervalo de tempo entre duas passagens do Sol pelo mesmo meridiano, no seu movimento aparente, no sentido inverso. Assim, um *dia solar* é, para qualquer lugar, o intervalo de tempo que decorre entre duas passagens sucessivas do Sol pelo meridiano do lugar.

Foi possível estabelecer uma relação entre o tempo que o Sol demorava a ir dum meridiano a outro com a diferença de longitudes entre os mesmos meridianos.

Suponhamos dois lugares l_1 e l_2, com longitudes L_1 e L_2. A diferença de longitudes entre estes dois lugares é L_2-L_1 e o tempo que o Sol demorou a ir dum lugar ao outro é indicado por H_2-H_1, em que H_1 é o instante em que o Sol passou no meridiano do lugar l_1 e H_2 é o instante em que o Sol passou no meridiano do lugar l_2. Estes instantes são medidos, não em dias, mas em subdivisões do dia, horas, minutos e segundos.

Nestas condições, é verdadeira a relação

$$L_2-L_1 = H_2-H_1$$

e o problema da determinação da diferença de longitudes podia ser transformado num problema de diferença de tempo.

Se um destes lugares fosse Greenwich e o outro o local onde o navio se encontrava, então:

$$L-L_G = H-H_G$$

o que permitia determinar a longitude do lugar em relação a Greenwich.

Transporte do tempo para o mar

O problema da determinação das longitudes está intimamente ligado ao problema da diferença entre a hora local e a hora do meridiano de Greenwich.

Facilmente se calcula a hora verdadeira do lugar e, se houvesse conhecimento da hora verdadeira do meridiano padrão, o problema estaria solucionado. A primeira invenção neste sentido resultou da continuação dos estudos de Galileu, e foi Huygens o seu autor. Este usou o pêndulo como marcador do fluxo contínuo do tempo, o que suscitou alguns problemas devido à oscilação do navio. Huygens aperfeiçoou a sua invenção e construiu o pêndulo triangular, que mesmo assim não se mostrou muito eficiente.

Mais tarde, em 1735, John Harrison apresentou o primeiro *cronómetro marítimo* representando um avanço tecnológico decisivo. No entanto, a sua utilização só ocorreu no século XIX, devido ao seu preço e a alguma desconfiança dos pilotos.

Os cronómetros marítimos foram melhorados com o tempo, passando a serem montados num sistema cardan, que absorvia os balanços dos navios, mantendo sempre os cronómetros horizontais. Eram acertados em Greenwich ou em comparação com outros cronómetros que davam a hora de Greenwich, usando a hora de passagem do Sol neste meridiano.

Mas o tempo dado pela passagem do Sol, num qualquer meridiano, tempo verdadeiro, varia constantemente, devido ao movimento aparente do Sol ter velocidade diferente ao longo do ano.

Esta variação é consequência de ser na realidade a Terra que roda em torno do Sol, descrevendo uma órbita elíptica, num foco da qual se encontra o Sol. Pela lei da áreas de Kepler, quanto mais próxima a Terra está do Sol maior é a sua velocidade de rotação em torno do Sol, o que faz com que o movimento aparente do Sol tenha o mesmo tipo de comportamento.

Os astrónomos, para terem um tempo uniforme, inventaram um *Sol médio*, fictício, que percorre o equador com velocidade uniforme, mas com um ano, volta completa, ao ano do Sol aparente. A *hora média* de qualquer local, como no caso do tempo dado pelo Sol aparente, conta-se de 0 a 24 horas para oeste, a partir do meridiano inferior do lugar. Se o local considerado for Greenwich a hora média designa-se por *hora média de Greenwich, Hmg*. Uma vez que o Sol média se move, umas vezes mais depressa do que o Sol aparente e outras vezes mais devagar, os astrónomos desenvolveram a *equação do tempo, Et*, processo matemático para determinar a diferença entre os dois tempos. Assim:

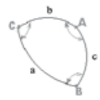
$$Hvg = Hmg - Et$$

Em que *Hvg* é a hora da passagem do Sol aparente no meridiano de Greenwich.

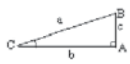
Tanto *Hmg* com a *Et* são publicados nos Almanaques Náuticos.

Alguns aspectos matemáticos da navegação

Dados três pontos *A*, *B*, *C* de uma esfera (os quais não estão sobre um mesmo círculo máximo), o *triângulo esférico* de vértices *A*, *B* e *C* é a figura da esfera contornada pelos três arcos máximos, *a*, *b* e c, que vão de *A* a *B*, de *B* a *C* e de *C* a *A*, sendo um *círculo máximo* um círculo definido numa superfície esférica pela sua intersecção com um plano que passe pelo seu centro.



Estes arcos máximos são chamados lados do triângulo.

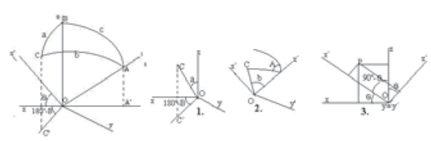


sen C = c / a
cos C = b / a
tg C = c / b
cosen C = 1/ sen C
sec C = 1 / cos C
cotg C = 1 / tg C

A medida de um lado de um triângulo esférico é a medida do ângulo que ele subentende no respectivo triângulo esférico, expressa em graus ou radianos. A medida do ângulo, num vértice V de um triângulo esférico, é a medida do ângulo plano formado pelas tangentes em V a cada um dos lados que passam por V.

Só foi possível resolver matematicamente um triângulo, plano ou esférico, depois do aparecimento da Trigonometria, trazida por intermédio do árabes, por volta do século X, estando as funções trigonométricas básicas definidas ao lado e descobertas por essa altura.

Estas funções permitiram desenvolver uma teoria trigonométrica que aos poucos começaram a ter uma aplicação básica na navegação. A dedução das fórmulas principais para a solução dos triângulos esféricos é:



Consideremos o triedro *Oxyz*, de tal maneira que os vértices *A* e *B* estão no plano *Oxz* de maneira que a abcissa de *A*, *AO'*, seja negativa.

O vértice *C* está no lado positivo do eixo *Oy*.

As coordenadas de *C* no triedro *Oxyz* são:

$$\begin{aligned} x &= -\,sen\ c\ cos\ B \\ y &= sen\ a\ \ sen\ B \qquad (1) \\ z &= cos\ a \end{aligned}$$

Roda-se o triedro *Oxyz* do ângulo θ de maneira a se obter triedro $Ox'y'z'$ ($y' \equiv y$)

As coordenadas de *C* são agora: $x' = sen\, b \cos A$

$y' = sen\, b \;\; sen\, A$ (2)

$z' = \cos b$

Os dois triedros satisfazem as relações: $x = x'\cos q - z'sen\, q$

$y = y'$ (3)

$z = x'sen\, q + z'\cos q$

Substituindo as relações (1) e (2) em (3) obtém-se as relações que contêm somente os elementos do triângulo esférico:

$$sen\, a \cos B = \cos b\, sen\, c - sen\, b \cos c \cos A$$

$$sen\, a\, sen\, B = sen\, b\, sen\, A$$

Assim, as fórmulas básicas para resolução dos triângulos são:

1. fórmula dos cosenos: $\cos a = \cos b \cos c + sen\, b\, sen\, c \cos A$
2. analogia dos senos: $sen\, a/sen\, A = sen\, b/sen\, B = sen\, c/sen\, C$
3. formula dos cinco elementos: $sen\, a \cos B = \cos b\, sen\, c - sen\, b \cos c \cos A$

A primeira equação, dos cinco elementos relaciona um lado com um dos dois ângulos que lhe são adjacentes.

A segunda equação, analogia dos senos, relaciona dois lados com os ângulos que lhes são opostos.

A terceira equação, dos cosenos, relaciona um lado com os outros dois e com o ângulo que lhe é oposto.

De uma forma simplista, encontrar a posição de um navio em alto mar resume-se a resolver um triângulo de posição.

Como na trigonometria plana, é sempre necessário conhecer no mínimo três elementos: ou três lados, ou dois lados e um ângulo, ou um ângulo e dois lados.

Um triângulo de posição é um triângulo esférico, situado sobre a esfera celeste, cujos vértices são o pólo elevado, o astro e o zénite. Os ângulos do triângulo de posição são Z, ângulo com vértice no zénite; *P, ângulo no polo* e o ângulo com vértice no astro. Os lados do triângulo de posição são $(90°-\phi)$, arco entre o zénite e o pólo; distância zenital $z=(90°-a)$; arco entre o zénite e o astro; $D=(90\pm\delta)$, arco entre o pólo e o astro, se o astro e o polo elevado estiverem em hemisférios contrários ou no mesmo.

Navegação prática

Da manipulação da Trigonometria Esférica resultam várias formas de resolver o triângulo de posição.

A altura, medida em graus, de um astro varia do seu nascimento até ao seu ocaso. Assim, a altura de um astro é nula no seu nascimento vai aumentando no arco semidiurno ascendente até atingir o ponto máximo (altura em que passa no meridiano), a partir daí decresce no arco semidiurno descendente até ser novamente nula no ocaso.

Na prática da navegação, e para efectuar o cálculo das alturas, é necessário ter presente um conjunto de dados. Desde logo, as coordenadas estimadas do observador (latitude e longitude), a hora média de Greenwich, dada pelo cronómetro de bordo, e o Almanaque Náutico. Através da consulta deste precioso almanaque e da resolução dum triângulo esférico é possível saber o ângulo no pólo, utilizando a hora média de Greenwich e o valor da latitude. Tendo o ângulo no pólo é possível obter o valor da longitude. Por outro lado, o Almanaque Náutico fornece também a declinação dos astros a todo o instante. Assim sendo, ficam conhecidos três elementos do triângulo de posição: o ângulo no pólo *P*, a co-latitude do observador $(90°- \varphi)$ e a distância polar $D=(90°- \delta)$.

Forma particular para os cálculos de posicionamento

Horácio P.

Tendo tido acesso ao arquivo e biblioteca particulares de um capitão de Ílhavo, foi possível reflectir sobre o processo de cálculos utilizados no final do século XIX e nas primeiras décadas do século XX. A forma como o Capitão Horácio Pereira Ramalheira (1892-1931) efectuava os cálculos de posicionamento em alto mar não constitui, hoje, um mistério.

Apresenta-se em seguida a folha de cálculo do ponto ao meio dia, que fez no dia 6 de Julho de 1918, durante uma viagem do Brasil para Portugal, quando o navio têm, portanto, a forma mostrada ao lado.

Apresentam-se as fórmulas, cujas deduções envolvem a manipulação de equações fundamentais de trigonometria esférica, que estavam na base do cálculo do valor do ângulo no polo (P) e do azimute em que foi observado o Sol, necessários para os cálculos de posicionamento obtidos pelo o Capitão Horácio Ramalheira.

O triângulo esférico [PS, Zénite, S] vai permitir deduzir as fórmulas necessárias nas condições em que se encontrava o navio nesse dia, no hemisfério sul.

Para obter o ângulo no polo, vai ser aplicada a fórmula dos cosenos:

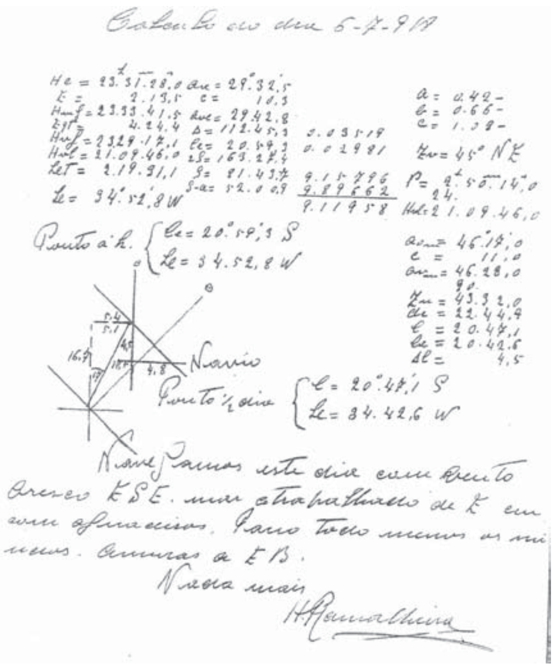
$$\text{sen } a = \cos \Delta \text{ sen } \varphi + \text{sen } \Delta \cos \varphi \cos P$$

Esta fórmula pode servir para calcular o valor do ângulo no polo, mas os produtos e quocientes de senos e cosenos requer tanto tempo que não seria possível fazer os cálculos em tempo útil.

$\cos(a-90°)=\cos \Delta \cos (\varphi-90°) + \text{sen } \Delta \text{ sen } (\varphi-90°) \cos P$
$\text{sen } a = \cos \Delta \text{ sen } \varphi + \text{sen } \Delta \cos \varphi \cos P$
$\cos P = (\text{sen } a - \cos \Delta \text{ sen } \varphi) / \text{sen } \Delta \cos j$
$1-\cos P =1- (\text{sen } a - \cos \Delta \text{ sen } \varphi) / \text{sen } \Delta \cos \varphi$
$1-\cos P =(\text{sen } \Delta \cos \varphi + \cos \Delta \text{ sen } \varphi - \text{sen } a) / \text{sen } \Delta \cos \varphi$
$1-\cos P =(\text{sem } (\Delta+\varphi)- \text{sen } a) /\text{sen } \Delta \cos \varphi$
e transformando a diferença entre parênteses e o quociente num produto,
$1-\cos P =(2 \cos[(\Delta+\varphi+a)/2] \text{ sen}[(\Delta+\varphi -a)/2] \text{ cosec } \Delta \sec \varphi$
Os cálculos podem ser facilitados fazendo-se $2S=\Delta+\varphi+a$ vem $2(S - a)=\Delta+\varphi -a$ e a fórmula anterior toma a forma,
$1-\cos P =2 \cos S \text{ sen } (S - a) \text{ cosec } \Delta \sec \varphi$
designando $(1-\cos P)/2$ por semv P vem,
$\text{semv } P = \cos S \text{ sen } (S -a) \text{ cosec } \Delta \sec \varphi$

Assim, esta fórmula terá de ser transformada numa ou mais fórmulas que permitam um cálculo rápido, isto é, numa expressão logarítmica.

A seguir encontram-se os cálculos completos para a determinação do ponto, no da indicado.



Uma vez conhecido *semv P* as tábuas náuticas permitem determinar *P*. Para o cálculo de *semv P* é necessário determinar a altura do Sol, a latitude estimada e a declinação do Sol no instante da observação.

Uma potência de base *10* tem a forma 10^m, em que m pode ter qualquer valor positivo.
Define-se *logaritmo do número* 10^m na base *10* ao expoente m a que se tem de elevar a base *10* para se obter a potência 10^m.
Uma propriedade das potências é: o produto de duas potência da mesma base é igual a uma potência com a mesma base e com o expoente igual à soma dos expoentes dos factores.
Assim: $10^m.10^n = 10^{m+n}$ e aplicando logaritmos à relação anterior vem:

$$\log(10^m.10n) = m+n = \log(10^m)+\log(10^n)$$

Uma vez que a qualquer número se pode dar a forma dum potência de *10*, por exemplo $3=10^{0,4771212...}$, a propriedade indicada pode-se aplicar ao produto de quaisquer números positivos: $\log (x.y) = \log (x) + \log(y)$, em os logaritmos são números decimais, (negativos *se* $0<x<1$ e positivos de x>1; $\log 1=0$).
Os logaritmos têm uma parte inteira e uma parte decimal infinita, excepto se o número fôr uma potência de 10 em que o logaritmo é inteiro.

Para facilitar este processo de cálculo, as Tábuas Náuticas dão logo os logaritmos das funções trigonométricas. com a condição dos logaritmos serem sempre positivos, o que não acontece com os logaritmos dos senos e dos cosenos.

Para tornar os logaritmos sempre positivos, o que permite que sejam sempre somados, na navegação soma-se 10 aos logaritmos negativos, ficando os seus valores sempre entre 0 e 10 e, depois da soma dos logaritmos feita, subtrai-se as dezenas necessárias para que o resultado da soma fique também entre 0 e 10.

Para o cálculo do azimute aplicam-se as fórmulas dos cinco elementos e dos senos e, entrando já com as funções complementares, em vez dos ângulos complementares de φ, δ e *a*, vem,

$$\cos a \ \cos Z = \text{sen } \delta \ \cos\varphi - \text{cosd } \ \text{sen}\varphi \cos P$$
$$\cos \ a \cos Z = \cos \delta \ \text{ sen } P$$

Dividindo membro a membro,

$$\text{cotg } Z = (\text{tg}\delta \ \cos \varphi - \text{sen}\varphi \ \cos P) / \text{sen } P$$
$$\text{cotg } Z = \cos\varphi \ (\text{tg}\delta \ / \text{sen } P – \text{tg } \varphi / \text{tg } P)$$

As tabelas das Tábuas Náuticas dão:

$$a = -\text{tg } \varphi / \text{tg } P$$
$$b = \ \text{tg}\delta \ / \text{sen } P$$

e fazendo $c = a + b$ vem,

$$\text{cotg } Z =c. \cos \varphi$$

O azimute era tirado dos valores da latitude estimada, da declinação do Sol e do ângulo no polo, já calculado pela resolução do triângulo esférico de posição. As fórmulas são as indicadas ao lado, assim como a sua dedução, mas o cálculo é feito por intermédio dos valores *a* (função de φ,*P*), *b* (função de δ,*P*), obtendo-se *Z* (função de *c*,φ).

Assim, os sinais de *a* e *b* tiram-se de tabelas das Tábuas Náuticas e *c* é soma algébrica de *a* e *b*. *Z* conta-se por quadrantes. O quadrante é escolhido conforme o sinal de *c*:

Se $c>0$ então *Z* é *N* se φ for *N* e *S* se φ for *S*

Se $c<0$ então Z é *N* se φ for *S* e *S* se φ for *N*

Recue-se até ao dia 6 de Julho de 1918, em boas condições de mar e vento, tal como manda a rotina diária, ao aproximar-se a hora da observação da manhã (antemeridiana) o piloto junto ao leme toma, com a ajuda de um sextante, a altura do

Sol. Quando este tangenciava com o seu limbo inferior o horizonte, grita: «Fora». O capitão, na câmara dos oficiais, aponta naquele preciso momento a hora do cronómetro *Hc*.

Após esta medição, o capitão e o piloto, na câmara dos oficiais, preparam-se para efectuar os cálculos de posicionamento. Munidos das Tábuas Náuticas, do Almanaque Náutico e da carta, dava então início à sequência de cálculos de posicionamento, feitos somente com papel e lápis.

$$semv\ P = log\ cos\ S + log\ sen\ (S\text{-}a) + log\ cosec\ D + \\ + log\ sec(j),$$

cujo cálculo se torna muito mais fácil.

ae = 29°.32',5
c = 10,3
ave = 29.42,8
Δ = 112.45,3
le = 20.59,3
2S = 163.27,4
S = 81.43,7
S-a = 52.00,9

À altura observada do Sol *ae* era aplicada a correcção *c* da altura do limbo inferior do Sol no mar. A correcção era tirada das Tábuas Náuticas, entrando com a altura observada e a elevação do olho do observador, obtendo-se deste modo a altura verdadeira *ave*. Do Almanaque Náutico retirava-se o valor da declinação do sol *d* do instante da observação Como o navio se encontrava no hemisfério sul e a declinação era positiva, 22° 45,3' somava-se 90° para se obter a distância polar *Δ* = 112° 45,3'. Da soma da altura verdadeira, com a latitude estimada (que normalmente correspondia à latitude observada no dia anterior) e com a distância polar obtinham o valor *2S*, e *S* e *(S-a)*.

Δ = 112.45,3	0.03519
le = 20.59,3	0.02981
2S = 163.27,4	
S = 81.43,7	9.15796
S-a = 52.00,9	9.89662
	9.11958

Recorrendo às tábuas de logaritmos das funções trigonométricas eram retirados os valores de *log cosec φ*, *log sec φ*, *log cos S* e *log sen(S-a)*. Somando estes logaritmos obtinha-se o valor de *log Semiv P*, fórmula apresentada anteriormente.

P = 2h.50m.14s,0
24.
Hvl = 21.09.46,0

Recorrendo novamente às Tábuas Náuticas, agora às do semiverso, obtinha-se o valor do ângulo no pólo *P* que vinha em graus e era logo convertido em horas. Uma vez que a hora verdadeira de Greenwich e ângulo no polo são ambos maiores ou menores do que 12 horas, atendendo à hora do cronómetro e aos valores das correcções a aplicar a esta hora e neste caso, tem de ser subtraído a 24 horas o valor o ângulo no polo, obtendo-se o valor da hora verdadeira do lugar *Hvl*.

Em seguida, calculava-se o valor da longitude através da seguinte sequência de cálculos: a hora do cronómetro *Cr* era corrigida com o estado do cronómetro *E* e obtinha-se a hora média de Greenwich, *Hmg*. Do Almanaque Náutico retirava-se a equação do tempo, *Eqt,* desse dia e somava-se (ou subtraía-se, consoante o navio estivesse para oeste ou para leste de Greenwich) à hora média de Greenwich, obtendo-se a hora verdadeira de Greenwich, *Hvg*. A esta subtraía-se (ou somava-se) a hora verdadeira do lugar, *Hvl*, (já calculada anteriormente), dependendo se o navio se encontrava a oeste ou a leste de Greenwich e obtinha-se a longitude, *L*, em tempo. Para serem convertidos em graus, os pilotos multiplicavam as horas por quinze, atendendo a que o equador descrevia uma volta completa em 24 horas, que, sendo também um círculo, mede 360°.

He = 23h.31m.28s,0
E = 2.13,5
Hmg = 23.33.41,5
Eqt = 2.24,4
Hvg = 23.29.17,1
Hvl = 21.09.46,0
LgT = 2.19.31,1

Lg = 34°.52',8 W

Seguidamente, determinava-se o valor do azimute verdadeiro. Para esse efeito recorria-se às Tábuas Náuticas, nomeadamente às Tábuas do cálculo do azimute onde, entrando com o valor do ângulo no pólo, *P*, e a latitude estimada, *φ*, se retira o valor de *a*. Entrando com o valor do ângulo no pólo, *P*, e com a declinação do Sol, *δ*, obtém-se o valor de *b*. Somando *a* e *b* obtem-se o valor de *c*. Finalmente, entrando nas Tábuas Náuticas com o valor de *c* e o valor da latitude estimada, obtém-se o valor do azimute verdadeiro *Zv*.

a = 0.42-
b = 0.66-
c = 1.08-

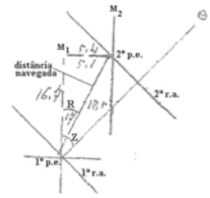
Zv = 45° NE

Depois destes primeiros cálculos feitos à observação antimeridiana, a longitude tinha sido calculada, mas a latitude antimeridiana continuava a ser a estimada. O ponto estimado era indicado por

Ponto a h. { le = 20°59',3 S ; Le = 34.52,8 W }

No entanto, estes cálculos eram efectuados à hora, isto é uma ou duas horas antes do meio-dia, sendo necessário determinar o ponto favorável a esta hora (posição ao meio-dia).

Em primeiro lugar desenhou-se a recta de altura estimada (1ª r.a.), passando por este ponto estimado (1° p.e.) e sendo perpendicular ao azimute do Sol, já calculado, Z=45° NE.



Uma recta de altura é a tangente ao círculo de altura no seu ponto de cruzamento com o azimute do astro. Sendo fácil de desenhar era essencial para a determinação da posição do navio, com a condição deste não se encontrar muito afastado do ponto de intersecção.

Para se transportar este ponto estimado e esta recta de altura ao meio-dia é necessário saber o rumo do navio e a distância navegada entre o (1° p.e.) e o ponto estimado ao meio-dia (2°p.e.). Pela figura o rumo foi de *17°* e a distância navegada até ao meio-dia de *18,5* milhas. Pelos dados do desenho e pelas coordenadas do 1° ponto estimado, o navio encontrava-se no hemisfério sul, ao largo do Rio de Janeiro

Resolvendo o triângulo rectângulo (1° p.e., 2° p.e., M1), a distância navegada entre o (1° p.e.) e o (2° p.e.) pode dar os valores dos lados do triângulo, *16,7* e *5,1*, ou por intermédio das relações trigonométricas

$$5{,}1' = 18{,}5' \operatorname{sen} 17°$$
$$16{,}7' = 18{,}5' \cos 17°$$

ou resolvendo graficamente o triângulo indicado.

O valor $\Delta\varphi = 16{,}7$ representa a diferença da latitudes entre os dois pontos estimados, uma vez que é medida ao longo do meridiano M_1, entre os paralelos que passam pelos dois pontos indicados. Embora seja o arco entre os dois meridianos, o valor *5,1* não representa a diferença de longitudes ΔL entre os dois pontos estimados, por não ser medido no equador, mas a uma latitude em que os meridianos se encontravam mais próximos. As cartas marítimas usam a projecção de Mercator, em que os meridianos são representados por rectas paralelas entre si. Como consequência as dimensões aumentam com a latitude. Têm a vantagem, muito importante para a navegação, de manter constante o rumo do navio, ângulo entre os meridianos e a recta que une o ponto de partida ao ponto de chegada. A relação entre este valor do arco do paralelo, apartamento, *ap*, e diferença de longitudes é dado por

$$\Delta L = ap \sec \varphi \Rightarrow \Delta L = 5.1 \sec 21° \approx 5{,}4$$

As coordenadas do (2° p. e.) são agora:

1° p.e. $\varphi e = 20°.59{,}3'S\ L = 34°.\ 52{,}8'W$

$D\varphi = 16{,}7N\ DL = 5{,}4\ E$

2° p.e. $\varphi e = 20°.42{,}6'S\ L = 34°.\ 47{,}4'W$

aom = 46.17,0
c = 11,0
avm = 46.28,0
90.
Zv = 43.32,0
dc = 22.44,9
l = 20.47,1
le = 20.42,6
Δl = 4,5

Através da altura meridiana observada, ao_m, e aplicando a respectiva correcção da altura, *c*, obtinha-se a altura meridiana verdadeira, av_m. Subtraindo esta altura a 90° obtinha-se a distância zenital verdadeira, *zv*. Consultando o Almanaque Náutico obtinha-se o valor da declinação do Sol que se somava ou se subtraía à distância zenital, consoante o zénite e o Sol se encontrassem no mesmo hemisfério celeste ou em hemisférios diferentes e, deste modo, obtinha-se a latitude.

Tendo-se a latitude estimada e a latitude ao meio-dia calcula-se a diferença de latitude $\Delta\varphi = 4{,}5'S$ (sul uma vez que a latitude verdadeira se encontrava a sul da latitude estimada) tirada do (2° p.e.).

O valor de $\Delta\varphi = 4{,}5'S$ marcado para sul a partir do (2° p.e.) permite marcar um ponto *M*, por onde se traça uma (r.a.$_m$), perpendicular ao meridiano M_2 por ser observada do meio-dia verdadeiro, uma vez que o azimute tem a direcção norte.

A intersecção desta (r.a.$_m$) com a (2ª r.a.) dá a posição do navio ao meio-dia verdadeiro, ponto ao Ω dia.

O apartamento é 4,5', uma vez que o triângulo (2ª r. a., M, ponto ao Ω dia) é isósceles. Da mesma maneira que foi feito para obter a longitude do (2∫ p. e.), também

$$\Delta L = ap \sec \varphi \Rightarrow \Delta L = 4{,}5 \sec 21° \approx 4{,}8'$$

As coordenadas da posição do navio ao Ω dia são agora:

$$2° \text{ p.e. } \varphi e = 20°.42{,}6'S\ L = 34°.47{,}4'W$$
$$\Delta\varphi = 4{,}5'S\ \Delta L = 4{,}8'E$$
$$\text{p. } \Omega \text{ dia } \varphi = 20°.41{,}1'S\ L = 34°.\ 42.6'W$$

Ponto ½ dia { l = 20°.47,1 S
le = 34.42,6 W

Finalmente, são marcadas, na carta, as respectivas coordenadas do ponto ao meio-dia, que correspondem à posição do navio.

Deste ponto seria marcado rumo a seguir até ao meio-dia seguinte.

Pelo exposto, o método apresentado baseia-se no transporte da recta de altura, que em determinadas condições apresenta alguns erros. Este cálculo era efectuado num dia de Sol. Nos dias em que o Sol não brilhava os cálculos eram efectuados de outra forma, que não poderá ser apresentada neste trabalho.

Ao jeito de conclusão

Este artigo tem por base um estudo matemático rigoroso e exaustivo, que aqui foi necessariamente omitido?????. Pretende-se, antes de mais, mostrar como se efectuavam os cálculos de posicionamento numa comunidade de bacalhoeiros, do início do século XX. O método apresentado tem algumas condições de aplicabilidade, quase nunca verificadas, pelos capitães e pilotos. Conhecido pelo menos desde 1839 [Smart], não sendo um exemplo de rigor, este método foi utilizado até meados do século XX com sucesso, para o que contribuiu o sistema de ensino assente na transmissão de saberes de geração para geração.

Agradecimentos

Agradeço à D. Maria Amélia Ramalheira a gentil cedência da documentação e livros do seu arquivo e biblioteca particulares; ao Capitão Francisco Marques, director do

Museu de Ílhavo, as longas conversas que tivemos e os ensinamentos que me transmitiu; à Dra. Paula Oliveira e ao Dr. Manuel Ferreira Rodrigues a leitura atenta e comentários que melhoraram este trabalho. Finalmente, ao Comandante Luís Jorge Semedo de Matos pelo apoio, incentivo e críticas que marcaram este trabalho.

Fontes manuscritas e impressas

Diários de bordo e outros documentos, Arquivo e Biblioteca Particulares da Família do Capitão Horácio P. Ramalheira.

ALMEIDA, A., *O Piloto Instruído. Compêndio Theorico-Pratico de Pilotagem*, Lisboa, 1839.

Costa, A., *Curso Elementar de Pilotagem*, Lisboa, 1905.

MELLO, A. L. Soares de., *Elementos de Astronomia Náutica*, Lisboa, 1957

Bibliografia geral

ALBURQUERQUE, L., *Revista Portuguesa de História. Sobre a determinação de latitude no Hemisfério Sul*, vol. 9, 1960.

AMORIM, P., *Compêndio de Geometria*, vol. 2, Coimbra, 1943.

GAMEIRO, E. da Silva, *Astronomia Náutica*, Lisboa, 1964.

Ministério da Defesa Nacional, *Manual de Navegação*, Lisboa, 1989.

SMART, W., *Text-Book on Spheric Astronomy*, Cambrigde, 1936.

SOBEL, D., *Longitude. A verdadeira história de um génio solitário que resolveu o maior problema científico do seu tempo*, Lisboa, 2000.

CALADO, J.J.G., *Compêndio de Trigonometria*, Lisboa, 1967.

DANJON, A., *Astronomie Générale*, Paris, 1959

BOYER, C.B., *História da Matemática*, S. Paulo, 1968

SELECÇÕES DO READER'S DIGEST, *História dos Grandes Inventos*, Lisboa, 1983

SELECÇÕES DO READER'S DIGEST, *O grande Livro dos Oceanos*, Sintra, 1980

SOBEL, D., ANDREWES, W.J.H., *The illustrated Longitude*, London, 1988