



Estudo de Curto-Circuito



Roteiro



1. Objetivo / aplicações
2. Natureza da corrente de defeito
3. Resposta em regime (4 tipos de defeito)
4. Resposta transitória
5. Conclusões

Objetivo



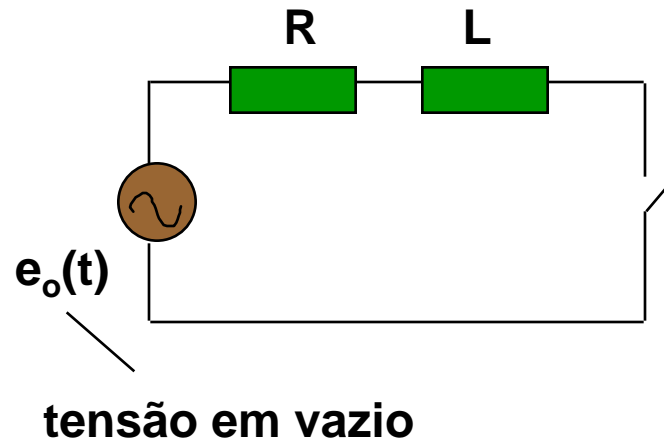
- ⌘ Determinação de correntes e tensões quando da ocorrência de um defeito na rede elétrica

Aplicações

- ⌘ proteção de seres humanos (ϕ -t e 2ϕ -t - sobretensões)
- ⌘ proteção de componentes: linhas, transformadores, ...
- ⌘ dimensionamento dos dispositivos de proteção

Natureza da corrente de defeito

**Modelo simplificado: circuito RL série
(domínio do tempo, monofásico)**

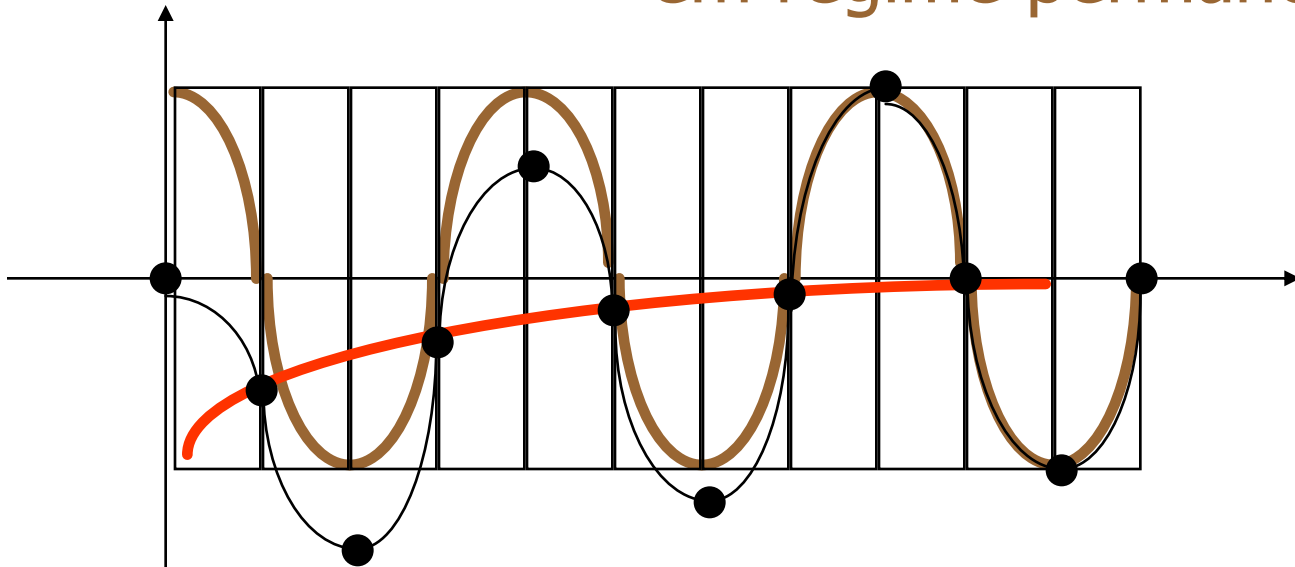


Resposta completa (transitória e regime)

$$i(t) = \frac{E_m}{Z} \left[-\cos(\alpha - \varphi) e^{-R/L t} \right] + \frac{E_m}{Z} [\cos(\omega t + \alpha - \varphi)]$$

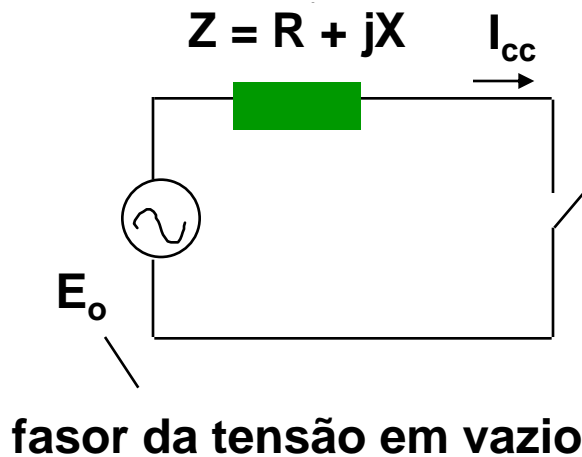
Resposta transitória

Resposta
em regime permanente



Resposta em regime

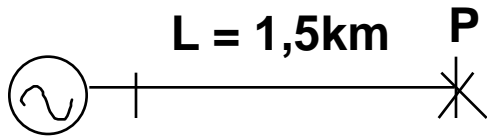
Impedância equivalente de Thévenin (60 Hz)



Fasor da corrente de curto-circuito:

$$I_{cc} = E_o / Z = E_o / (R + jX)$$

Exemplo



$$V_n = 3.8 \text{ kV}$$

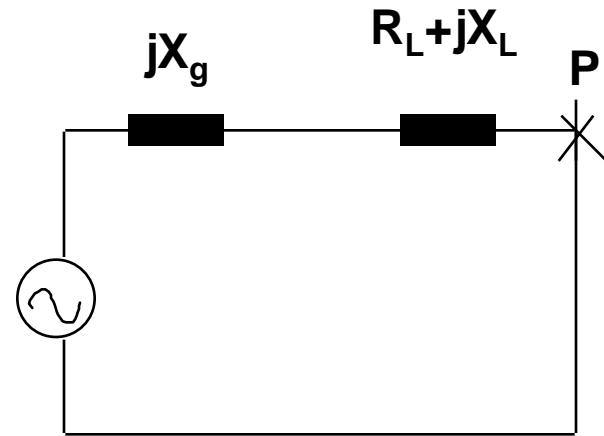
$$x = 5\%$$

$$S_{\text{nom}} = 10 \text{ MVA}$$

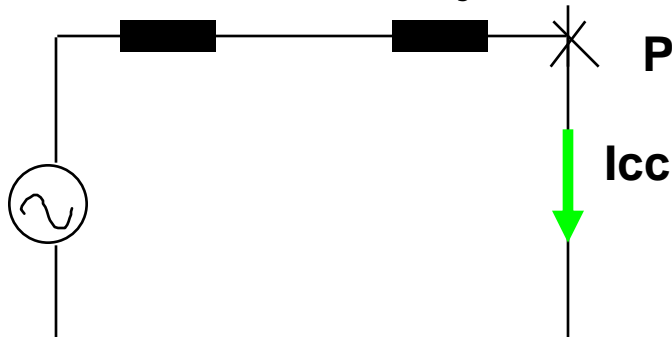
$$f = 60\text{Hz}$$

$$r = 0,19 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$x = 0,38 \text{ } \Omega/\text{km}$$



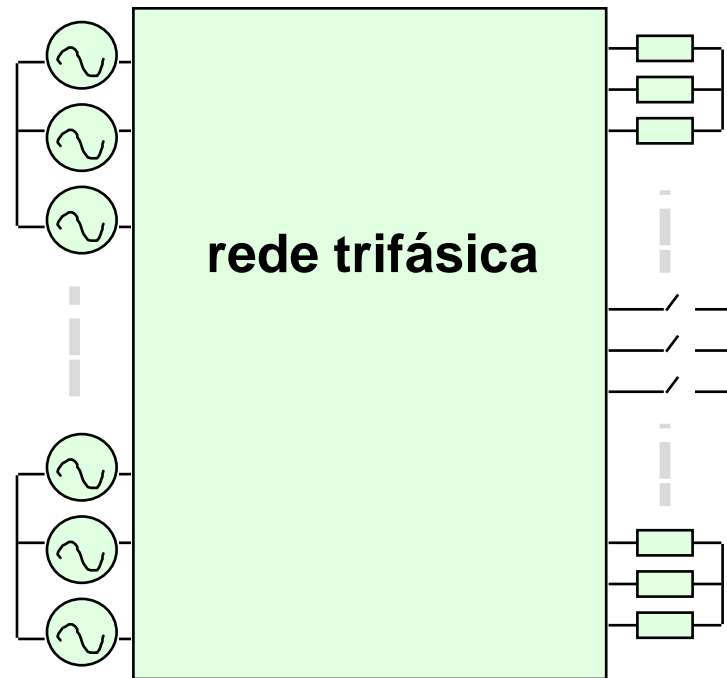
Solução: $j0,072 \text{ } \Omega$ $0,285 + j0,570 \text{ } \Omega$



$$I_{cc} = \frac{3,8 \angle 0^\circ}{0,285 + j0,642} = \frac{3,8 \angle 0^\circ}{0,70 \angle 66^\circ} = 5,42 \angle -66^\circ \text{ kA}$$

Curto-circuito trifásico (3 ϕ)

Seja uma rede trifásica, suprida por “m” geradores trifásicos e simétricos, alimentando “n” cargas trifásicas equilibradas:



Curto-circuito trifásico (3 ϕ)

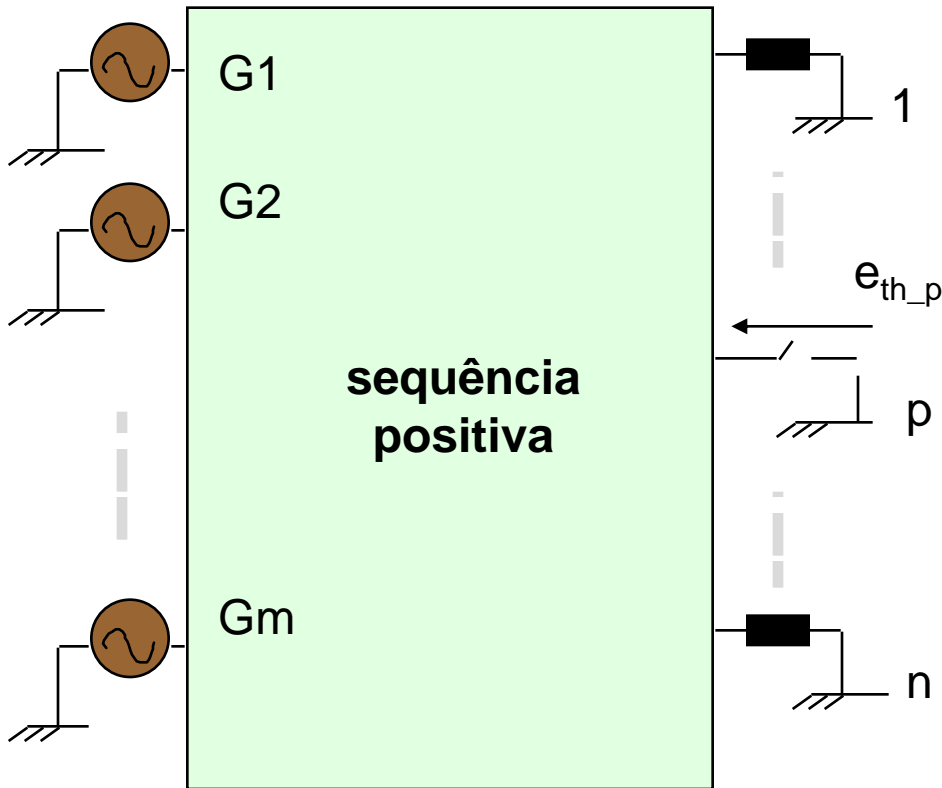
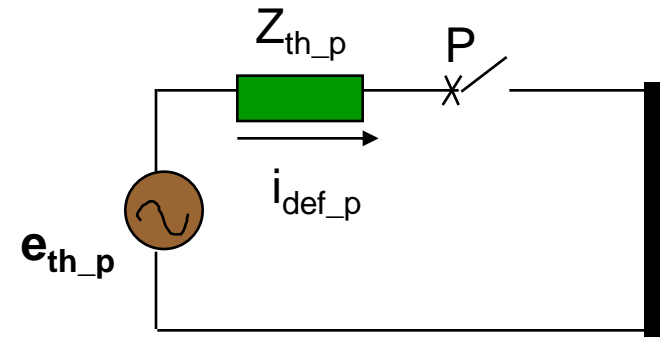


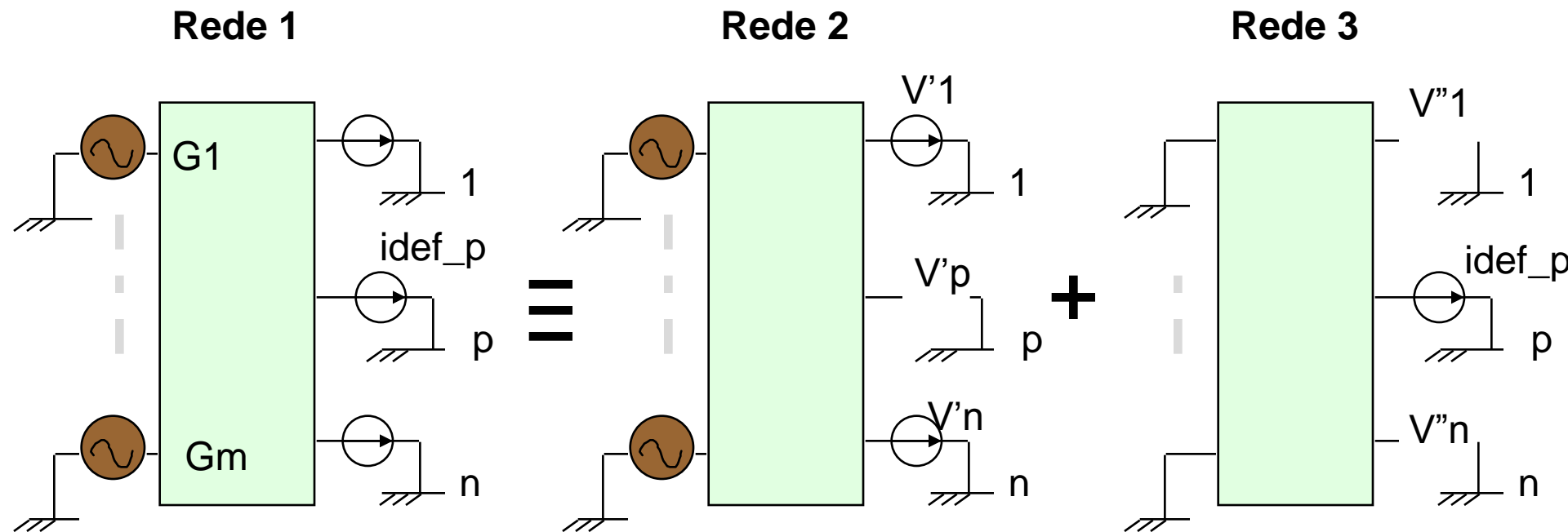
Diagrama de sequência positiva em pu



Equivalente de Thevenin no ponto P

Superposição de efeitos

Corrente de defeito:
$$i_{def,p} = \frac{e_{th,p}}{Z_{th,p}} = \frac{v'_p}{Z_{th,p}}$$



Potência de curto-circuito trifásico

$$S_{3\phi} = \sqrt{3} V_{nom} I_{3\phi}$$

$$s_{3\phi} = \frac{S_{3\phi}}{S_B} = \frac{\sqrt{3} V_{nom} I_{3\phi}}{\sqrt{3} V_B I_B} = i_{3\phi}$$

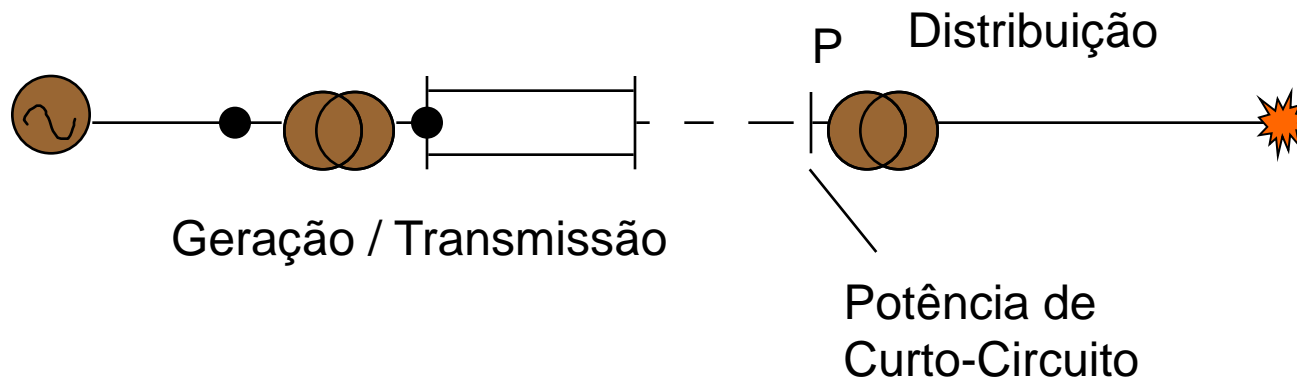
(a potência e corrente de curto são iguais em pu)

Potência de curto complexa $s_{3\phi} = v_{nom} i_{3\phi}^*$ e $S_{3\phi} = s_{3\phi} S_B$

Utilidade da pot. de curto-circuito

⌘ Equivalente do sistema em dado ponto:

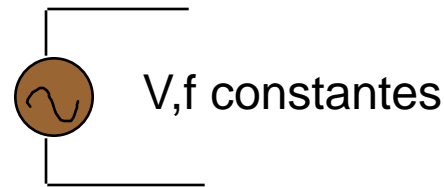
$$S_{3\phi,P} = \dot{i}_{3\phi,P}^* = \frac{V_{th,P}^*}{Z_{th,P}^*} = \frac{1}{Z_{th,P}^*} \Rightarrow Z_{th,P} = \frac{1}{S_{3\phi,P}^*}$$



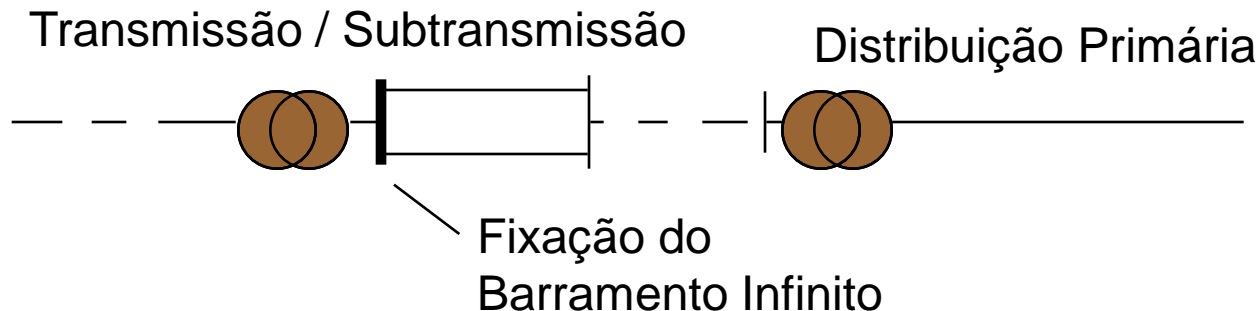
Barramento infinito

Ponto do sistema elétrico no qual os valores de tensão e frequência são fixos, independentemente do tipo ou quantidade de carga ligada.

Circuito equivalente:

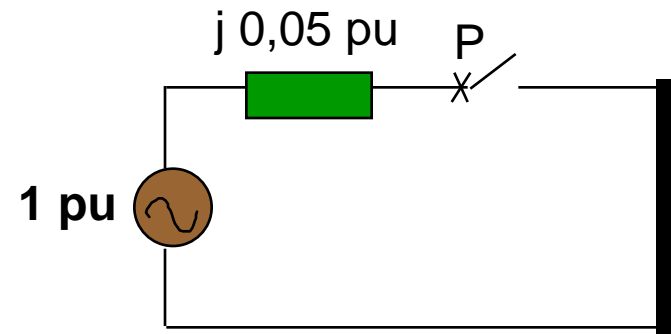
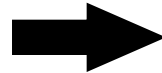
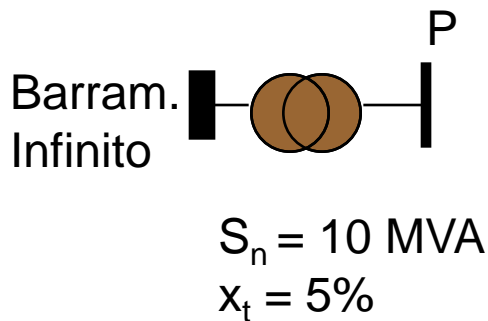


Utilidade: "cortar" a rede num determinado ponto "atrás", sem incidir em erros significativos para o cálculo de curto-circuito:



Exemplo

- ⌘ Cálculo da potência de curto-circuito trifásico no secundário de um transformador (ponto P), alimentado no primário por um Barramento Infinito:



Equivalente de Thevenin no ponto P

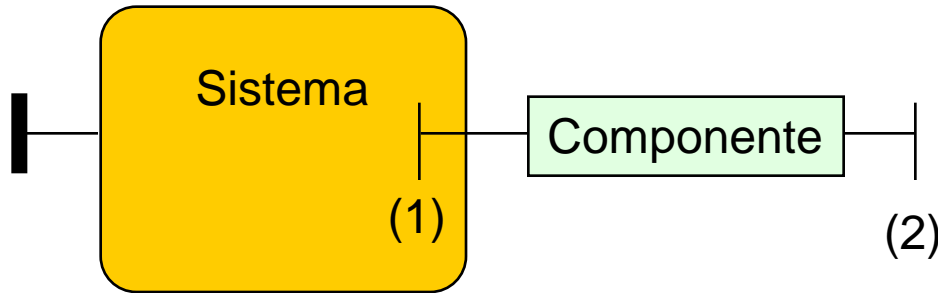
em módulo:

$$z_{th} = \frac{1}{s_{3\phi}} \Rightarrow s_{3\phi} = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ pu}$$

ou

$$S_{3\phi} = s_{3\phi} \cdot S_{base} = 20 \cdot 10 = 200 \text{ MVA}$$

Paralelo das pot. de curto circuito



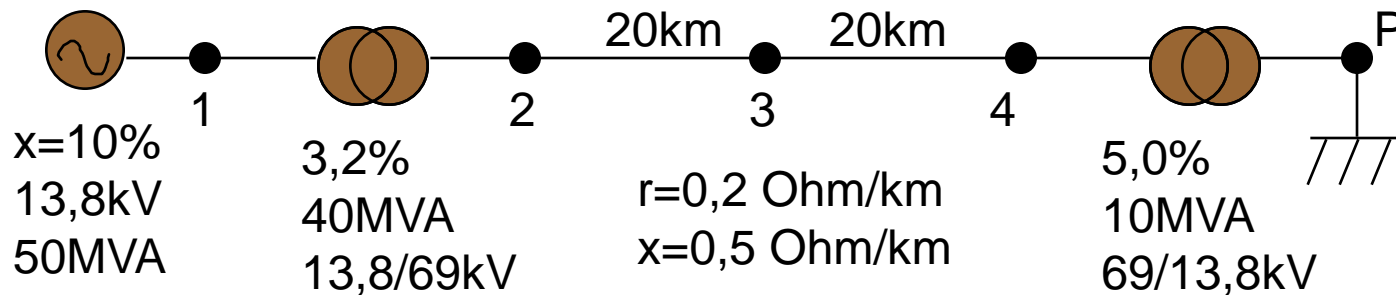
Conhecendo-se S_1 , potência de curto-circuito em (1), e S_{2inf} (pot. de curto em (2) quando o componente é alimentado por barramento infinito):

$$i_{3\phi,2} = \frac{1}{z_{th_1} + z_{comp}} = \frac{1}{\frac{S_B}{S_1^*} + \frac{S_B}{S_{2inf}^*}}$$

$$S_2 = S_B i_{3\phi,2}^* = \frac{S_1 S_{2inf}}{S_1 + S_{2inf}}$$

Exemplo

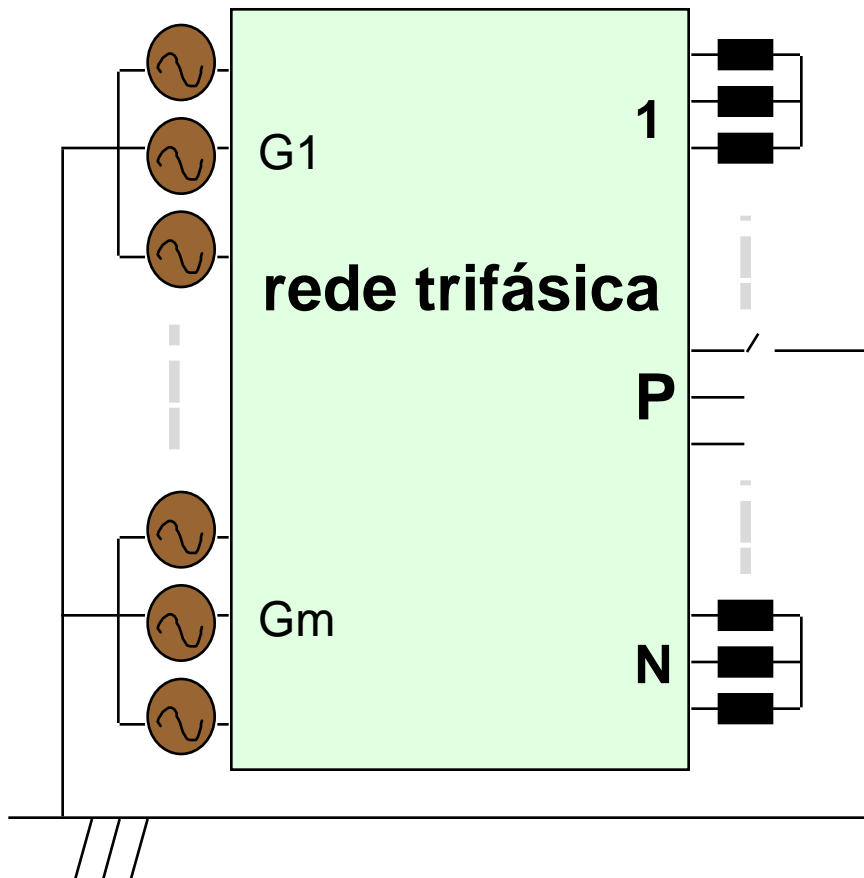
- Cálculo dos módulos das potências de curto-circuito nos pontos 1, 2, 3, 4 e P pela equação simplificada.



Ponto	S_{inf}	$S_{simplif,i}$	S_{compl}
1	500	500	500 $\angle -90$
2	1250	357	357 $\angle -90$
3	442	197	201 $\angle -80.2$
4	442	136	139 $\angle -76.5$
P	200	81	82.5 $\angle -82.0$

Potências em MVA

Curto-circuito fase-terra (ϕ -t)



condições de contorno no Ponto P

$$v_A = 0$$

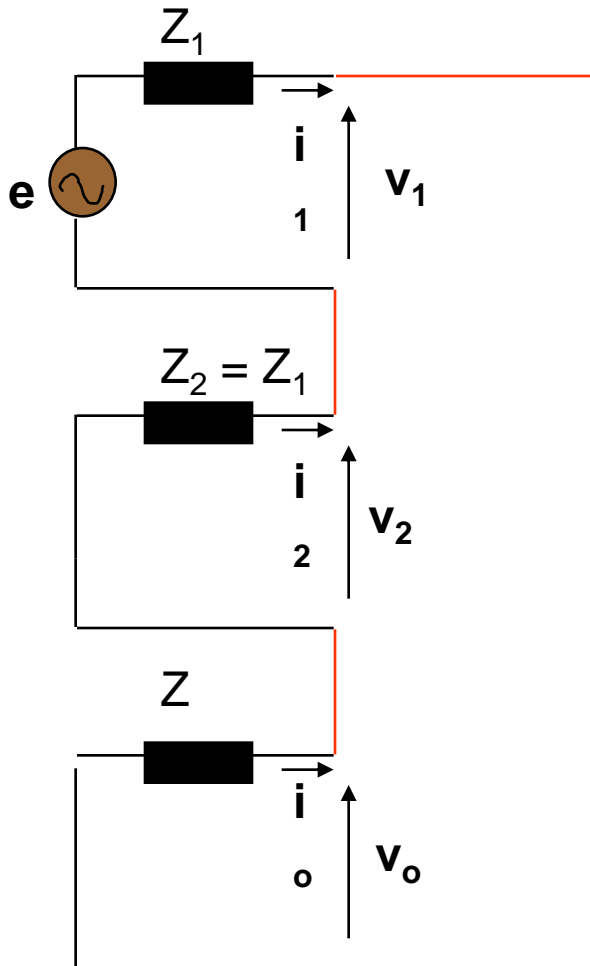
$$i_B = i_C = 0$$

resulta

$$v_A = v_0 + v_1 + v_2 = 0$$

$$i_0 = i_1 = i_2 = \frac{i_A}{3}$$

Curto-circuito fase-terra (ϕ -t)



correntes sequenciais:

$$\dot{i}_1 = \dot{i}_2 = \dot{i}_0 = \frac{e}{2z_1 + z_0}$$

componentes de fase:

$$\begin{vmatrix} \dot{i}_A \\ \dot{i}_B \\ \dot{i}_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{i}_0 \\ \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3e / (2z_1 + z_0) \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Cálculo de correntes e tensões nos demais pontos da rede

- ⌘ Voltamos aos diagramas seqüenciais completos;
- ⌘ Injetamos as correntes \mathbf{i}_1 , \mathbf{i}_2 e \mathbf{i}_0 no ponto P de cada diagrama;
- ⌘ Calculamos as componentes simétricas das tensões e correntes em cada trecho;
- ⌘ Determinamos, pela matriz T, as componentes de fase de tensões e correntes.

Potência de curto fase-terra

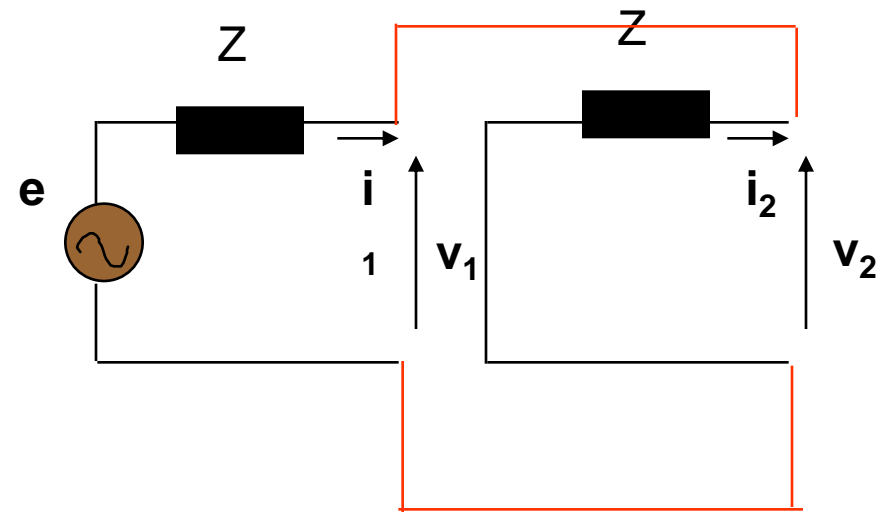
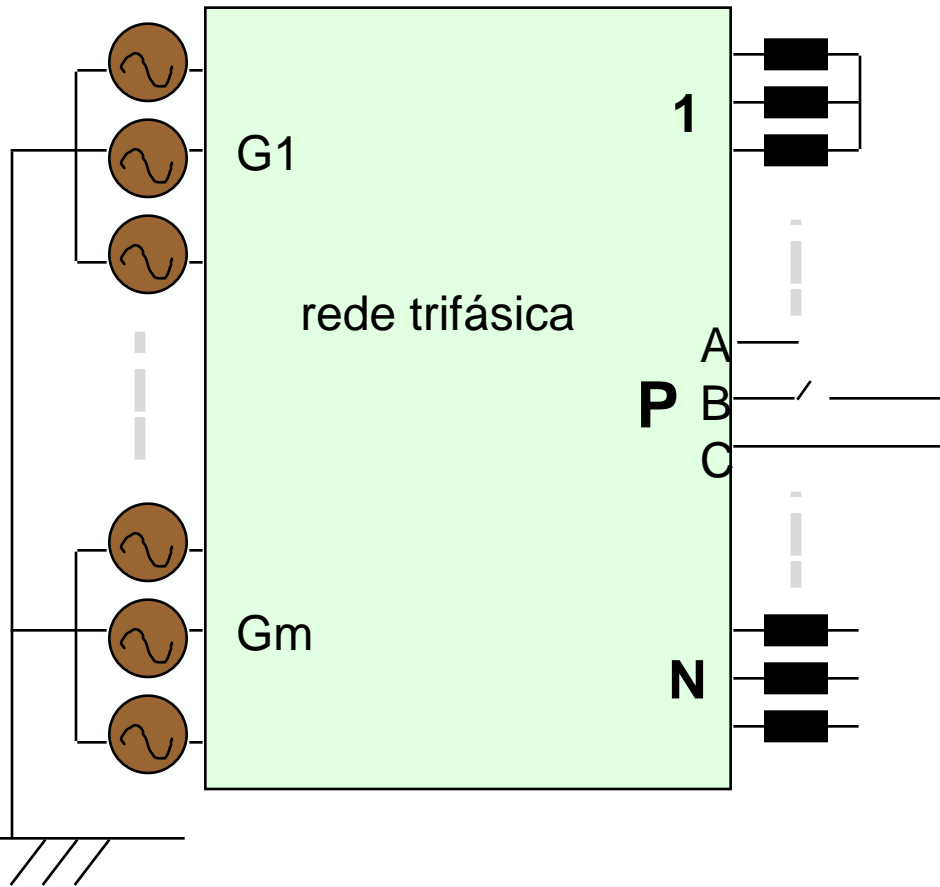
$$S_{\phi t} = \sqrt{3} V_{nom} I_{\phi t}$$

A potência de curto-circuito fase-terra é bastante útil para a determinação da impedância equivalente de Thevenin, relativa ao diagrama de seqüência zero, quando $z_1 = z_2$. Uma vez fornecidas as potências de curto trifásica e fase-terra, resultam as impedâncias equivalentes:

$$z_1 = \frac{1}{S_{3\phi}^*} = \frac{S_B}{S_{3\phi}^*} \quad S_{\phi t} = i_{\phi t}^* = \frac{3}{2z_1^* + z_0^*}$$

$$\therefore z_0 = \frac{3}{S_{\phi t}^*} - 2z_1 = \frac{3S_B}{S_{\phi t}^*} - 2 \frac{S_B}{S_{3\phi}^*}$$

Curto-circuito dupla fase (2φ)



Condições de contorno:

$$(V_b = V_c) \Rightarrow v_1 = v_2$$

$$(i_b = -i_c \Rightarrow i_1 = -i_2, i_0 = 0)$$

Curto-circuito dupla fase (2ϕ)

logo as correntes seqüenciais resultam:

$$i_1 = -i_2 = \frac{e}{z_1 + z_2}$$

e as tensões seqüenciais:

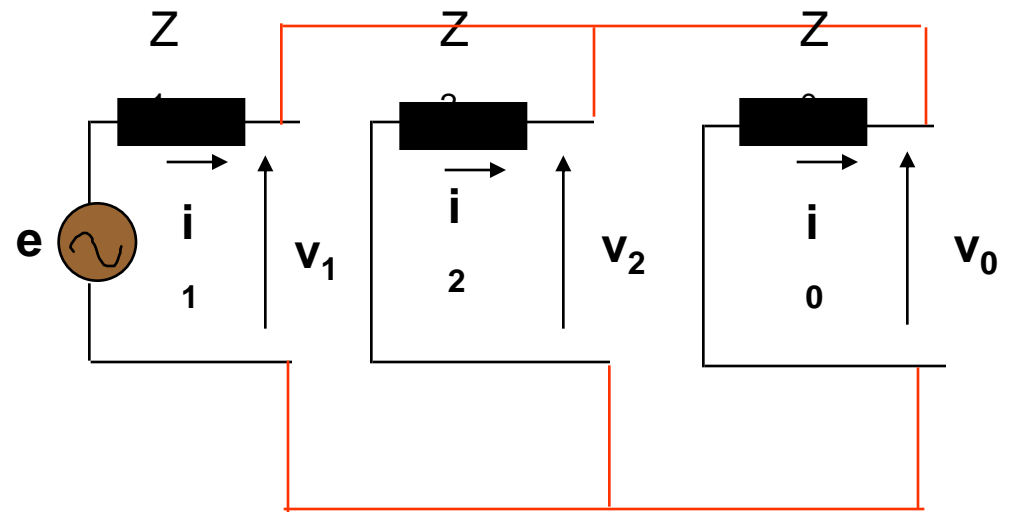
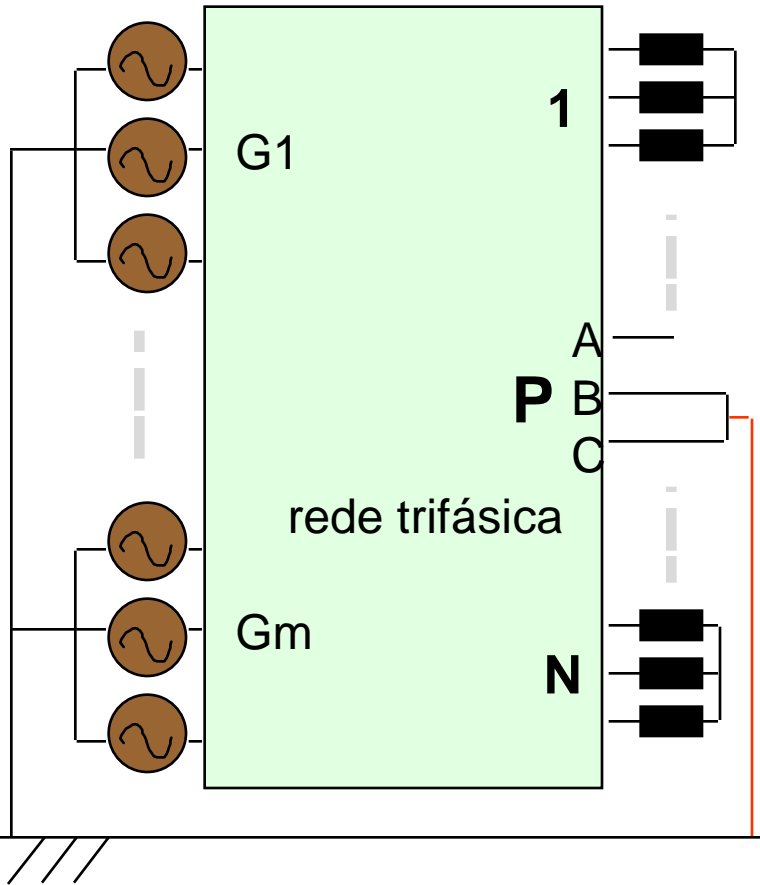
$$v_1 = v_2 = i_1(z_2) = \frac{z_2}{z_1 + z_2} e$$

no caso de $z_1 = z_2$, resultam as componentes de fase:

$$i_A = 0, i_B = -i_C = -j \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{e}{z_1} = -j \frac{\sqrt{3}}{2} i_{3\phi}$$

$$(i_{2\phi} = \frac{\sqrt{3}}{2} i_{3\phi}); \quad v_A = e, v_B = v_C = \frac{e}{2}$$

Curto-circuito dupla fase-terra (2φ-t)



Condições de contorno:

$$(V_b = V_c = 0) \Rightarrow v_0 = v_1 = v_2 = v_a/3$$

$$(i_a = 0 \quad \Rightarrow i_0 + i_1 + i_2 = 0)$$

Curto-circuito dupla fase-terra

Resultam as componentes de fase de tensão e corrente:

$$\begin{aligned} i_A &= 0, \\ i_B &= \frac{\alpha^2 \sqrt{3} e}{D} \left(z_2 \frac{/-30}{+} + z_0 \frac{/30}{+} \right) \\ i_C &= \frac{\alpha \sqrt{3} e}{D} \left(z_2 \frac{/30}{+} + z_0 \frac{/-30}{+} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{3z_2 z_0}{D} e \\ v_B &= v_C = 0 \end{aligned}$$

$$(D = z_1(z_0 + z_2) + z_0 z_2)$$

Resumo das correntes de curto-circuito

- curto trifásico :

$$| \mathbf{i} | = \left| \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{z}_1} \right|$$

- curto fase-terra :

$$| \mathbf{i} | = \left| \frac{3 \mathbf{e}}{2 \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_0 + 3 \mathbf{z}_{AT}} \right|$$

- curto dupla fase :

$$| \mathbf{i} | = \left| \frac{\sqrt{3} \mathbf{e}}{2 \mathbf{z}_1} \right|$$

- curto dupla fase-terra :

$$| i_B | = \left| \frac{\alpha^2 \sqrt{3} \mathbf{e} (z_1 / -30^\circ + z_0 / +30^\circ)}{z_1 (z_1 + 2 z_0)} \right|$$

$$| i_C | = \left| \frac{\alpha \sqrt{3} \mathbf{e} (z_1 / +30^\circ + z_0 / -30^\circ)}{z_1 (z_1 + 2 z_0)} \right|$$

Análise de sistemas aterrados e isolados

- ⌘ Análise dos defeitos fase-terra e dupla fase-terra. Cálculo de tensões e correntes no ponto de defeito em função da relação z_0 / z_1 , e das correntes de curto-circuito trifásico

Curto-circuito fase-terra

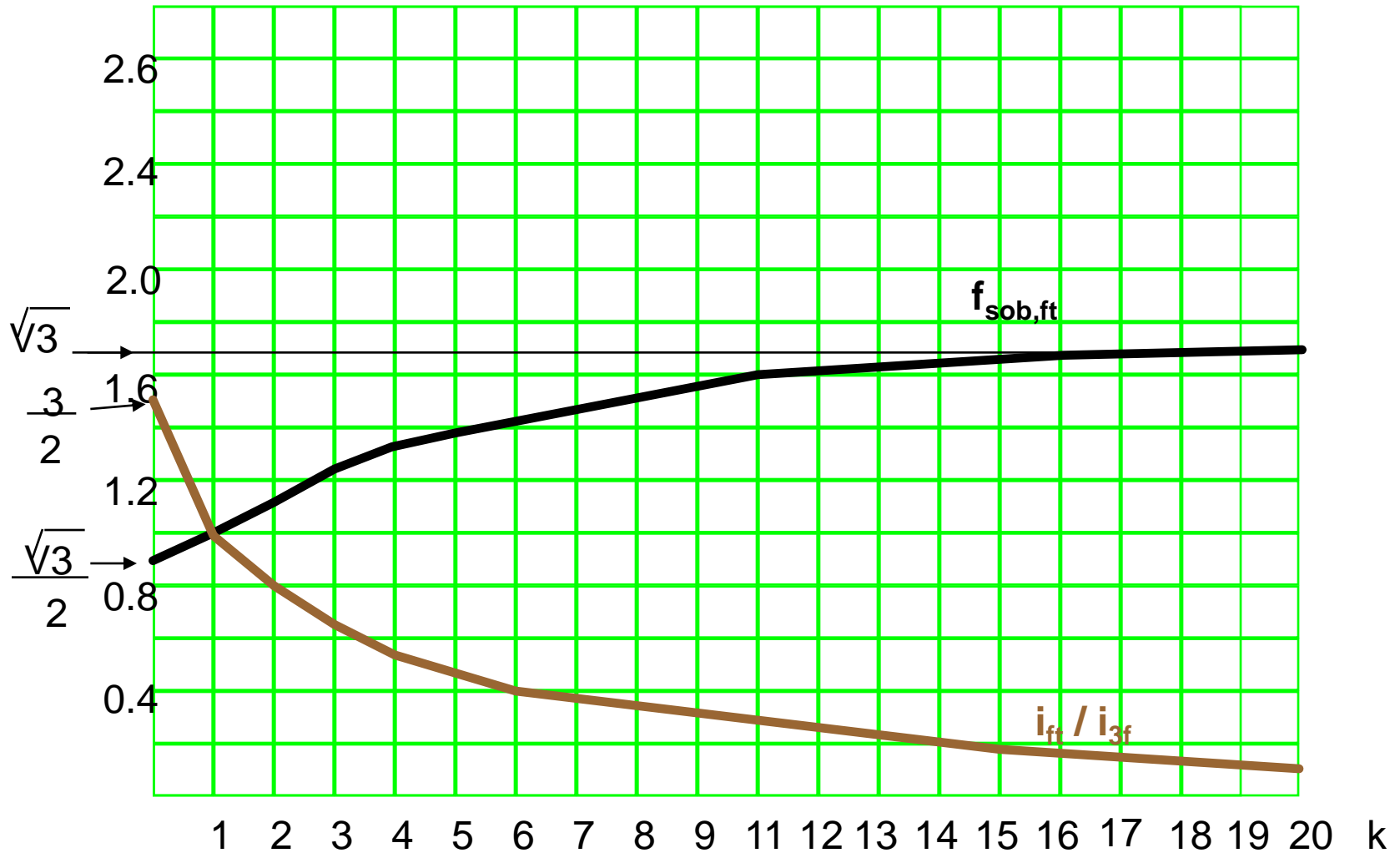
Por hipótese, $z_1 = z_2$ e $z_{at} = 0$. Sendo $z_1 = r_1 + jx_1$ e $z_0 = k.z_1 = kr_1 + jkx_1$, resulta:

$$|i_{ft}| = \frac{3}{2+k} |i_{3f}|$$

Neste caso, os fatores de sobretensão nas fases são (v_b/e e v_c/e), resultam:

$$f_{sob,\phi t} = f_{sob,b} = f_{sob,c} = \frac{\sqrt{3(1+k+k^2)}}{(2+k)}$$

Curto-circuito fase-terra



Curto-circuito dupla fase-terra

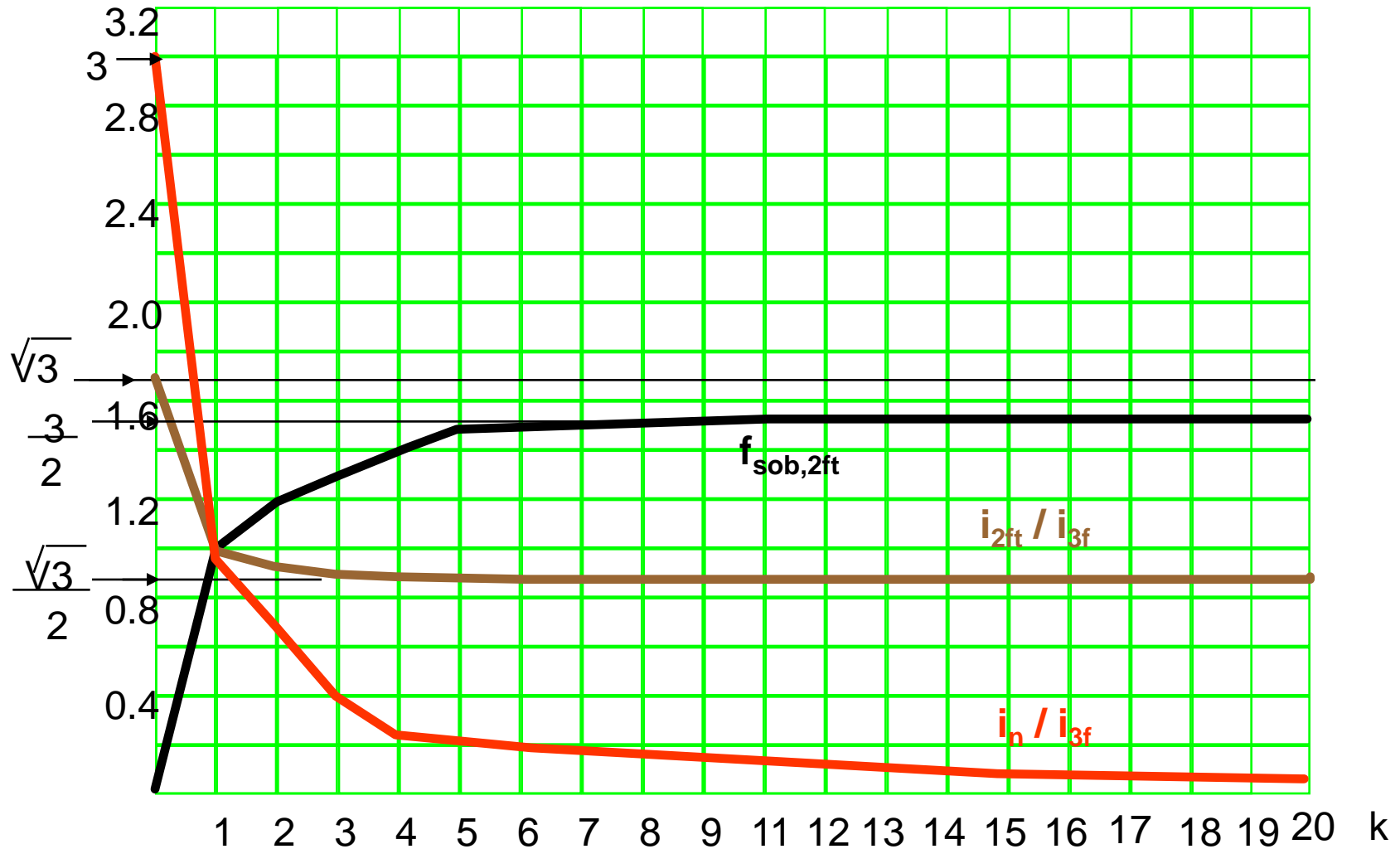
Por hipótese, $z_1 = z_2$ e $z_{at} = 0$. Sendo $z_1 = r_1 + jx_1$ e $z_0 = k.z_1 = kr_1 + jkx_1$, resulta:

$$|i_{2\phi t}| = |i_b| = |i_c| = \sqrt{3} \frac{\sqrt{1+k+k^2}}{(1+2k)} |i_{3\phi}|$$

$$|i_n| = \frac{3}{1+2k} |i_{3\phi}|$$

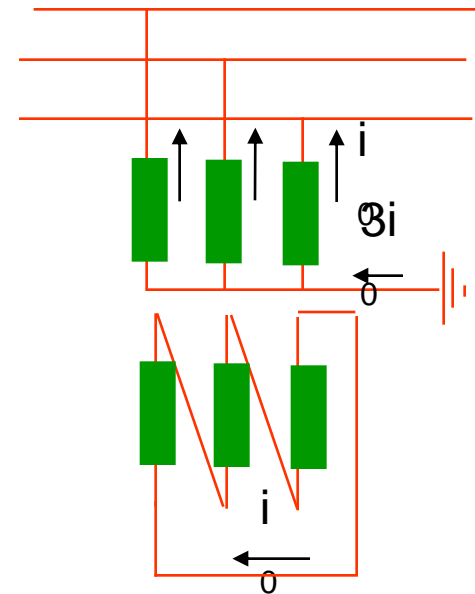
$$f_{sob,2\phi t} = \frac{|v_{an}|}{e} = \frac{3k}{1+2k}$$

Curto-circuito dupla fase-terra

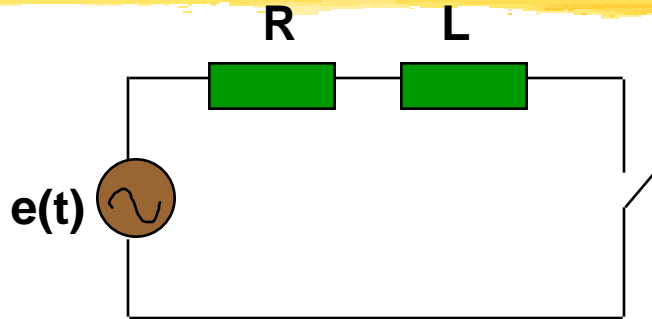


Observações

- ⌘ O transformador $\triangle \downarrow$ funciona como um reset na impedância de seq. zero, provocando uma diminuição brusca na relação z_0/z_1 , e aterrando o sistema neste ponto;
- ⌘ A relação entre z_{l0}/z_{l1} em linhas de distribuição quando muito alta tende a tornar o sistema mais isolado à medida que se afasta do transformador;
- ⌘ Uma solução é instalar o trafo de aterramento. Basta instalarmos um transformador conforme a figura ao lado.



Componente transitória das correntes de curto-circuito



$$e(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$



$$i(t) = \frac{E_M}{Z} \left[-\cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} \right] + \frac{E_M}{Z} \left[\cos(\omega t + \alpha - \varphi) \right]$$

$$I_M = \frac{E_M}{Z} \quad ; \quad \underline{Z} = R + j\omega L = Z / \varphi$$

Casos particulares

- comp. unidirecional nula : $i_a(t) = 0 \Rightarrow (\alpha - \varphi) = \pm k \frac{\pi}{2}$, $k = 1, 2, \dots$

Exemplo :

circuito puramente indutivo : $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = 0 \Rightarrow e(0) = E_M$, $i_a(t) = 0$

- comp. unidirecional máxima :

$$i_a(t) = \pm I_M e^{-\frac{R}{L}t} \Rightarrow (\alpha - \varphi) = \pm k \pi , k = 0, 1, 2, \dots$$

Exemplo :

circuito puramente indutivo: $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow e(0) = 0$, $i_a(t) = -I_M$

então $i(t) = I_M (\cos \omega t - 1)$ $\left| \frac{i(t)}{I_M} \right| \leq 2$

Valor eficaz da corrente total

para $i(t)$ qualquer:

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

para $i(t) = I_M \cos \omega t \Rightarrow I_{\text{ef}} = I_s = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$

para $i'(t) = I_M \left[-\cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} + \cos(\omega t + \alpha - \varphi) \right]$

$$\Rightarrow I_{\text{ef}} = I_a = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i'(t)^2 dt}$$

Aproximação :

$$I_a = f \cdot I_s$$

f : função da relação X / R

- para curto-circuito trifásico:

$$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{x}_1}{\mathbf{r}_1}$$

- para curto-circuito fase-terra:

$$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{r}} = \frac{2 \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_0}{2 \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_0}$$

Valores para o fator de assimetria (f)

X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator
0,25	1,000	1,25	1,029	2,30	1,085	4,10	1,212	6,80	1,360	15,00	1,550
0,30	1,004	1,30	1,030	2,40	1,090	4,20	1,220	7,00	1,362	16,00	1,560
0,40	1,005	1,35	1,033	2,50	1,104	4,30	1,225	7,25	1,372	17,00	1,570
0,50	1,006	1,40	1,035	2,60	1,110	4,40	1,230	7,50	1,385	18,00	1,580
0,55	1,007	1,45	1,037	2,70	1,115	4,50	1,235	7,75	1,391	19,00	1,590
0,60	1,008	1,50	1,040	2,80	1,123	4,60	1,249	8,00	1,405	20,00	1,600
0,65	1,009	1,55	1,043	2,90	1,130	4,70	1,255	8,25	1,410	22,50	1,610
0,70	1,010	1,60	1,045	3,00	1,140	4,80	1,260	8,50	1,420	25,00	1,615
0,75	1,011	1,65	1,047	3,10	1,142	4,90	1,264	8,75	1,425	27,75	1,625
0,80	1,012	1,70	1,050	3,20	1,150	5,00	1,270	9,00	1,435	30,00	1,630
0,85	1,013	1,75	1,055	3,30	1,155	5,20	1,275	9,25	1,440	35,00	1,636
0,90	1,015	1,80	1,060	3,40	1,162	5,40	1,290	9,50	1,450	40,00	1,648
0,95	1,018	1,85	1,063	3,50	1,170	5,60	1,303	9,75	1,455	45,00	1,653
1,00	1,020	1,90	1,065	3,60	1,175	5,80	1,310	10,00	1,465	50,00	1,659
1,05	1,023	1,95	1,068	3,70	1,182	6,00	1,315	11,00	1,480	55,00	1,660
1,10	1,025	2,00	1,070	3,80	1,190	6,20	1,324	12,00	1,500	60,00	1,680
1,15	1,026	2,10	1,075	3,90	1,192	6,40	1,335	13,00	1,515	∞	1,732
1,20	1,028	2,20	1,080	4,00	1,210	6,60	1,350	14,00	1,525		

Conclusões



- Metodologia para determinação de correntes de curto-circuito
- Estudo detalhado da componente de regime permanente (4 defeitos)
- Aproximação para consideração da componente transitória