1. Computação Evolutiva

Prof. Renato Tinós

Programa de Pós-Graduação Em Computação Aplicada

Depto. de Computação e Matemática (FFCLRP/USP)

1.2. Algoritmos Genéticos

1.2.1. Introdução

1.2.2. Elementos de Algoritmos Genéticos (AGs)

1.2.3. Projeto de AGs

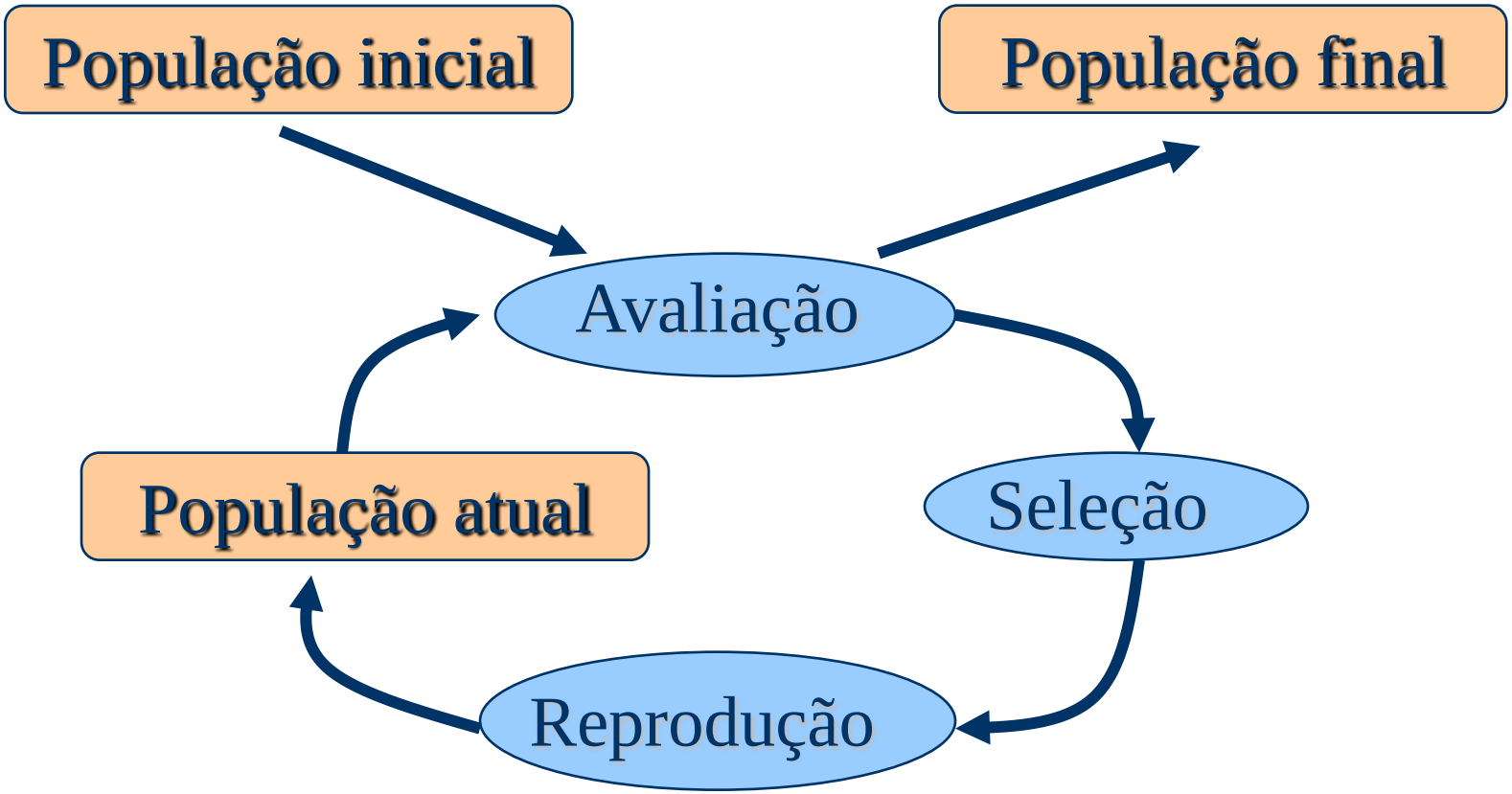
1.2.4. Exemplos

1.2.5. Implementação Computacional

1.2.1. Introdução

- Início
  - Desenvolvido inicialmente por John Holland
  - Uso em problemas de otimização: Keneth DeJong
  - Popularizado por David Goldberg
  - Aplicado tipicamente em problemas discretos
    - Foi originalmente desenvolvido para lidar com cromossomos binários

1.2.1. Introdução



1.2.1. Introdução

```
Algoritmo Genético Básico
Início
        inicialize a população
        avalie a população inicial
        repita
                se critério de convergência for satisfeito
                        interrompa
                fim se
                selecione indivíduos para a nova população
                aplique mutação e cruzamento nos indivíduos
selecionados
                avalie os indivíduos da nova população
        fim repita
Fim
```

1.2.2. Elementos de AGs

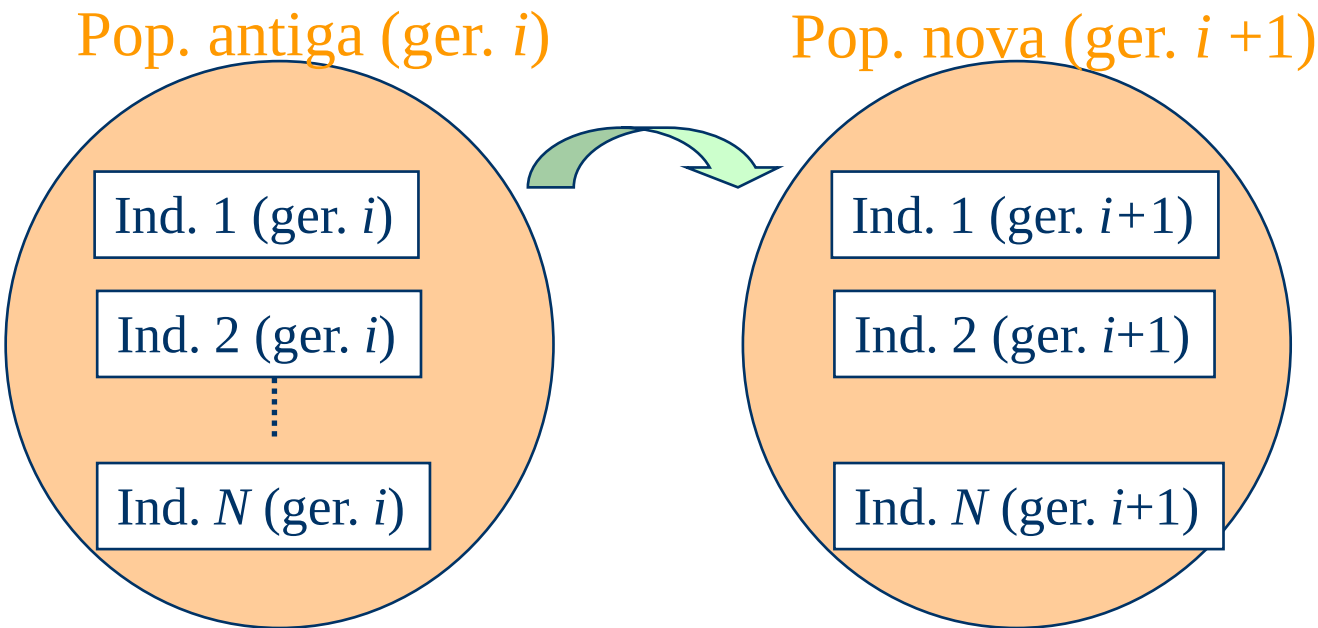
- Elementos
  - População
  - Codificação
  - Função de avaliação
  - Reprodução

1.2.2. Elementos de AGs

- População
  - Formada por indivíduos
    - Possíveis soluções para um dado problema
    - Codificados em cromossomos
      - *strings* (vetores)
      - Apesar de algumas implementações considerarem indivíduos com mais de um cromossomo, o AG padrão considera que um indivíduo é formado por apenas um cromossomo
    - Cada elemento do cromossomo do AG é chamado de gene
      - Os genes podem assumir valores ou símbolos (alelos)

1.2.2. Elementos de AGs

- População
  - Existe geralmente um número fixo de indivíduos em uma população
    - Em cada geração, a população velha é substituída por uma população nova (com novos indivíduos)



1.2.2. Elementos de AGs

- População
  - AG Padrão usa o modelo geracional
    - Cada indivíduo sobrevive por exatamente uma geração
    - Toda a população de pais é substituída pelos filhos
  - No outro extremo, está o modelo estacionário (*Steady-state*) no qual um filho é gerado por geração para substituir um pai

1.2.2. Elementos de AGs

Algoritmo Evolutivo Geracional

Início

$t \leftarrow 1$

inicializePopulacao($\mathbf{P}_t$)

avaliePopulacao($\mathbf{P}_t$)

enquanto (criterioConvergencia == 0)

$\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow$ selecao($\mathbf{P}_t$)

$\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow$ transformePopulacao($\mathbf{P}_{t+1}$)

avaliePopulacao($\mathbf{P}_{t+1}$)

$t \leftarrow t + 1$

fim enquanto

Fim

1.2.2. Elementos de AGs

Algoritmo Evolutivo Estacionário

Início

$t \leftarrow 1$

inicializePopulacao($\mathbf{P}_t$)

avaliePopulacao($\mathbf{P}_t$)

enquanto (criterioConvergencia == 0)

$\mathbf{Q}_t \leftarrow$ transformePopulacao($\mathbf{P}_t$)

avaliePopulacao($\mathbf{Q}_t$)

$\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow$ selecao($\mathbf{P}_t \cup \mathbf{Q}_t$)

$t \leftarrow t + 1$

fim enquanto

Fim

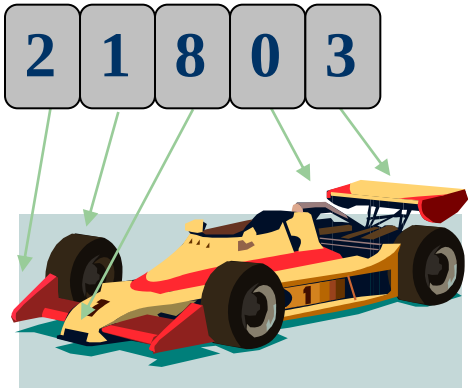
1.2.2. Elementos de AGs

- Codificação
  - Cada indivíduo é codificado por um conjunto de genes que definem as características do indivíduo
    - Genótipo
      - Conjunto de parâmetros (genes) que define um indivíduo
    - Fenótipo
      - Produto da interação de todos os genes

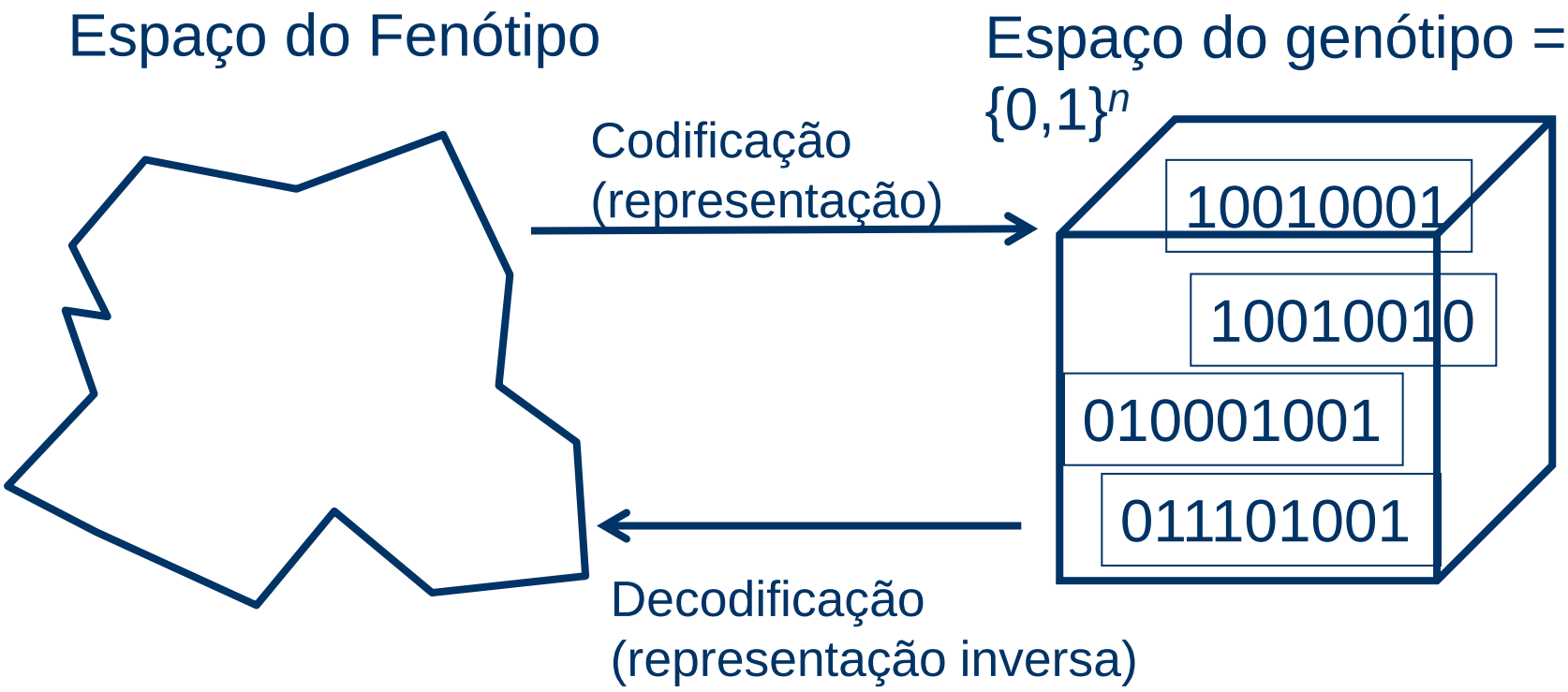
1.2.2. Elementos de AGs

- Codificação
  - Genes são combinados para formar *strings* ou vetores
    - Exemplo:

$$x_i = [\ 2\ 1\ 8\ 0\ 3\ ]^T$$



1.2.2. Elementos de AGs



1.2.2. Elementos de AGs

- Codificação
  - Genes podem ser representados por:
    - Números Binários (0 ; 1)
      - São tradicionalmente usados
      - Exemplo: $x_i = [\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ ]^T$
      - Podem ser utilizados para codificar outras representações
        - Inteiros. Exemplo: $x_i = [\ 0\ 1\ 0\ ]^T$ pode codificar o número inteiro 2
        - Reais
        - Caracteres: BCD, ASCII, ...
        - Etc...

1.2.2. Elementos de AGs

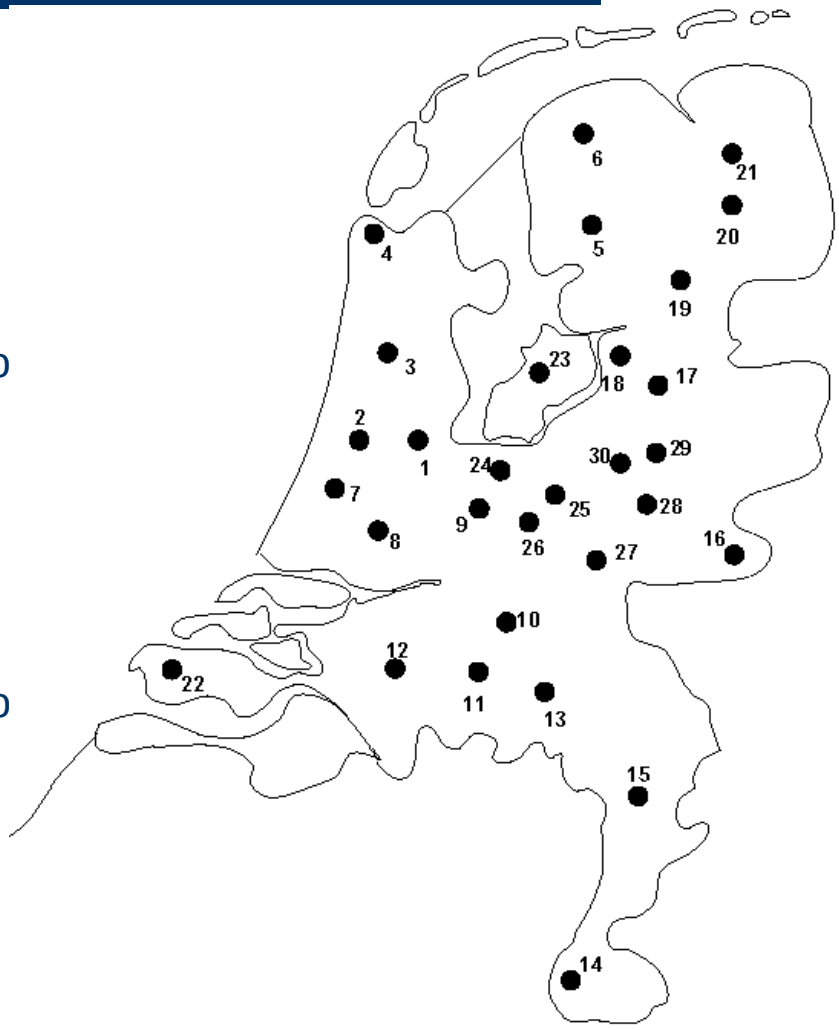
- Codificação
  - Genes podem ser representados por:
    - Números Inteiros (... ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ...)
      - Exemplo: x_i = [-1 10 2 -3 -98 1]^T
    - Números Reais
      - Exemplo: x_i = [-1,23 10,65 2,99]^T
    - Caracteres (A ; B ; ...)
      - Exemplo: x_i = [t e s t e]^T
    - Outros
      - combinação de outras representações
      - números complexos
      - etc...

1.2.2. Elementos de AGs

- Codificação
  - Permutação
    - Tarefas no qual uma sequência de objetos aparece em uma certa ordem
      - Se existe *n* variáveis, então a representação é uma lista de *n* inteiros, cada qual aparecendo apenas uma vez

1.2.2. Elementos de AGs

- Codificação
  - Permutação
    - Exemplo: Problema do Caixeiro Viajante
      - Nomeie as cidades como 1, 2, … , *n*
      - Um *tour* é uma permutação
        - Ex.: para *n*=4 [1,2,3,4], [3,4,2,1]
      - Espaço de busca é muito grande
        - Ex.: para 30 cidades existe 30! $\approx 10^{32}$ possíveis t*ours*



1.2.2. Elementos de AGs

- Função de Avaliação
  - Também conhecida como Função de Avaliação, Função de Aptidão ou Função de *Fitness*
  - Mede o grau de aptidão (*fitness*) da solução (indivíduo)
    - É aplicada ao fenótipo do indivíduo
      - O genótipo deve ser decodificado para que a aptidão do indivíduo seja calculada. Exemplo
        - genótipo: $\mathbf{x}_i = [\ 0\ 1\ 0\ 1]^T$
        - fenótipo: $z_i = 0x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0 = 5$
        - aptidão: $f\ (z_i\ ) = 1\ /\ (1 + z_i\ ^2) = 0{,}0385$

1.2.2. Elementos de AGs

- Função de Avaliação
  - Cada problema tem sua própria função de avaliação
    - Dada de acordo com os requisitos para a solução do problema
      - Exemplo: projeto de ponte
        - Menor custo
        - Menor tempo de construção
        - Maior capacidade de carga

1.2.2. Elementos de AGs

- Função de Avaliação
  - Muitas vezes, a função de avaliação não é conhecida (ou é difícil de ser computada com precisão)
    - Deve ser possível, no entanto, obter a aptidão do indivíduo através do seu genótipo
  - A aptidão de um indivíduo é importantíssima no processo de otimização
    - Define quais indivíduos serão selecionados para se reproduzirem, gerando a nova população

1.2.2. Elementos de AGs

- Seleção
  - Existem diversos métodos para a seleção de indivíduos para a fase de reprodução
    - Exemplos:
      - Elitismo
      - Método da Roleta
      - *Rank Selection*
      - Seleção porTorneio

1.2.2. Elementos de AGs

- Seleção
  - Elitismo
    - Indivíduos com maior aptidão são automaticamente selecionados
    - Utilizado para que os melhores indivíduos não desapareçam do processo de otimização
    - Geralmente, além de selecionar os melhores indivíduos, evita que estes sofram modificações pelos operadores genéticos

1.2.2. Elementos de AGs

- Seleção
  - Método da Roleta
    - A seleção natural
      - Trabalha com probabilidades
        - As vezes, um indivíduo muito bom não sobrevive porque algum processo externo o afetou
      - Escolhe preferencialmente, embora não exclusivamente, indivíduos com maior aptidão
        - Indivíduos mais aptos têm mais chances de serem reproduzidos
        - As vezes, um indivíduo muito bom pode ser filho do cruzamento de um indivíduo bom com um ruim

1.2.2. Elementos de AGs

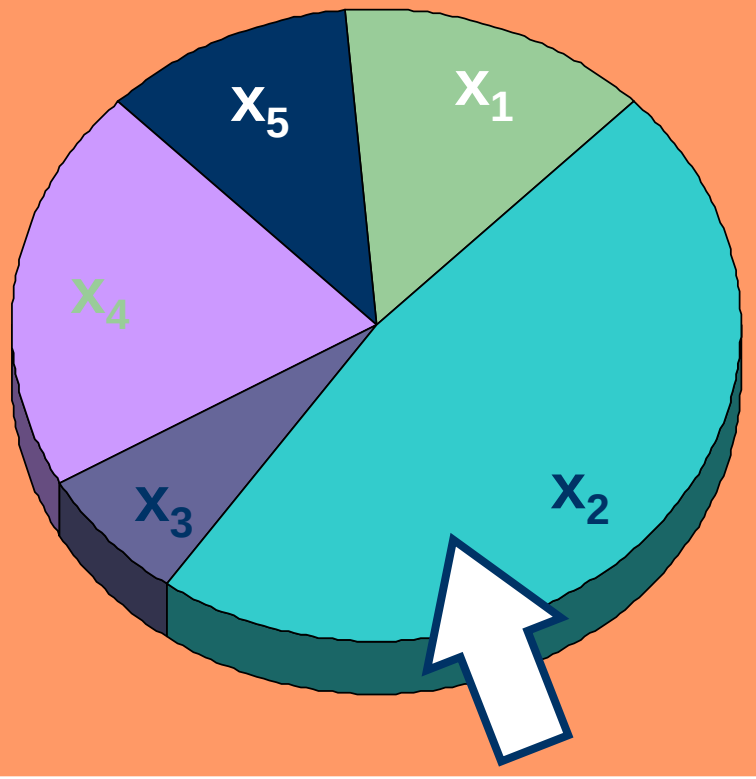
- Seleção
  - Método da Roleta
    - Indivíduos com maior aptidão tem mais chances de serem reproduzidos
    - A probabilidade de um indivíduo ser escolhido para se reproduzir é dada por sua aptidão relativa
      - Aptidão do indivíduo normalizada pela soma das aptidões de todos os indivíduos da população

$$f_r(z_i) = \frac{f(z_i)}{\sum_{j=1}^{N} f(z_j)}$$

1.2.2. Elementos de AGs

Método da Roleta baseado em Aptidão Relativa

x_i		$f(z_i)$	$f_r(z_i)$
x_1	10110	2,23	0,14
x_2	11000	7,27	0,47
x_3	11110	1,05	0,07
x_4	01001	3,35	0,21
x_5	00110	1,69	0,11



1.2.2. Elementos de AGs

- Seleção
  - Método da Roleta
    - Indivíduos são escolhidos pelo método da roleta até que o número máximo de indivíduos permitido em uma população seja alcançado
    - O nível de diversidade da população é maior quando o método da roleta é empregado (em relação ao elitismo)
      - No entanto, mesmo no método da roleta, o nível de diversidade da população decresce no decorrer do processo de otimização

1.2.2. Elementos de AGs

- Seleção
  - ***Rank Selection***
    - Indivíduos são primeiramente ordenados de acordo com o *fitness*
    - São então ranqueados, sendo que o pior indivíduo tem rank 0 e o melhor tem rank μ-1, sendo μ o número de indivíduos na população
    - Probabilidade de seleção do *i*-ésimo indivíduo é dada por

$$P_{lin-rank}(i) = \frac{(2-s)}{\mu} + \frac{2i(s-1)}{\mu(\mu-1)}$$

na qual o parâmero s: 1,0 < s ≤ 2,0 controla a pressão seletiva

1.2.2. Elementos de AGs

- Seleção
  - *Rank Selection*
    - Exemplo com três indivíduos

	Fitness	Rank	P_{selFP}	P_{selLR} $(s = 2)$	P_{selLR} $(s = 1.5)$
A	1	**0**	0.1	0	0.167
B	5	**2**	0.5	0.67	0.5
C	4	**1**	0.4	0.33	0.33
Sum	10		1.0	1.0	1.0

1.2.2. Elementos de AGs

- Seleção
  - Torneio
    - No modelo mais simples, *k* indivíduos são escolhidos aleatoriamente na população
      - O indivíduo de maior aptidão entre eles é escolhido
    - O parâmetro *k* controla a pressão seletiva
    - É mais simples (computacionalmente) do que os métodos de seleção proporcionais à aptidão, como o método da roleta

1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - Aplicado após a seleção de indivíduos
  - Permite a obtenção de novos indivíduos
  - O operadores genéticos de reprodução mais comuns são
    - *Crossover* (cruzamento ou recombinação)
    - Mutação

1.2.2. Elementos de AGs

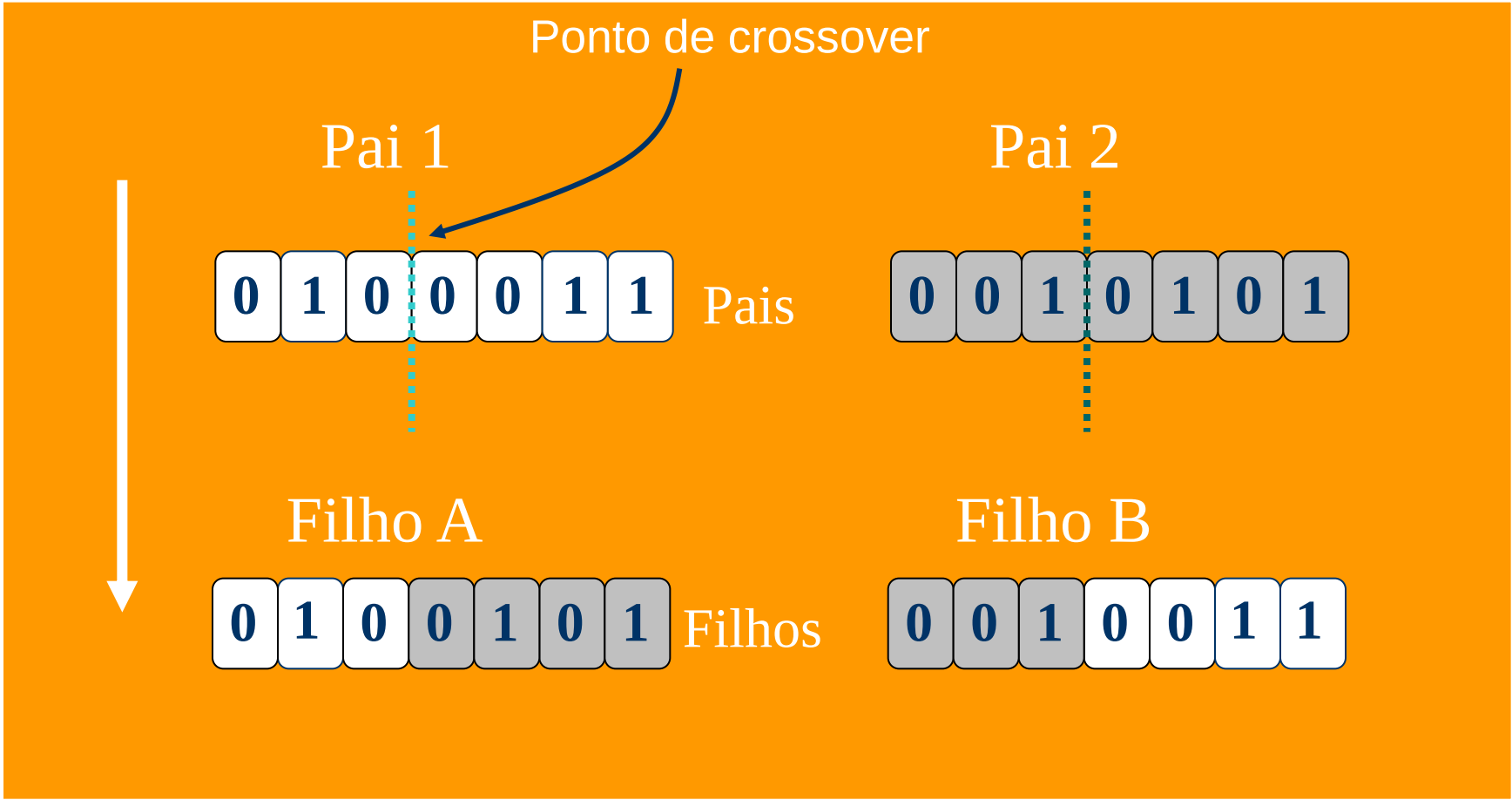
- Reprodução
  - *Crossover*
    - Recombinação de características dos pais durante a reprodução
      - Permite que as próximas gerações herdem essas características
    - Troca trechos dos cromossomos de dois indivíduos escolhidos durante a seleção
    - Ocorre com uma probabilidade definida pela taxa de *crossover* p_c
      - Para cada par de indivíduos selecionados, gera-se um número aleatório com distribuição uniforme
      - Ocorre *crossover* no par dado se o valor deste número for menor que p_c
      - Tipicamente entre 0,6 e 0,9

1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - *Crossover*
    - Permite a exploração rápida do espaço de busca
    - Tipos
      - Um ponto
        - Troca trechos (entre os dois cromossomos) delimitados por um ponto escolhido aleatoriamente
      - Dois pontos
        - Troca trechos (entre os dois cromossomos) delimitados por dois pontos escolhidos aleatoriamente
      - Uniforme
        - Troca trechos (entre os dois cromossomos) gerados por uma máscara, geralmente gerada aleatoriamente

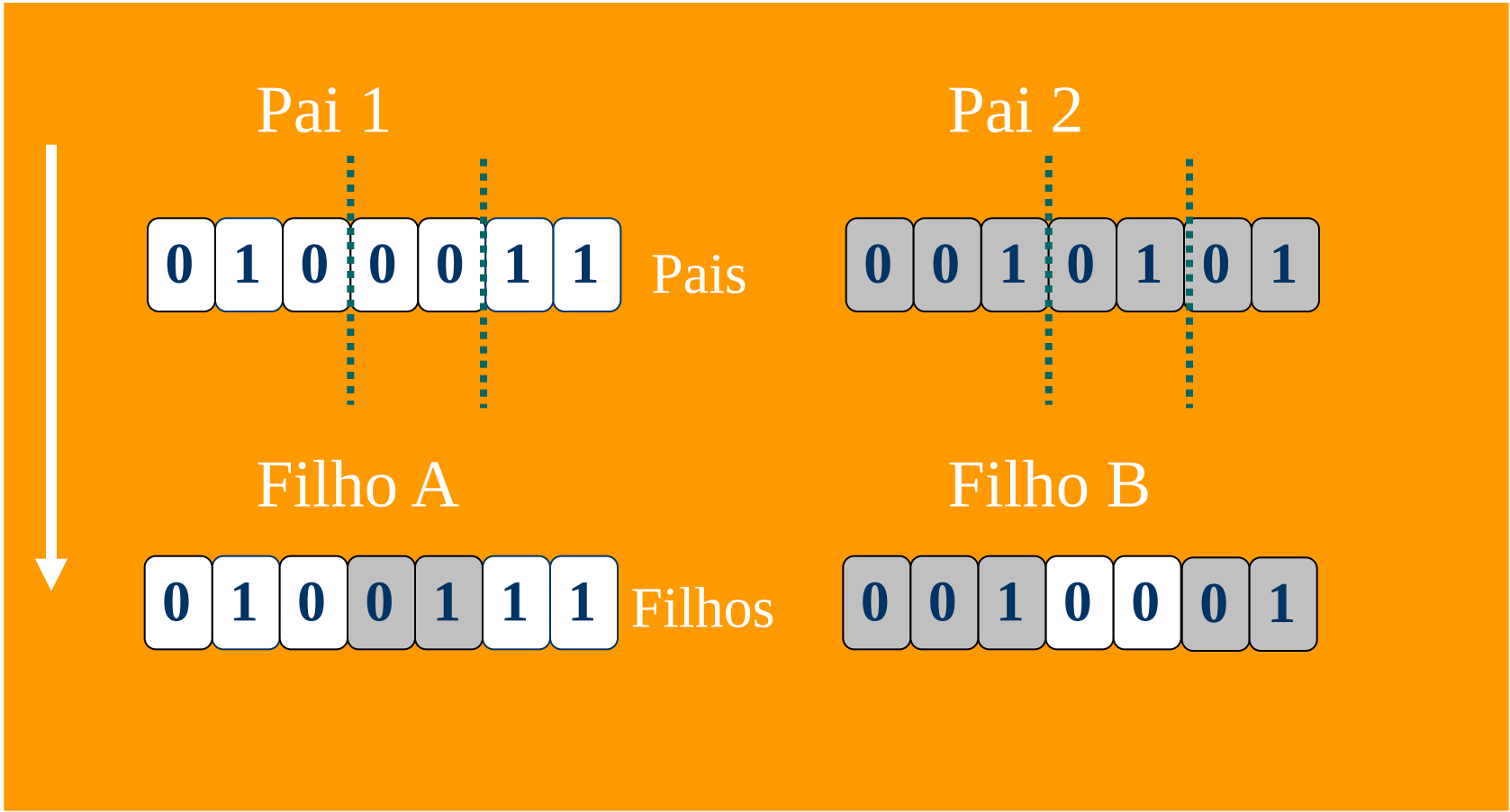
1.2.2. Elementos de AGs

Crossover de 1 ponto



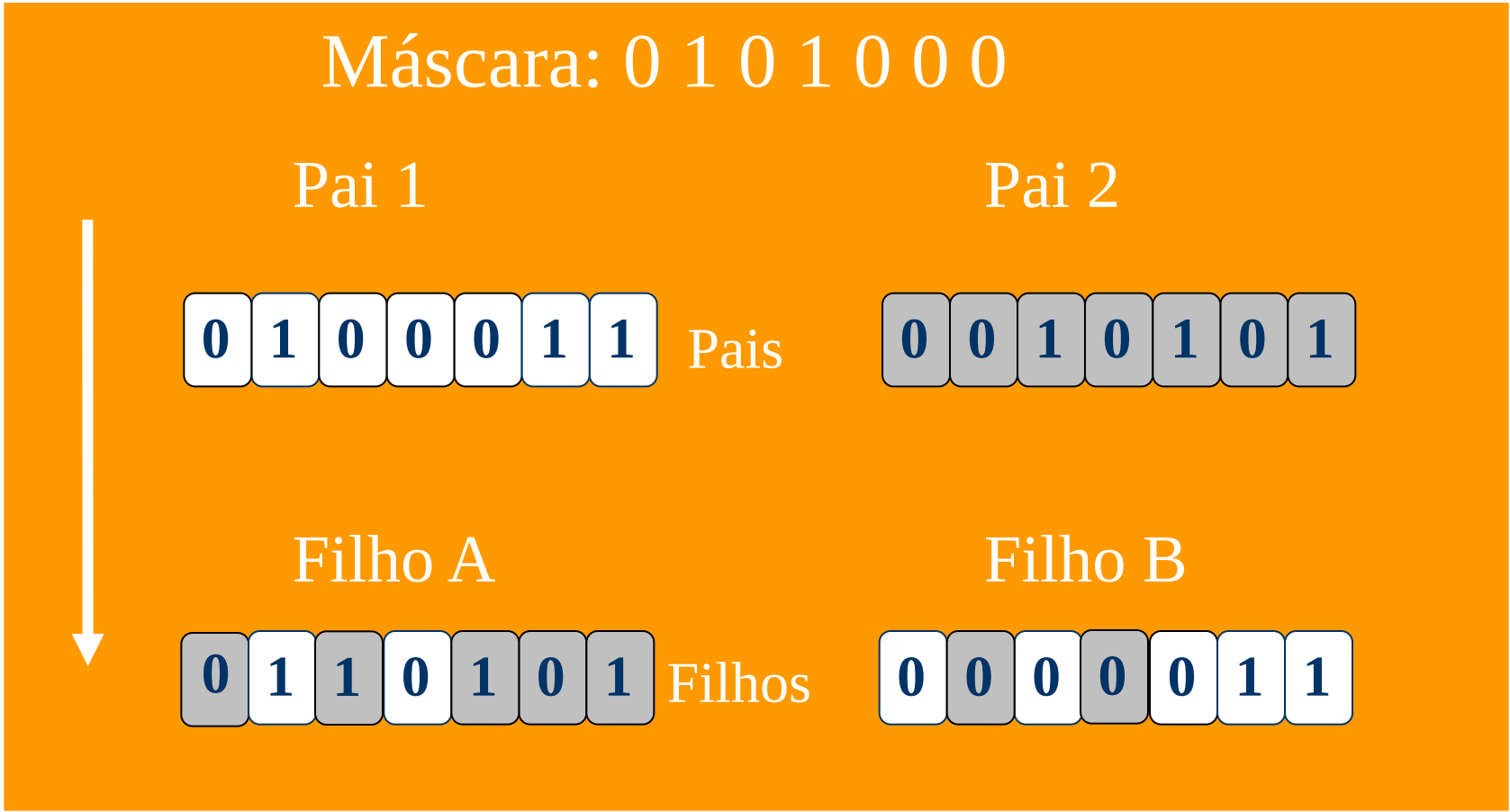
1.2.2. Elementos de AGs

Crossover de 2 pontos



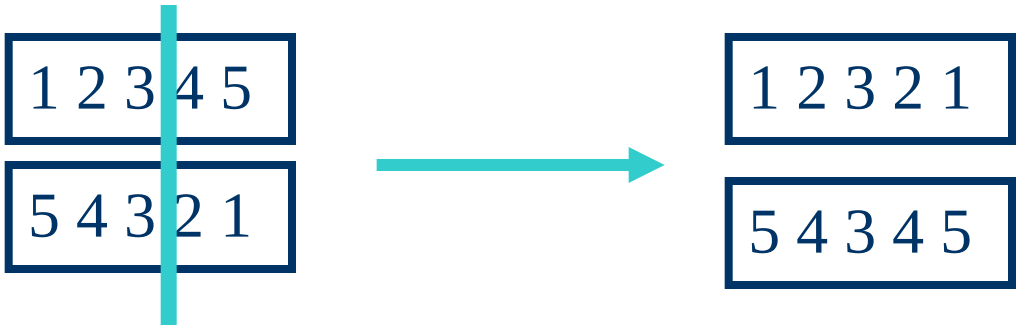
1.2.2. Elementos de AGs

Crossover uniforme



1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - *Crossover*
    - Problemas de Permutação
      - Crossover comum não pode ser aplicado



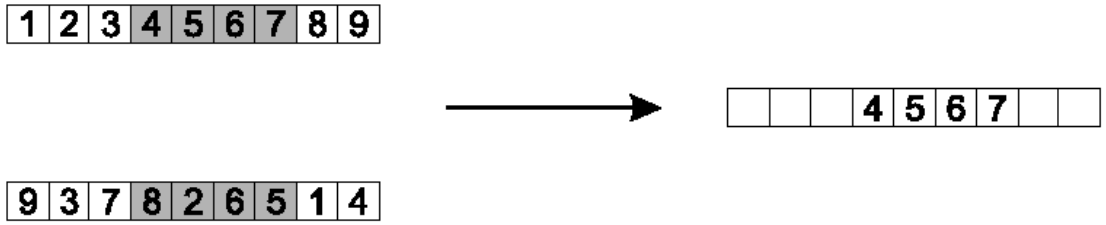
      - Operadores especializados têm assim sido propostos para combinar a informação de dois pais

1.2.2. Elementos de AGs

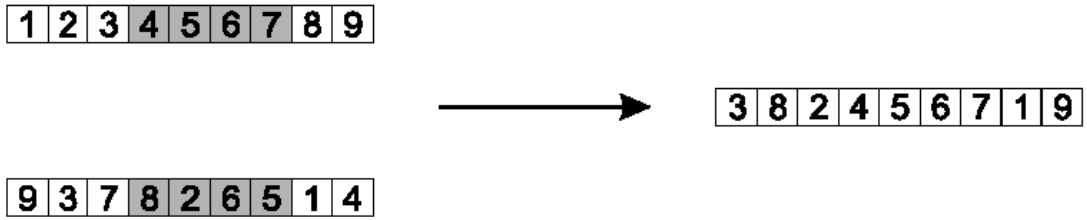
- Reprodução
  - *Crossover*
    - Problemas de Permutação
      - *Exemplo: Order 1 Crossover*
      1. Copie parte arbitrária do primeiro pai para o primeiro filho
      2. Copie elementos (ex.: números) que não estão nesta primeira parte para o primeiro filho:
         - Começando a direita do corte da parte copiada
         - Usando a ordem do segundo pai
         - Voltando para o começo, caso chegue no fim do cromossomo
      3. Faça o mesmo para o segundo filho

1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - *Crossover*
    - Problemas de Permutação
      - *Order 1 Crossover* (exemplo)
        - Copie parte aleatória do pai 1



        - Copie os números restantes na ordem do pai 2 (1,9,3,8,2)



1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - Mutação
    - Gera diversidade genética
    - Altera aleatoriamente um ou mais genes no cromossomo
    - Assegura que a probabilidade de atingir qualquer ponto do espaço de busca nunca será zero

1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - Mutação
    - Aplicada a cada gene de cada indivíduo após o *crossover* com uma taxa de mutação p_m
      - Para cada gene de cada indivíduo selecionado, gera-se um número aleatório com distribuição uniforme
      - Ocorre mutação no gene dado se o valor deste número for menor que p_m
    - Taxa de mutação é geralmente pequena
      - Tipicamente entre 1/tamanho_populacao e 1/tamanho_cromossomo
      - Ex.: $p_m = 0{,}01$
        - Gene tem probabilidade de 1% de sofrer mutação

1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - Mutação
    - A alteração depende da representação do gene
      - Binária (*Bit Flip Mutation*)
        - O gene mutado recebe a negação de seu antigo valor (ou seja, se era igual a 0 fica igual a 1 e se era igual a 1 fica igual a zero)

1.2.2. Elementos de AGs

Mutação Binária

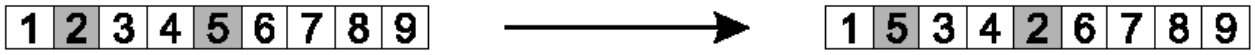
1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - Mutação
    - Inteiro ou Real
      - O gene pode ser mutado para receber qualquer valor entre os seus limites máximos e mínimos (distribuição uniforme)
      - O gene pode ser mutado adicionando um valor aleatório com distribuição normal com média zero e desvio padrão σ
      - O gene pode ser mutado para receber um acréscimo ou decréscimo no ser valor corrente

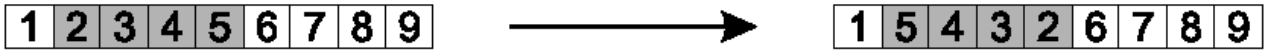
1.2.2. Elementos de AGs

- Reprodução
  - Mutação
    - Problemas de Permutação
      - Mutação inteira comum não pode ser aplicada

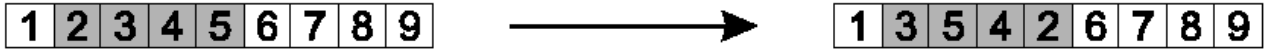
        [4 2 3 1} -> [3 2 3 1]
      - Algumas soluções
        - Trocar dois valores aleatoriamente



        - Inversão



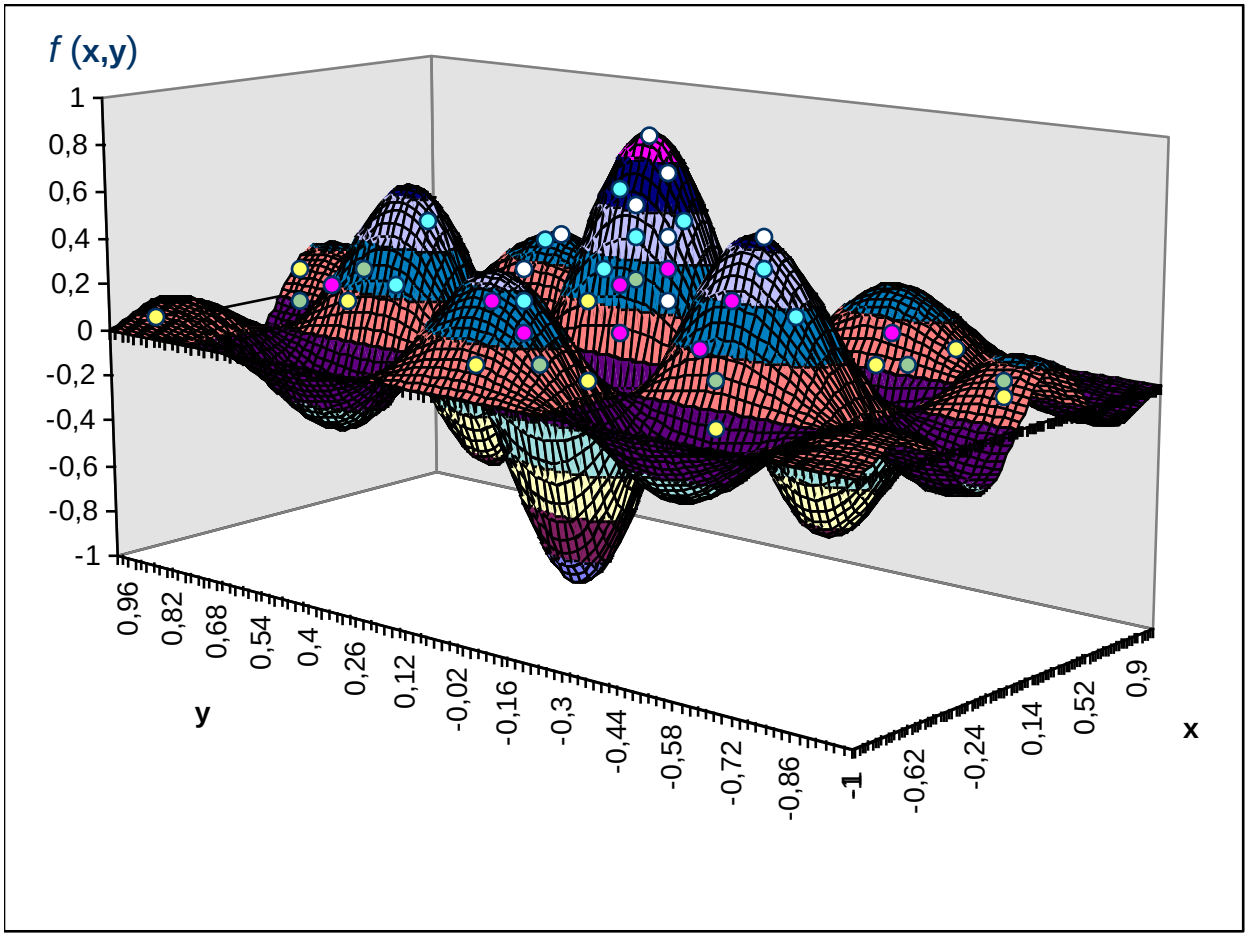
        - Rearranjo



1.2.2. Elementos de AGs

- Convergência
  - Se o AG estiver corretamente implementado, a população deve evoluir em gerações sucessivas
  - Aptidão do melhor indivíduo e da média da população devem aumentar em direção a um ótimo global

1.2.3. Projeto de AGs



Genótipo:

x	y

1.2.3. Projeto de AGs

- Critérios de Parada
  - Tempo de execução
  - Número de gerações
  - Valor de aptidão mínimo e/ou médio
  - Convergência
    - Nas últimas *k* iterações não houve melhora nas aptidões

1.2.3. Projeto de AGs

- Escolha dos parâmetros
  - Quantos indivíduos em uma população?
    - Poucos: diminuição rápida da diversidade
    - Muitos: aumento do tempo de computação
  - Qual a taxa de mutação?
    - Baixa $\Rightarrow$ mudanças lentas
    - Alta $\Rightarrow$ instabilidade, pois os traços não são mantidos por um período suficiente
  - Qual a taxa de crossover?

1.2.3. Projeto de AGs

- Quais tipos de operadores genéticos devem ser utilizados?
  - Depende do problema
  - Em geral crossover e mutação
    - Mutação sozinha pode ser utilizada, mas crossover sozinho não deve ser utilizado
- Crossover x Mutação
  - *Exploration*: descoberta de áreas promissoras no espaço de busca
    - ganho de informação sobre o problema
    - Crossover
      - Em geral, produz grandes saltos em uma área entre as regiões ocupadas pelos dois pais
  - *Exploitation*: otimização dentro de uma área promissora
    - uso da informação sobre o problema
    - Mutação
      - Em geral, cria pequenos desvios aleatórios na solução dada pelo pai (vasculha as soluções vizinhas à solução pai)
  - Em geral, deve haver um compromisso entre *exploration* e *exproitation*
    - Mas qual?

1.2.3. Projeto de AGs

- Qual codificação deve ser utilizada?
  - Inteira, real ou binária?
  - Binária ou Código Gray?
    - Exemplo: 3 bits

Decimal	Gray	Binária
0	000	000
1	001	001
2	011	010
3	010	011
4	110	100
5	111	101
6	101	110
7	100	111

1.2.3. Projeto de AGs

- População Inicial
  - Geralmente a população inicial é aleatória
    - **Necessidade de executar o algoritmo várias vezes** (com diferentes sementes aleatórias)
  - Conhecimento pode ser inserido

1.2.3. Projeto de AGs

- Quando AGs geralmente não devem ser utilizados
  - Em problemas que podem ser solucionados por algoritmos deterministas em tempo razoável (e geralmente menor do que para os AGs)
    - Ou seja em que o ótimo global com certeza será encontrado
    - Exemplos
      - Grande parte dos problemas da Classe Polinomial ($O(n^k)$)
      - Grande parte dos problemas unimodais

1.2.3. Projeto de AGs

- Dificuldades
  - Custo computacional geralmente alto quando comparado com algoritmos tradicionais
  - Convergência prematura
    - AGs comportam-se como algoritmos de busca local

Comentários

- Referências
  - Mitchell, M. *An introduction to genetic algorithms.* MIT Press, 1996.
    - Capítulos 1 e 5
  - Goldberg, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Pub. Co., 1989
    - Capítulo 1
- Agradecimentos
  - Parte do material desta apresentação foi obtida através de
    - Material de apoio do livro Eiben, A. E. & Smith, J. E. *Introduction to Evolutionary Computation.* Springer, 2003.