

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Faculdade de Economia, Administração e
Contabilidade de Ribeirão Preto - FEA-RP

Matemática Financeira

Profa. Dra. Luciana C. Siqueira Ambrozini



Análise de Investimentos



Matemática Financeira

Taxa interna de retorno (TIR)

Taxa de juros que iguala, em determinado momento do tempo, o valor presente das entradas com o das saídas previstas de caixa.

Normalmente, o fluxo de caixa no momento zero é representado pelo valor do investimento, ou empréstimo ou financiamento



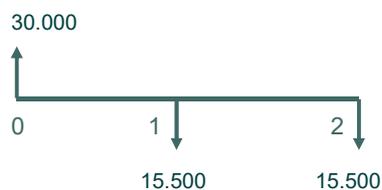
Os demais fluxos indicam os valores das receitas ou prestações devidas.

Matemática Financeira

Taxa interna de retorno (TIR)

Ao levar em conta o valor do dinheiro no tempo, diz-se que o método da IRR expressa a rentabilidade/custo do fluxo de caixa.

Exemplo: Considere um empréstimo de R\$ 30.000 a ser liquidado por dois pagamentos mensais de R\$ 15.500.



30.000 CHS g CF0
15.500 g CFj
2 g Nj
F IRR 2,21%

Matemática Financeira

Taxa interna de retorno (TIR)

A TIR recai sobre o saldo devedor líquido da operação, determinando as prestações formadas por amortização + juros.

Mês	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	30.000	-	-	-
1	15.164,20 (c)	14.835,80 (b)	664,20 (a)	15.500
2	-	15.164,20	335,80	15.500

$$30.000 - 14.835,80 = 15.164,20 \text{ (c)}$$

$$15.500 - 664,21 = 14.835,80 \text{ (b)}$$

$$30.000 \times 2,2141\% = 664,20 \text{ (a)}$$

Matemática Financeira

Taxa interna de retorno (TIR)

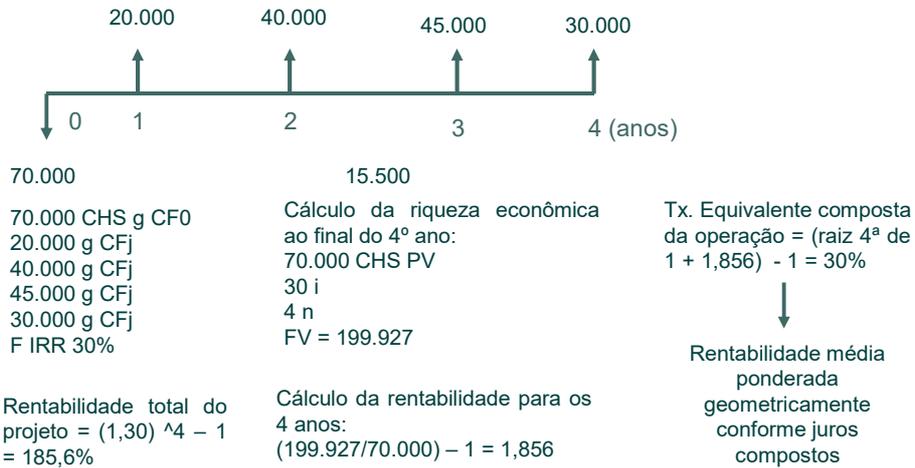
Ao se descontarem os vários fluxos de caixa previstos pela TIR, o valor atualizado será exatamente igual ao montante do investimento.

Na prática, a TIR expressa a rentabilidade de uma aplicação financeira ou custo de um empréstimo/ financiamento.

A TIR não representa um ganho efetivo, mas a rentabilidade média ponderada geometricamente de acordo com o critério de juros compostos.

Matemática Financeira

Taxa interna de retorno (TIR): exemplo



Matemática Financeira

Taxa interna de retorno (TIR): pressuposto básico

A taxa interna de retorno de um projeto/ alternativa financeira é verdadeira na suposição que os fluxos de caixa que sucederão, sejam reaplicados à taxa de juro calculada pelo método.

O que acontece nos casos em que os fluxos não sejam reaplicados à mesma taxa?

Matemática Financeira

Taxa interna de retorno modificada (TIR modificada)

Suponha que os fluxos de entrada de caixa sejam reaplicados à uma taxa de 22%.

Cálculo do montante da reaplicação das entradas de caixa:

$$FV = 20.000 (1,22^3) + 40.000 (1,22^2) + 45.000 (1,22) + 30.000 = 180.753$$

Valor do investimento: 70.000

Cálculo da rentabilidade periódica: $180.753 / 70.000 - 1 = 158,22\%$

Cálculo da equivalente anual: $(2,5822)^{1/4} - 1 = 26,76\%$ a.a. → TIR modificada

Matemática Financeira

Taxa interna de retorno modificada (TIR modificada)

A partir do exposto, conclui-se que para encontrar a TIR modificada deve-se capitalizar os fluxos de caixa à taxa de reinvestimento e dividir o FV pelo PV menos 1.

Nestas condições, a TIR modificada passa a representar a verdadeira rentabilidade do projeto/alternativa financeira, uma vez que leva em conta o ganho efetivo da operação financeira.

A TIR esperada de uma decisão de investimento é também dependente da reaplicação destes fluxos de caixa ao longo de todo prazo.

Matemática Financeira

Valor Presente Líquido

Diferença entre o valor presente dos benefícios (ou pagamentos) previstos de caixa, e o valor presente do fluxo de caixa inicial (valor do investimento, do empréstimo ou do financiamento).

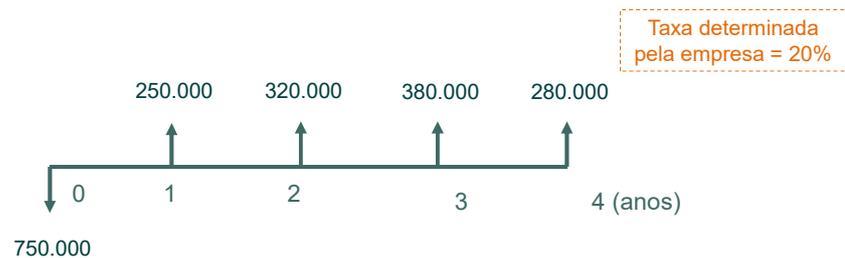
$$NPV = \sum_{j=1}^n FC_j / (1+i)^j - FC_0$$

Para utilização do NPV, faz-se necessária a definição prévia da taxa de desconto a ser utilizada na atualização dos fluxos de caixa.

O NPV é caracteristicamente referenciado ao momento inicial (data zero).

Matemática Financeira

Valor Presente Líquido



750.000 CHS g CF0
 250.000 g CFj
 320.000 g CFj
 380.000 g CFj
 280.000 g CFj
 20 i
 F NPV 35.493,82

o NPV corresponde ao resultado econômico da alternativa financeira expressa em moeda atualizada.

Matemática Financeira

Valor Presente Líquido

Análises do NPV

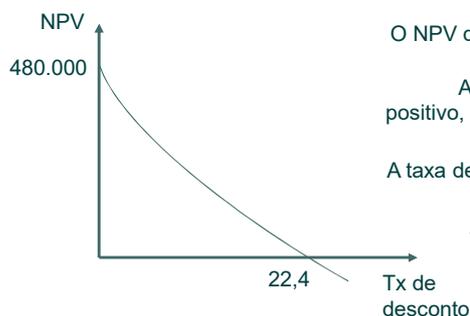
Mesmo descontando os fluxos de caixa pela taxa de 20%, o NPV é positivo, indicando que a alternativa de investimento apresenta-se atraente.

Se for utilizada a taxa de desconto de 30%, o NPV apresenta-se negativo, indicando que a rentabilidade implícita do investimento é inferior à taxa de desconto mínima exigida.

Matemática Financeira

Valor Presente Líquido

Análises do NPV



O NPV decresce à medida que se eleva a taxa.

Até a taxa de 22,4% verifica-se um NPV positivo, indicando atratividade do investimento.

A taxa de desconto de 22,4% representa a IRR.

Se a taxa exceder a IRR, a alternativa é considerada sem atratividade.

Critério de decisão do método NPV: toda vez em que o NPV for igual ou superior à zero, o investimento pode ser aceito; caso contrário existe indicação de rejeição.

Matemática Financeira

Índice de lucratividade

É medido pela relação entre o valor presente dos fluxos de entradas e saídas de caixa.

Exemplo:

$$IL = \$1.315.200 / 1.000.000 = 1,3152$$

O resultado indica que, para cada \$1,00 aplicado na alternativa, quanto o projeto produziu de retorno, expressos todos os resultados de caixa em valores atualizados pela taxa mínima de atratividade.

Matemática Financeira

Taxa de rentabilidade

Considera a relação entre o NPV (a partir da taxa de atratividade) e o valor presente dos desembolsos de capital.

Exemplo:

$$IL = \$ 315.200 / 1.000.000 = 31,52 \%$$

Corresponde à taxa de rentabilidade do investimento.

Matemática Financeira

Comparação entre métodos de análise de investimentos – projetos independentes

A atratividade econômica de uma alternativa de investimento de capital tratada individualmente pode ser observada quando:

- Tem-se NPV positivo
- Tem-se IRR igual ou superior à taxa de atratividade
- IL maior ou igual a 1
- TR positiva

Considerando-se um único projeto de investimento, a aplicação dos métodos de avaliação tem como característica a consistência em termos de decisão de aceitar-rejeitar.

Matemática Financeira

Comparação entre métodos de análise de investimentos – projetos mutuamente excludentes

Na comparação de alternativas de projetos de investimento não independentes, podem ocorrer situações conflitantes, ou seja, os métodos de análise não apontam a mesma indicação econômica.

Tal situação pode-se dar em função de:

- Disparidade do tamanhos dos investimentos
- Diferenças em relação à evolução dos fluxos de caixa ao longo do tempo.

Em situações de conflito, o NPV é aceito como o que produz melhores recomendações.

Matemática Financeira

Projetos mutuamente excludentes: fluxos de caixa incrementais

Investimento	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3
A	(450)	320	230	180
B	(900)	360	250	900

Investimento	NPV	IRR
A	\$ 80,6	32,5%
B	\$ 94,4	25,6%

- Dualidade de interpretação
- IRR não leva em consideração a disparidade do tamanho do desembolso de capital.

Essa dualidade de interpretação decorre principalmente do fato da IRR ser expressa em termos relativos (%), e não por valores absolutos como o NPV.

Matemática Financeira

Projetos mutuamente excludentes: fluxos de caixa incrementais

Investimento	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3
B	(900)	360	250	900
A	(450)	320	230	180
Valores incrementais	(450)	40	20	720

Investimento	NPV	IRR
Incremental	\$ 13,8	21,3%

O NPV incremental define a riqueza adicional acrescida pelo investimento B de maior escala.

A IRR incremental representa a taxa de juros que torna os dois investimentos equivalentes em termos de atratividade econômica, produzindo o mesmo NPV.

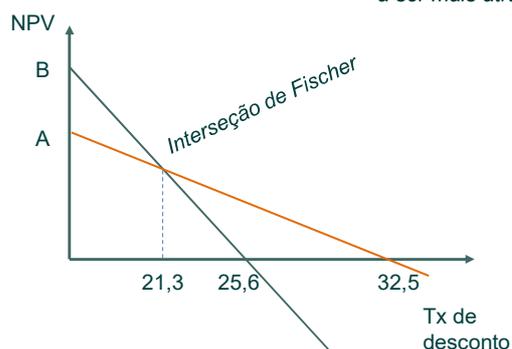
NPV a = \$ 71,00 NPV b = \$ 71,00

Matemática Financeira

Projetos mutuamente excludentes: fluxos de caixa incrementais

Investimento	IRR
Incremental	21,3%

Para uma taxa de até 21,3%, o investimento B é preferível a A. A partir de 21,3%, A passa a ser mais atraente.



Considerando a taxa mínima de atratividade de 20%, B promove maior NPV, sendo a melhor opção econômica de investimento.

Matemática Financeira

Projetos mutuamente excludentes: investimentos de mesma escala

Investimento	Ano 0	Ano 1	Ano 2
E	(500)	650	100
F	(500)	80	820

Investimento	NPV	IRR
E	\$ 111,1	43,9%
F	\$ 136,1	36,3%

Resultados conflitantes

A análise é efetuada sobre o comportamento dos fluxos de caixa ao longo do tempo.

Matemática Financeira

Projetos mutuamente excludentes: investimentos de mesma escala

Características dos projetos

- Investimentos iguais
 - Projeto E: fluxos de caixa decrescentes
 - Projeto F: fluxos de caixa crescentes
- Essa dualidade de comportamento explica a natureza do conflito proporcionada pelos métodos de análise

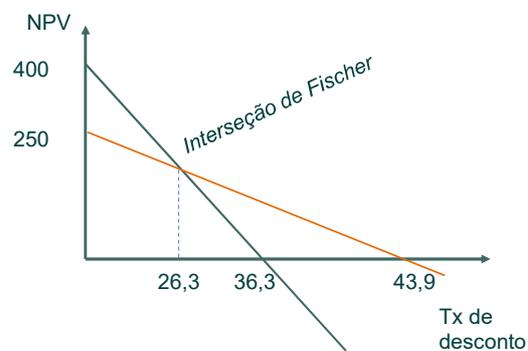
Pressuposto de reinvestimento dos fluxos de caixa pela taxa de desconto do NPV ou pela própria TIR.



Matemática Financeira

Projetos mutuamente excludentes: fluxos de caixa incrementais

Investimento	Ano 0	Ano 1	Ano 2
E	(500)	650	100
F	(500)	80	820
Incremental	0	-570	720



Para uma taxa de atratividade de 20%, F é mais desejável em função NPV.