

$$T_{med} = - \frac{I_{m1} I_{m2} L_m}{4} \sin \delta.$$

$$\Omega = \pm (\omega_1 \mp \omega_2)$$

↑ A velocidade de rotação depende das frequências das correntes nas bobinas de estator e rotor.

↳ Desregamento $\left[s = \frac{\omega_2}{\omega_1} \rightarrow \Omega = \pm \omega_1 (1-s) \right]$

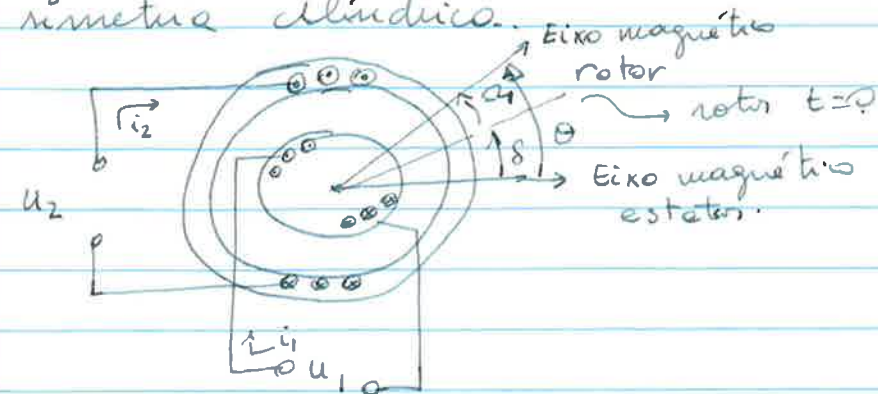
Moto síncrono ou de indução monofásico $\rightarrow$ $\propto$ proporcional a $\sin \delta$.

↳ Nota: A máquina não pode operar com o

NOTA: i_2 poder obtido por indução do campo do estator.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Seja a seguinte máquina elétrica com simetria cilíndrica.



As indutâncias: $L_{11} = a$; $L_{22} = b$ e $L_{12} = L_{21} = L_m \cos \theta$ constantes

a) alimentamos: o rotor com corrente contínua $i_1 = I_1$, $i_1 \in I_1$ o estator com c.a. $i_2 = I_{m2} \cos \omega t$.

Determinar: por instantes torque médio $\rightarrow$ rotor girando e $\Omega = \omega$

Podemos utilizar a expressão:

$$T_{campo} = \frac{\partial W_{campo}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i_1, i_2}$$

$$W_{campo}(i_1, i_2, \theta) = \int_0^{i_2} \lambda_2(i_1=0; i_2) d i_2 + \int_0^{i_1} \lambda_1(i_1, i_2=\theta) d i_1$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_2 &= L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \\ \lambda_1 &= L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{campo} = \frac{1}{2} L_{11}(\theta) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(\theta) i_2^2 + L_{12}^{(0)} i_1 i_2$$

$$W_{campo} = \frac{1}{2} a i_1^2 + \frac{1}{2} b i_2^2 + L_m \cos \theta \cdot i_1 i_2$$

$$T = \frac{\partial W_{campo}}{\partial \theta} \Big|_{i_1, i_2} = i_1 \cdot I_{m2} \cos \omega t \cdot L_m \cdot (-\sin \theta) = \left. \begin{aligned} & \theta = \Omega t + \delta = \omega t + \delta \\ & \end{aligned} \right\}$$

$$T = -L_m I_1 I_{m2} \cos \omega t \cdot \sin(\omega t + \delta) = \frac{-L_m I_1 I_{m2}}{2} (\sin(2\omega t + \delta) + \sin \delta)$$

$$T = - \frac{L_m I_1 I_{m2}}{2} (\sin(2\omega t + \delta) + \sin \delta)$$

$$T_{med} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T \cdot d\omega t = - \frac{L_m I_1 I_{m2}}{2} \sin \delta$$

$$\left(\int \sin 2\omega t + \delta \Big|_0^{2\pi} = 0 \right)$$

É um par médio distinto de zero
proporcional a $\sin \delta$.

↳ A máquina não pode operar sob zero.

↳ Para desenvolver um par médio se exige
a $\Omega = \omega$ (velocidade de sincronismo)

|| Motor síncrono (gira o ~~estator~~ rotor)
a mesma velocidade

b) Se aplicarmos correntes alternas

$$i_1 = I_{m1} \sin \omega_1 t$$

$$i_2 = I_{m2} \sin \omega_2 t$$

velocidade
angular $\leq 2 \text{ rd/s}$

• Qual deverá ser a relação $\left\{ \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \Omega \end{matrix} \right\}$ para obter

um par médio no rotor?

• Qual será o par médio nessas condições?

↳ Motor assíncrono

$$W'_{campo} = \frac{1}{2} a \cdot i_1^2 + \frac{1}{2} b \cdot i_2^2 + L_m \cos \theta \cdot i_1 \cdot i_2$$

$$W_{campo} = \frac{1}{2} a \cdot I_{m1}^2 \cdot \sin^2 \omega_1 t + \frac{1}{2} b \cdot I_{m2}^2 \sin^2 \omega_2 t + L_m \cos \theta \cdot I_{m1} \cdot \sin(\omega_1 t) \cdot I_{m2} \sin(\omega_2 t) =$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot i_1^2 \cdot \frac{dL_{11}(\theta)}{d\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \cdot \frac{dL_{22}(\theta)}{d\theta} + i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{dL_{12}(\theta)}{d\theta}$$

$$L_{11} = a \quad L_{22} = b \text{ constantes}$$

$$T = i_1 \cdot i_2 \cdot L_m \cdot (-\sin \theta)$$

$$T = I_{m1} \cdot \sin \omega_1 t \cdot I_{m2} \cdot \sin \omega_2 t \cdot L_m (-\sin \theta)$$

$$\theta = \Omega t + \delta$$

Transformações trigonométricas

$$T = - \frac{I_{m1} I_{m2} L_m}{2} \sin \omega_1 t \left(\cos(\omega_1 t - \Omega t - \delta) - \cos(\omega_2 t + \Omega t + \delta) \right)$$

Aplicando de novo a transformações trigonométricas

$$\frac{I_{m1} \cdot I_{m2} \cdot L_m}{4} \left\{ \left(\sin[(\omega_1 + \omega_2 - \Omega)t - \delta] + \sin[(\omega_1 - \omega_2 + \Omega)t + \delta] - \right. \right. \\ \left. \left. \sin(\omega_1 + \omega_2 + \Omega)t + \sin[(\omega_1 - \omega_2 - \Omega)t - \delta] \right) \right\}$$

Se escolhermos a velocidade do rotor.

$$|\Omega| = |\omega_1 - \omega_2| \Rightarrow \Omega = \pm (\omega_1 - \omega_2)$$

$$T_{med} = - \frac{I_{m1} I_{m2} L_m}{4} \sin \delta.$$

$$\omega = \pm (\omega_1 \mp \omega_2)$$



A velocidade de rotação depende das frequências das correntes nas bobinas de estator e rotor.

↳ Desregamento $\left[s = \frac{\omega_2}{\omega_1} \rightarrow \omega = \pm \omega_1 (1-s) \right]$

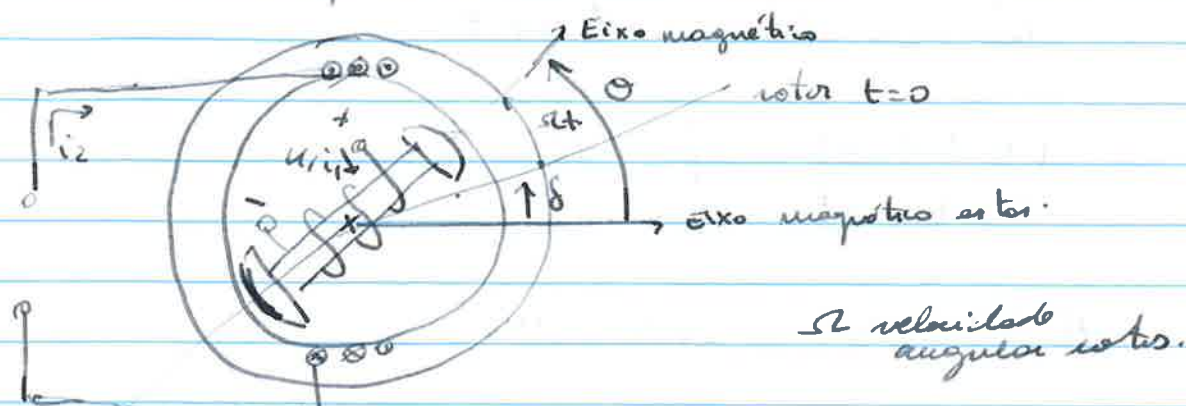
Moto síncrono ou de indução monofásico. $\rightarrow$ $\propto$ proporcional a $\sin \delta$.

↳ Nota: A máquina não pode operar sozinho

NOTA: i_2 poder obtida por indução do campo do estator.

MOTOR MONOFÁSICO E DE RELEUTANCIA.

Máquina de polos "salientes"



Temos

$$L_{11} = a \text{ (constante)}$$

$$L_{22} = L_a + L_b \cdot \cos 2\theta$$

$$L_{12} = L_{21} = L_m \cos \theta.$$

- a) Se alimentarmos o rotor com corrente contínua $i_1 = I_1$ e $i_2 = I_{m2} \cos \omega t$.
- Qual deverá ser a velocidade no rotor para obter um torque neto?
 - Determinar o torque médio neto no eixo do rotor

desenvolvendo $\rightarrow T = \frac{1}{2} i_2^2 (-2L_b \cdot \sin 2\theta) + i_1 \cdot i_2 \cdot (-L_m) \cdot \sin \theta =$

$$= -\frac{2}{2} I_{m2}^2 \cdot \cos^2 \omega t \cdot L_b \cdot \sin 2\theta - I_1 \cdot I_{m2} \cdot L_m \cdot \cos \omega t \cdot \sin \theta$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \left[\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a+b) + \sin(a-b)) \right]$$

$$T = -\frac{I_{m2}^2}{2} \cdot L_b (1 + \cos 2\omega t) \sin 2\theta - I_1 I_{m2} L_m \cos \omega t \sin \theta$$

$$T \propto \frac{I_1 I_{m2}}{2}$$

Aplicando $\rightarrow$

Cada termo é função senoidal do tempo
o torque médio será nulo!!

Para que o par médio seja diferente de zero: o rotor deverá girar a uma velocidade que cancele o termo dependente de t

$$\begin{pmatrix} \omega t + \Omega t \\ -\omega t + \Omega t \end{pmatrix} \quad \left| \quad \Omega = \pm \omega \right.$$

1) $\Omega = \omega$

2) $\Omega = -\omega$

$$T_{md} = - \underbrace{\frac{I_{m2}^2 L_m}{4} \sin 2\delta}_{\text{por de relutância}} - \underbrace{\frac{I_1 I_{m2} L_m}{2} \sin \delta}_{\text{por de excitação}}$$

por de relutância
devida à forma dos polos

por de excitação
devida à corrente no rotor.

O motor tende a minimizar a relutância

Não depende a corrente pelo rotor.

b) Se $i_1 = 0$.

só temos o par de relutância,

o primeiro termo da expressão anterior