Matemática aplicada à Química - Lista de exercícios

1) Utilize transformadas de Laplace para resolver os seguintes problemas:

a) y'+2y=0; y(0)=1 b) y'+2y=2; y(0)=1

c) y'+2y=0; y(1)=1 d) y'+5y=0; y(1)=0

e) y''-y=0; y(0)=1, y'(0)=1 f) y''+y=0; y(π)=0, y'(π)=-1

2) Resolva o sistema

$$\frac{dx_1}{dt}=x_1+x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt}=4x_1+x_2$$

3) Resolva o sistema

$$\frac{dx}{dt}=-3x+2y$$

$$\frac{dy}{dt}=-3x+4y$$

sabendo que x(0)=0 e y(0)=2.

4) Resolva o sistema

$$3x'+5y=0$$

$$2x+2y'=0$$

sabendo que x'(0)=1 e y'(0)=0.

5) Separe as variáveis nas seguintes equações diferenciais, onde k é uma constante:

(a) $$\frac{3x}{2y}\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial x^2}+\frac{5y}{4}\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial y^2}+\frac{8z}{y}\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial z^2}=k\frac{F(x,y,z)}{y}$$

(b) $\frac{2\partial^2 F(x,y,z)}{\partial x^2}+\frac{3y^2}{x}\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial z^2}+\frac{y^2}{x}\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial y^2}=k\frac{F(x,y,z)}{x}$

(c) $\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial x^2}+3y^2\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial z^2}+y^2\frac{\partial^2 F(x,y,z)}{\partial y^2}=kyF(x,y,z)$

6) Resolva a equação diferencial parcial

$\frac{-\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y^2}=kF(x,y)$ no intervalo $0\leqslant x\leqslant a$ e $0\leqslant y\leqslant b$,

sabendo que F(0,y)=F(a,y)=0 e F(x,0)=F(x,b)=0. Além disto, k, a e b são constantes.

(Dica: a constante de separação é positiva)

7) Resolva a equação diferencial parcial

$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=\frac{1}{C}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$ no intervalo $0\leqslant x\leqslant\pi$,

sabendo que u(0,t)=u(π,t)=0 e u(x,0)=2sen(4x)-11sen(7x). Além disto, C é constante.

(Dica: a constante de separação é negativa)

Respostas:

Ex. 1: (a) $y(x)=e^{-2x}$ (b) $y(x)=1$ (c) $y(x)=e^{-2(x-1)}$

(d) $y(x)=0$ (e) $y(x)=e^{x}$ (f) $y(x)=sen(x)$

Ex. 2: $x_1(t)=\frac{c_1}{2}e^{3t}-\frac{c_2}{2}e^{-t}$ e $x_2(t)=c_1 e^{3t}+c_2 e^{-t}$

Ex. 3: $x(t)=\frac{12}{15}e^{3t}-\frac{4}{5}e^{-2t}$ e $y(t)=\frac{12}{5}e^{3t}-\frac{2}{5}e^{-2t}$

Ex. 4: $x(t)=\frac{3}{10}\sqrt{\frac{5}{3}}e^{\sqrt{\frac{5}{3}}t}-\frac{3}{10}\sqrt{\frac{5}{3}}e^{-\sqrt{\frac{5}{3}}t}$ e $y(t)=\frac{-3}{10}e^{\sqrt{\frac{5}{3}}t}-\frac{3}{10}e^{-\sqrt{\frac{5}{3}}t}$

Ex. 5: (a) $\frac{3x}{2X(x)}\frac{d^2X(x)}{dx^2}+\frac{5y^2}{4Y(y)}\frac{d^2Y(y)}{dy^2}+\frac{8z}{Z(z)}\frac{d^2Z(z)}{dz^2}=k$

(b) $\frac{2x}{X(x)}\frac{d^2X(x)}{dx^2}=k_1$ e $\frac{3}{Z(z)}\frac{d^2Z(z)}{dz^2}=k_2$ e $\frac{1}{Y(y)}\frac{d^2Y(y)}{dy^2}-\frac{k-k_1}{y^2}=-k_2$

(c) $\frac{1}{X(x)}\frac{d^2X(x)}{dx^2}=k_1$ e $\frac{3}{Z(z)}\frac{d^2Z(z)}{dz^2}=k_2$ e $\frac{1}{Y(y)}\frac{d^2Y(y)}{dy^2}-\frac{k}{y}+\frac{k_1}{y^2}=-k_2$

Ex. 6: $F(x,y)=C\,sen(\frac{n_x\pi x}{a})sen(\frac{n_y\pi y}{b})$

Ex. 7: $u(x,t)=2\,sen(4x)e^{-16Ct}-11\,sen(7x)e^{-49Ct}$