

Gabarito P1

1. (3,0) Para voltar para casa você tem duas opções de ônibus, A ou B. Você sempre pega o primeiro ônibus que passar.

O ônibus A tem probabilidade de 30% de chegar primeiro, e o tempo do trajeto T_A segue uma distribuição exponencial com parâmetro $1,2h^{-1}$:

$$T_A \sim \text{Exponencial}(1,2h^{-1}).$$

Já o ônibus B é mais frequente, mas o trajeto é mais longo: o tempo para você chegar em casa quando pega o ônibus B é $T_B \sim \text{Exponencial}(0,8h^{-1})$.

Hoje você chegou ao ponto correndo, pois já havia um ônibus no ponto.

- (a) (1,5) Qual é a probabilidade de você levar mais de uma hora para chegar em casa?
- (b) (1,5) Ao chegar em casa, você comenta com sua mãe que mesmo não tendo de esperar o ônibus, ainda levou mais de uma hora para chegar. Ela responde: "Aposto que você pegou o ônibus B". Qual é a probabilidade dela estar certa?

a)

$$\Pr[T > 1] = \Pr[T_A > 1] \cdot \Pr[A] + \Pr[T_B > 1] \cdot \Pr[B]$$

Como $\Pr[A] = 0,3$, $\Pr[B] = 0,7$ e

$$\Pr[T_A > 1] = 1 - F_{T_A}(1) = 1 - [1 - e^{-1,2t}]_{t=1} = e^{-1,2}$$

$$\Pr[T_B > 1] = 1 - F_{T_B}(1) = 1 - [1 - e^{-0,8t}]_{t=1} = e^{-0,8}$$

$$\text{Assim, } \Pr[T > 1] = 0,3 \cdot e^{-1,2} + 0,7 \cdot e^{-0,8} = 0,40488 = 40,49\%$$

$$b) \Pr[B|T > 1] = \frac{\Pr[B \cap (T > 1)]}{\Pr[T > 1]} = \frac{\Pr[T_B > 1] \cdot \Pr[B]}{\Pr[T > 1]}$$

$$= \frac{e^{-0,8} \cdot 0,7}{0,3 \cdot e^{-1,2} + 0,7 \cdot e^{-0,8}} = 0,7768 \text{ ou } 77,68\%$$