

# Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Transportes – PTR

Laboratório de Topografia e Geodésia – LTG

## PTR 0101 – Topografia



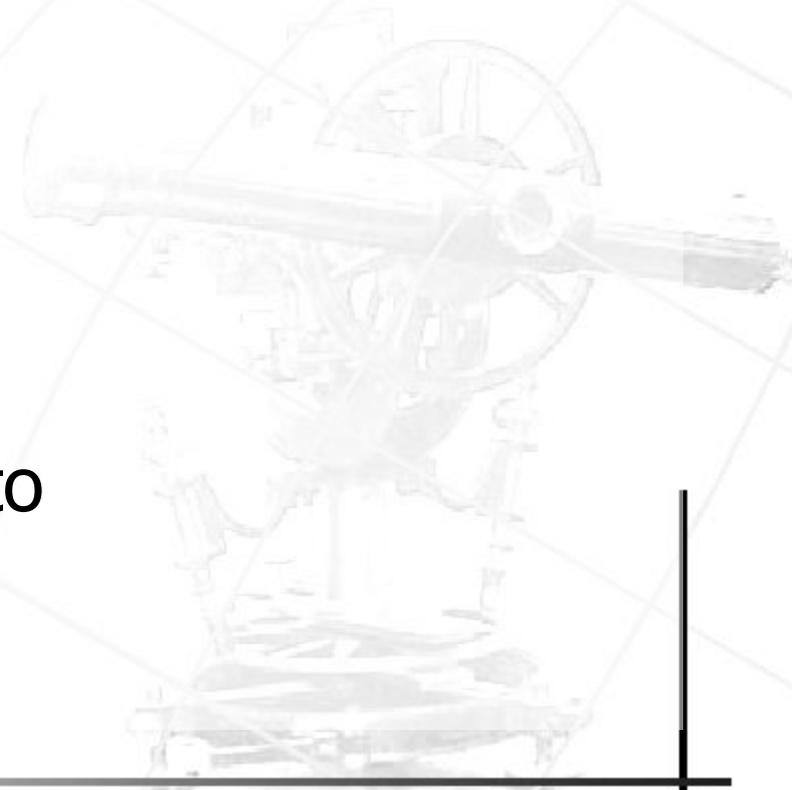
# PTR0101 - Topografia



# TOPOGRAFIA

- A disciplina Topografia está baseada essencialmente na ciência denominada de **Topografia** e em outras ciências, a saber:

- Geodésia
- Aerofotogrametria
- Cartografia
- Sensoriamento Remoto
- Astronomia



# Topografia

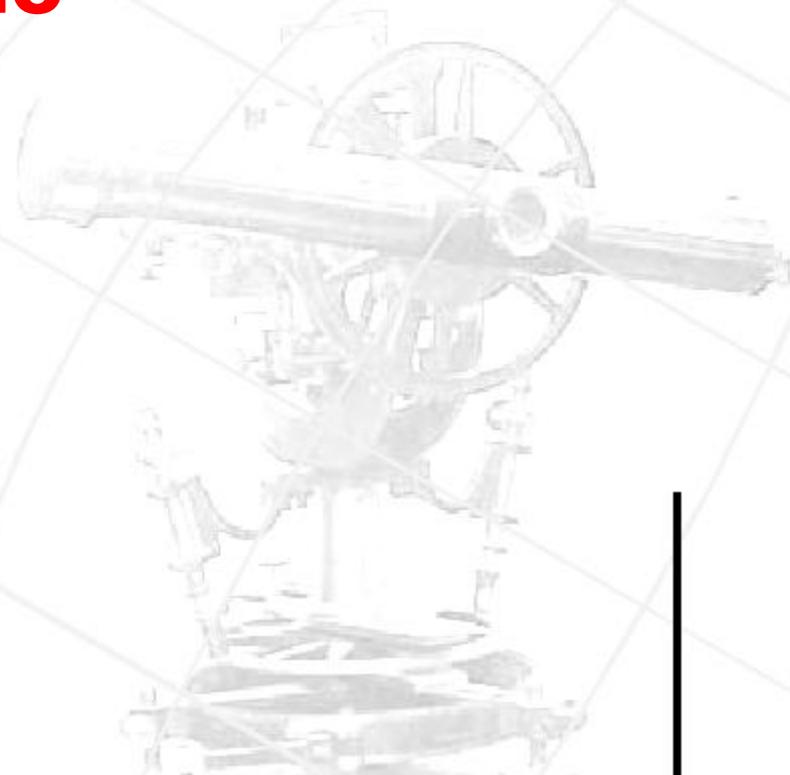
*Topos* = "lugar"

*Grafos* = "descrição"

O que é?

Para que serve?

Como aplicá-la?



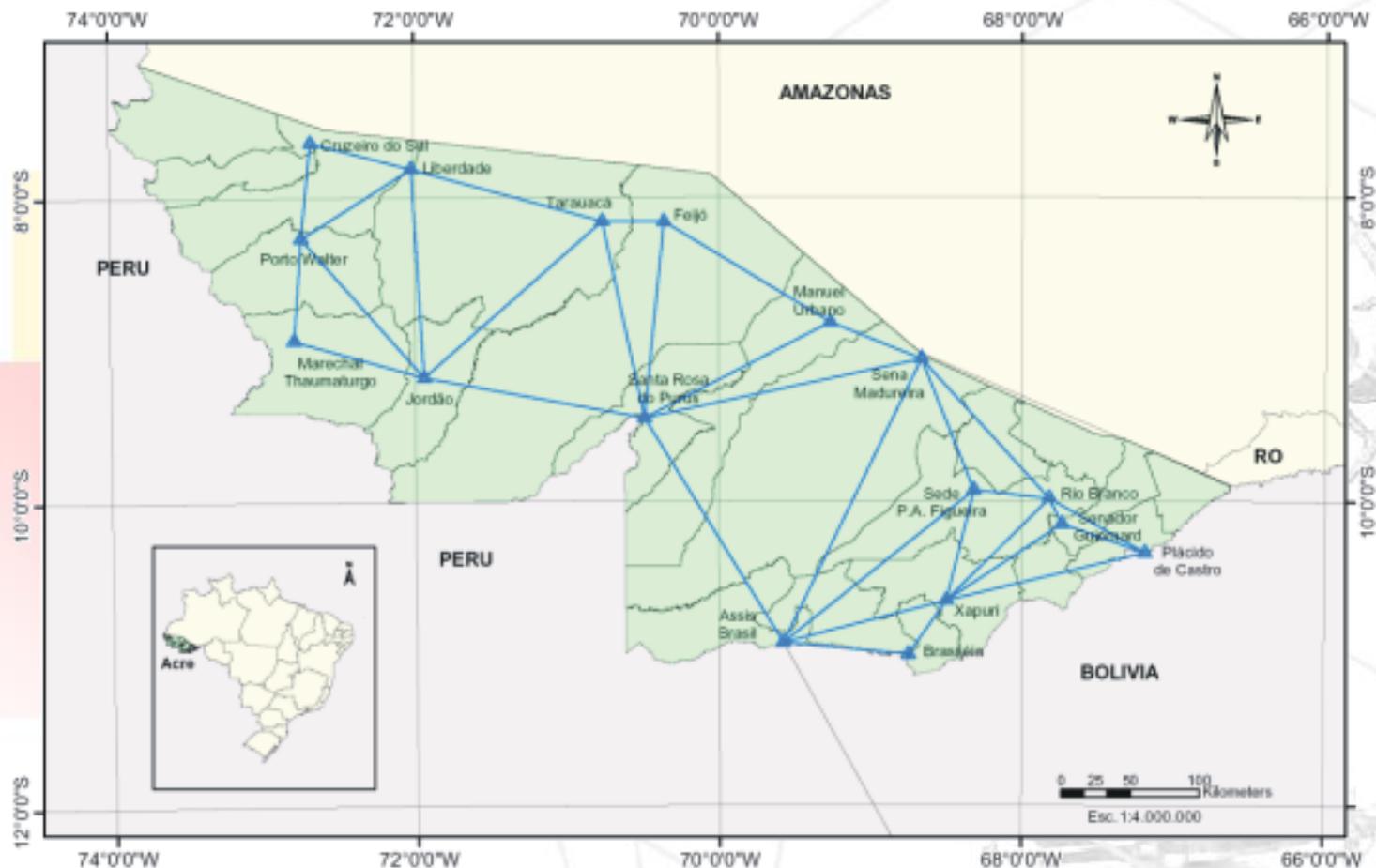
# CONCEITOS

## • Definição de Topografia

- (1) É o conjunto dos princípios, técnicas e convenções utilizadas para a determinação da conformação, das dimensões e da posição relativa de pontos sobre a superfície da terra ou no seu interior (minas, túneis, galerias, etc).
- (2) Consiste na arte de medir distâncias entre pontos, ângulos entre direções e locar pontos a partir de ângulos e distâncias observadas usando um ponto com coordenadas predeterminadas como referência.
- Visa a construção de plantas para fins de planejamento e projeto em engenharia, arquitetura, etc....

# DEFINIÇÃO DE GEODESIA

- **Geodesia** é a ciência que estuda a forma e as dimensões da Terra, a posição de pontos sobre sua superfície e a modelagem do campo gravitacional.



# DEFINIÇÃO DE GEODÉSIA

- A Geodesia, no passado era dividida em:
  - Geodesia Geométrica
  - Geodesia Física
  - Geodesia Espacial

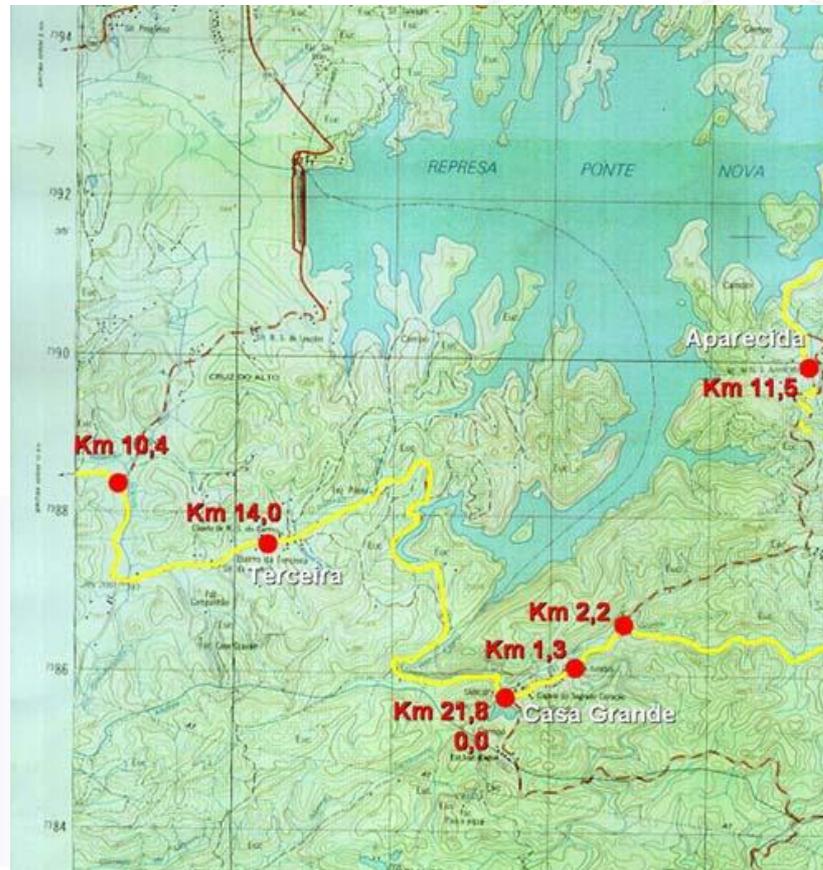


- Hoje há uma grande relação entre estas divisões tornando a separação sem sentido.
- Modernamente a Geodesia tem três objetos:
  - a geometria e as deformações da Terra,
  - os parâmetros de orientação da Terra no espaço
  - e o campo de gravidade (geóide).

# DEFINIÇÃO DE CARTOGRAFIA

É a arte e a técnica da representação dos acidentes geográficos da superfície da Terra.

- Visa o planejamento e a visão de conjunto, utilizando escalas menores (menos detalhes) em um sistema de projeção.



# DEFINIÇÃO DE AEROFOTOGRAMETRIA

É técnica de produção de mapas ou cartas por meio de fotografias aéreas com emprego da estereoscopia.

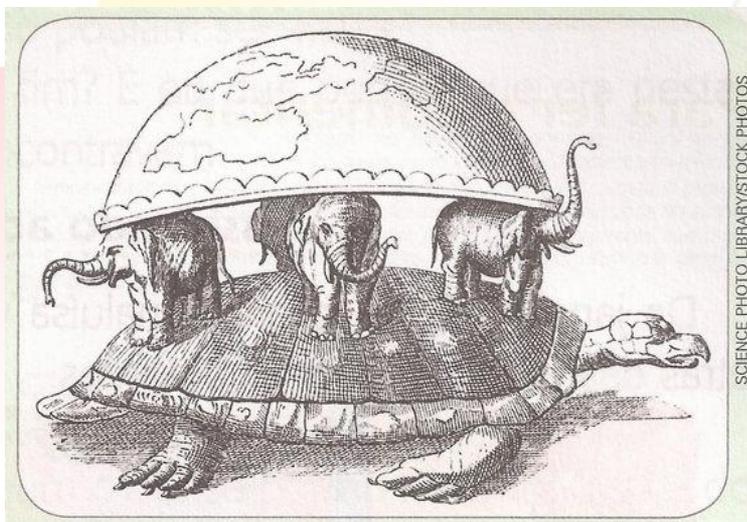


# DEFINIÇÃO DE SENSORIAMENTO REMOTO

- É a técnica que utiliza sensores a bordo de satélites artificiais para a obtenção de imagens digitais da superfície da Terra através das diversas faixas do espectro eletromagnético.



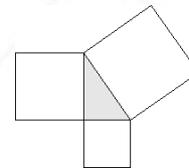
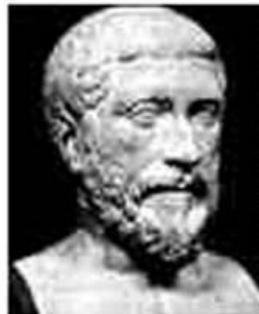
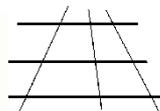
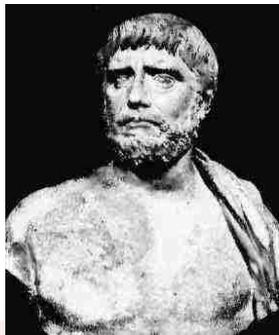
# FORMA DA TERRA - Tartaruga e Elefantes





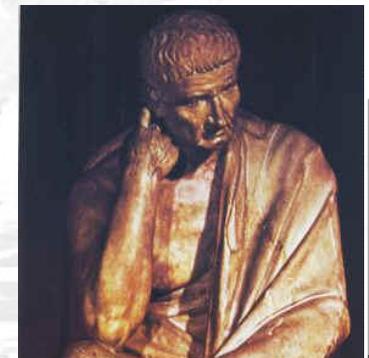
## EVOLUÇÃO DA FORMA DA TERRA: A ESFERA

- **Tales de Mileto (630-545 a.C.), Pitágoras de Samos (571-497 a.C.) e Hiparco (190-126 a.C.)** defendiam a esfericidade da Terra e o fato da mesma girar em torno do Sol (heliocentrismo), fato que não prevaleceu.



- **Aristóteles (384-322 a.C.)** apresentou três argumentos para a esfericidade da Terra:

- variação no aspecto do céu estrelado com a latitude;
- sombra circular da Terra nos eclipses da Lua;
- tendência das partículas a se dirigirem para um ponto central do universo, quando competem entre si adquirindo a forma esférica.





## EVOLUÇÃO DA FORMA DA TERRA: A ESFERA

- **Eratóstenes** nasceu em Cirene - (276-194 a.C) realizou a primeira determinação do raio da Terra com valor de 39.556,96 estádias  $\cong$  6.210 km. Isso indica um erro, na determinação do raio, com erro inferior a 2%.
- Em resumo, devido aos Gregos prevaleceram conceitos: úteis na época, mas errôneos:  
a forma esférica da terra;  
e o sistema geocêntrico.

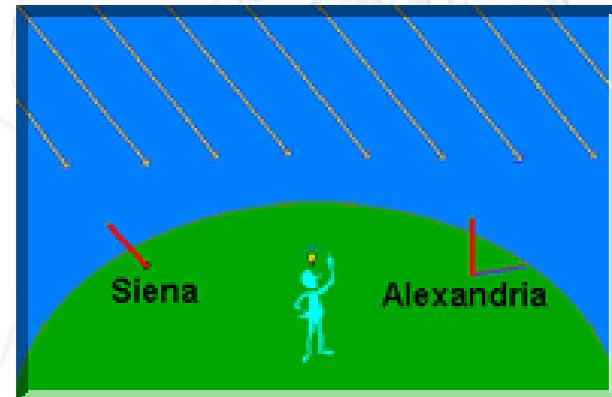
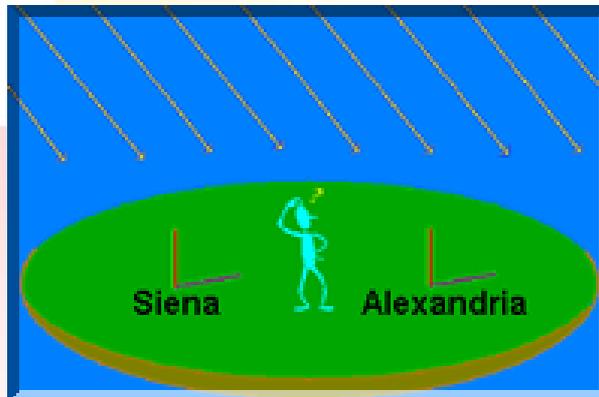
Newton (sec. XVII) corrigiu o primeiro propondo outra forma (elipsóide) e Copérnico (sec. XV) o segundo, voltando ao sistema heliocêntrico.





## FORMA DA TERRA: Determinação do raio

- **ERASTÓSTENES** viveu no Egito. Era bibliotecário-chefe da famosa Biblioteca de Alexandria, e foi lá que encontrou, num velho papiro, indicações de que ao meio-dia de cada 21 de junho na cidade de Siena, 800 km ao sul de Alexandria, uma vareta fincada verticalmente no solo não produzia sombra.
- Para alguns nada de útil porém, não para um homem observador como Erastóstenes, havia algo de interessante. Ele percebeu que o mesmo fenômeno não ocorria no mesmo dia e horário em Alexandria e pensou:

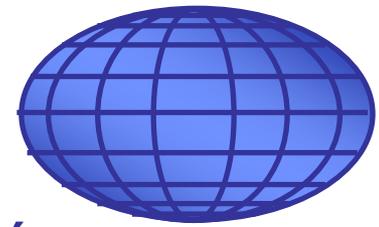


Se o mundo é plano como uma mesa, então as sombras das varetas têm de ser iguais. Se isto não acontece é porque a Terra deve ser curva!

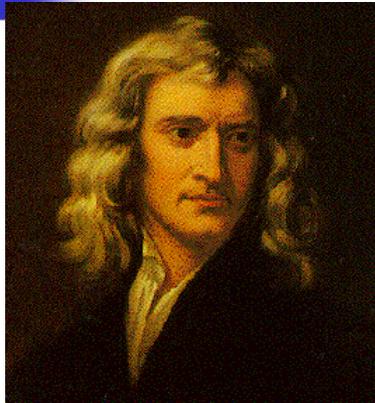


## FORMA DA TERRA: Determinação do raio





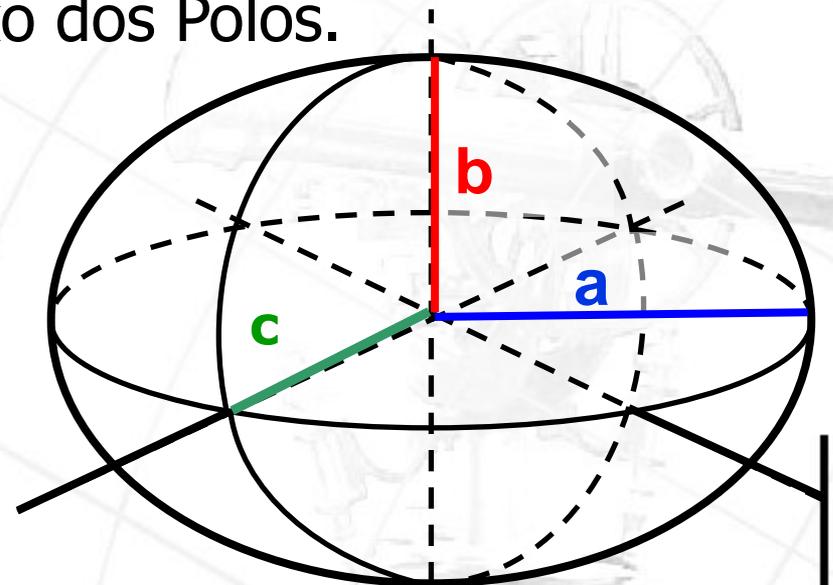
## EVOLUÇÃO DA FORMA DA TERRA: O ELIPSÓIDE



- **Sir Isaac Newton** (1642-1727) considerou a forma da Terra como uma figura geométrica gerada pela rotação de uma elipse em torno do eixo menor, chamada elipsóide de revolução, consequência da da força centrífuga oriunda da rotação em torno do eixo dos Polos.

■ O Elipsóide de rotação é definido por:

- Semi-eixo maior =  $a = c$
- Semi-eixo menor =  $b$
- Achatamento =  $\alpha$  ou  $f = \frac{(a-b)}{a}$
- Excentricidade =  $e = \frac{c}{a}$



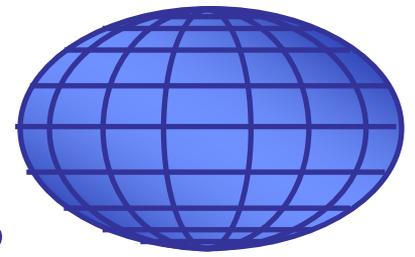
$$c^2 = a^2 - b^2 \text{ ou seja, é outro } c$$



## EVOLUÇÃO DA FORMA DA TERRA: O ELIPSÓIDE



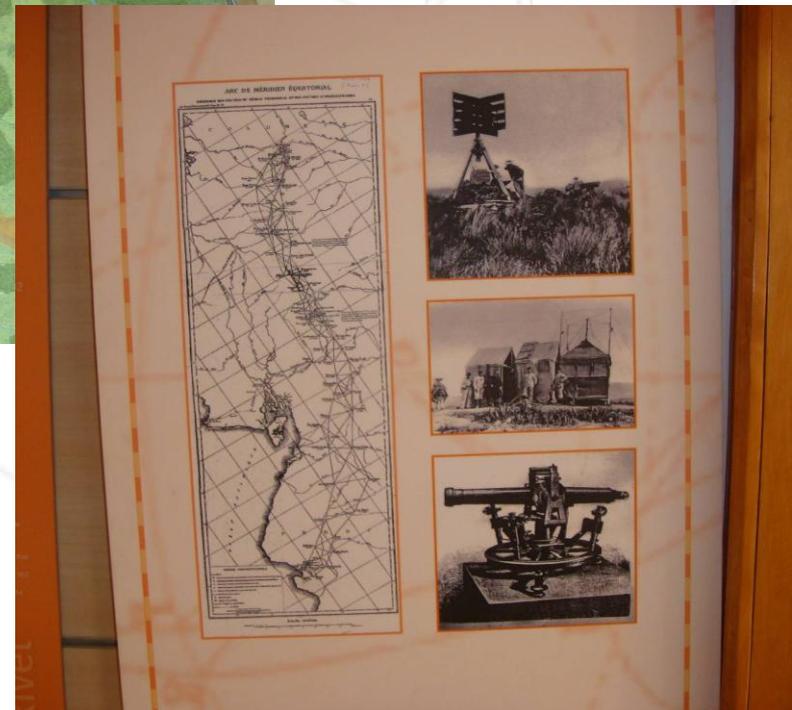
- Na França em 1666 foi criada a Academia Real de Ciências. Sob a direção dos Cassinis (Dominique e Jacques).
- Jean Felix Picard realizou em 1668 uma primeira triangulação, entre Dunkerque e Collioure, completada pelos irmãos Cassini (1683-1715). O resultado, em função de erros, foi estranho: o comprimento do arco de meridiano de  $1^{\circ}$  diminuía na direção norte.
- Para sanar a dúvida, foram organizadas as famosas expedições francesas, uma na Lapônia e outra no então Vice-Reino do Peru, hoje o Equador.
- Os resultados das expedições confirmaram a teoria de Isaac Newton.



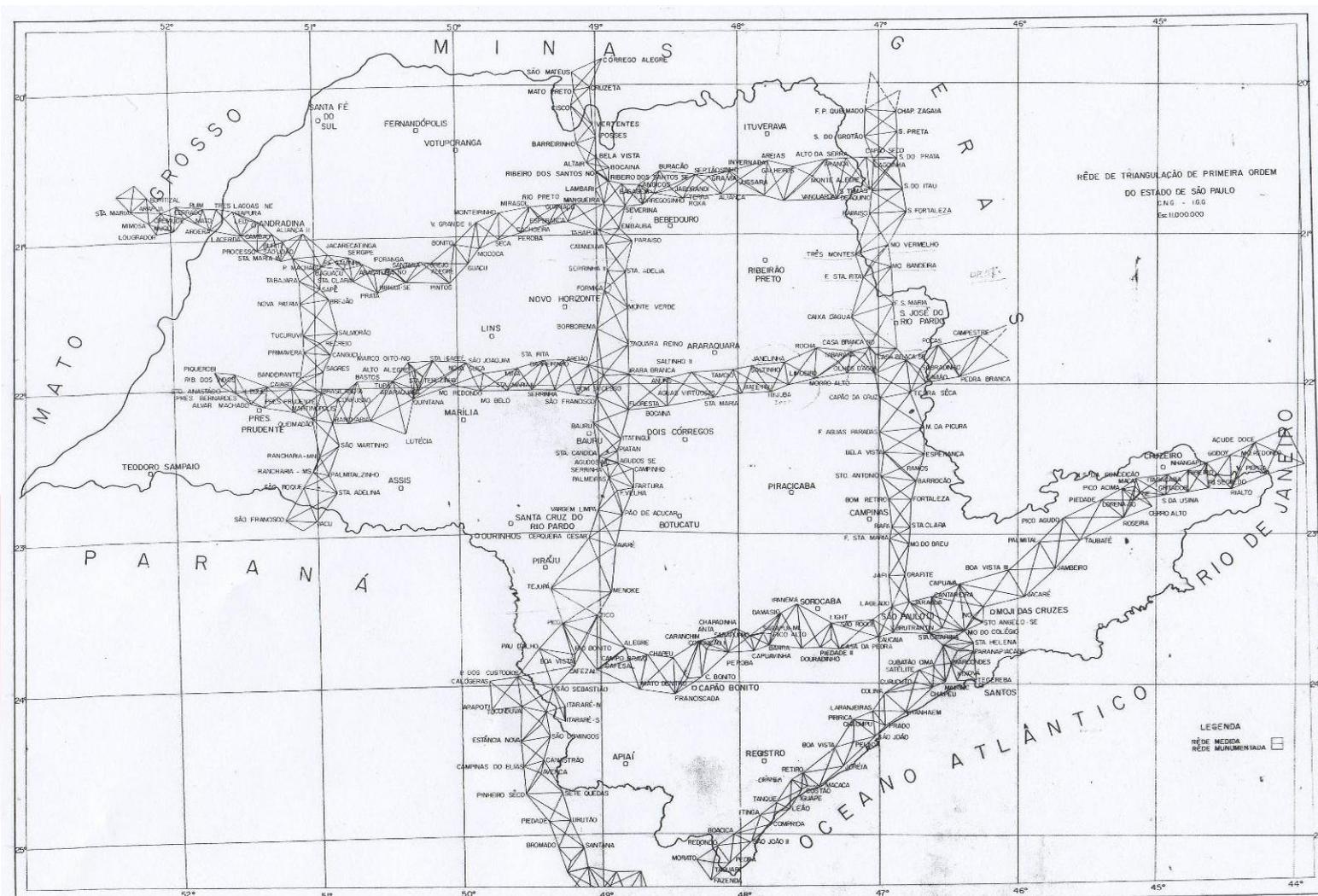
## EXPEDIÇÕES FRANCESAS AO EQUADOR

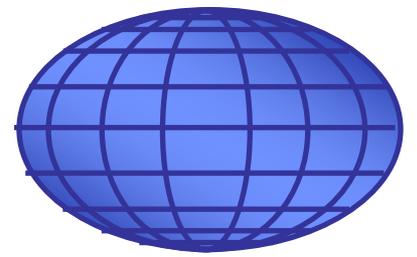


Triangulação para a  
medição do arco de  
meridiano  
Quito, Equador



# Rede de Triangulação: cadeia do Estado de São Paulo





## DIFERENTES ELIPSÓIDES ADOTADOS NO BRASIL

Denominação usual	a (m)	$\alpha$
Córrego Alegre	6.378.388	1/297
SAD-69	6.378.160	1/298,25
WGS-84	6.378.137	1/298,27
SIRGAS 2000	6.378.137	1/298,25722



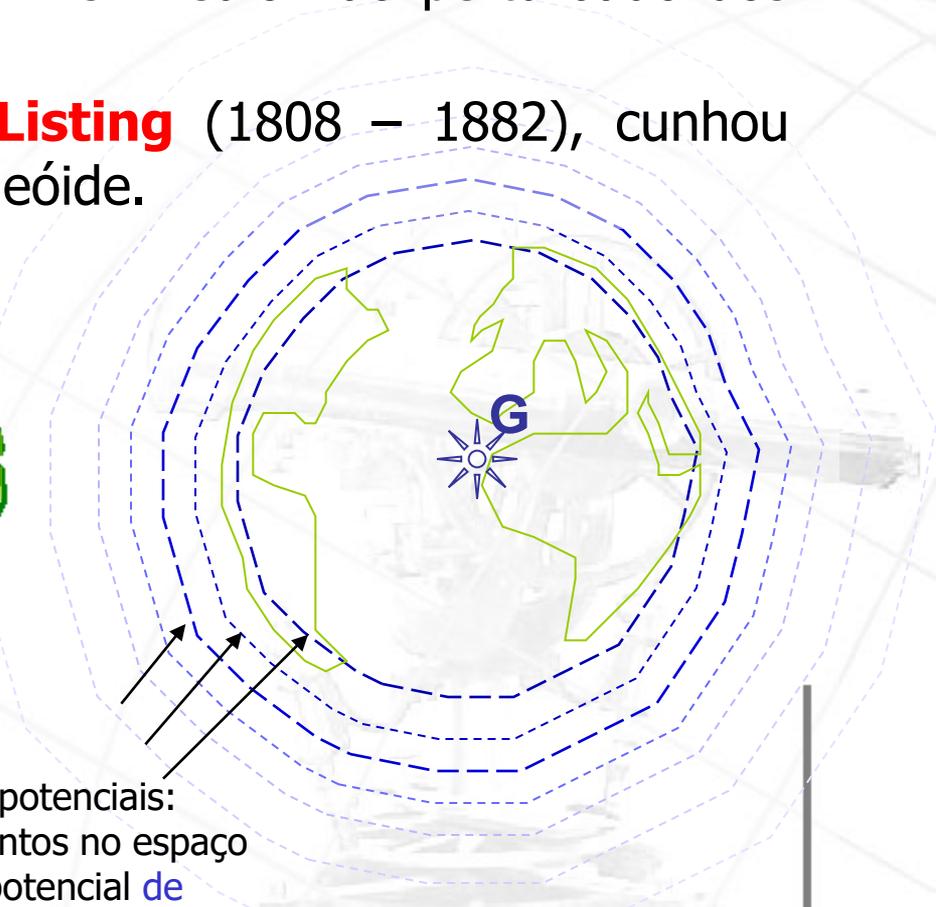
## EVOLUÇÃO DA FORMA DA TERRA: O GEÓIDE



- **Johann Carl Friedrich Gauss** (1777 - 1855) caracterizou a **Superfície Geoidal** como uma **superfície equipotencial** do campo de gravidade que coincide com o nível médio não perturbado dos mares.



- **Johann Benedikt Listing** (1808 – 1882), cunhou em 1873 a palavra geóide.

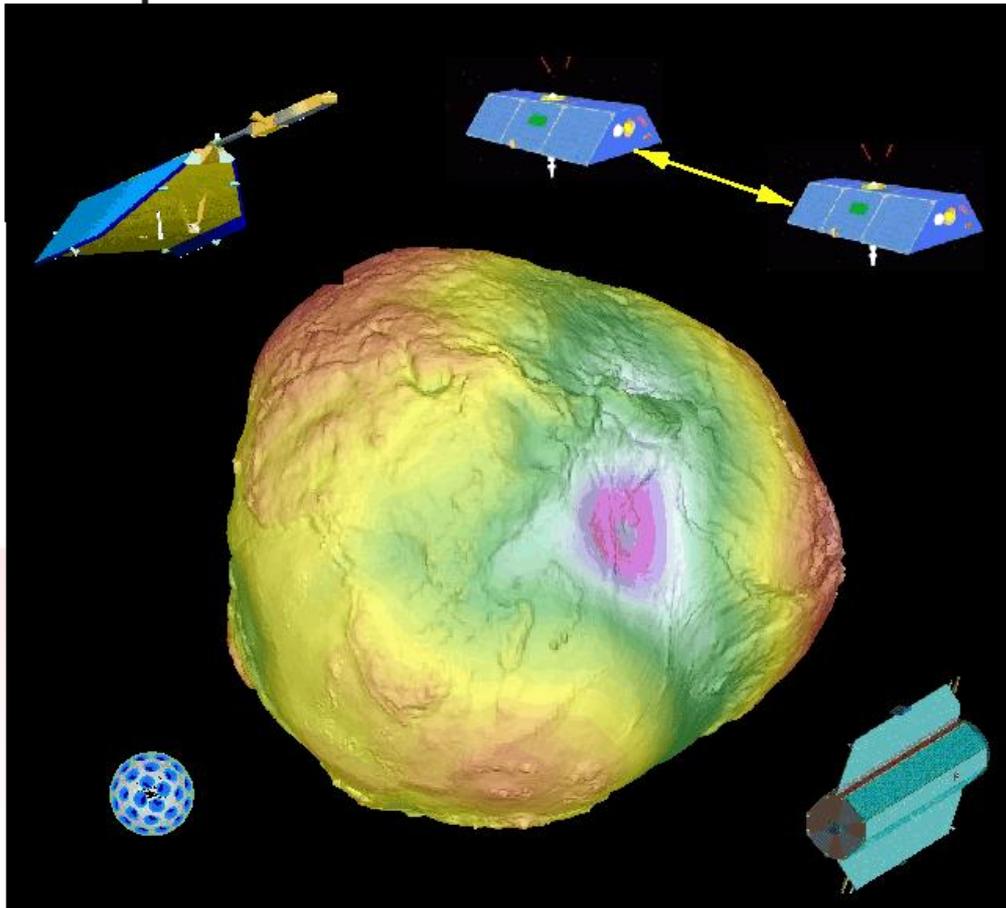


Superfícies equipotenciais:  
conjunto de pontos no espaço  
com o mesmo potencial de  
gravidade





## EVOLUÇÃO DA FORMA DA TERRA: O GEÓIDE



Fonte: GFZ Alemanha

O Geóide é um corpo com uma distribuição não homogênea de massa. As heterogeneidades são pequenas. Por isso, sua superfície é **levemente** irregular.

Em todos os pontos da superfície geoidal, o potencial de gravidade é constante ( $W_0$ ). A referida superfície pode ser materializada através dos marégrafos.

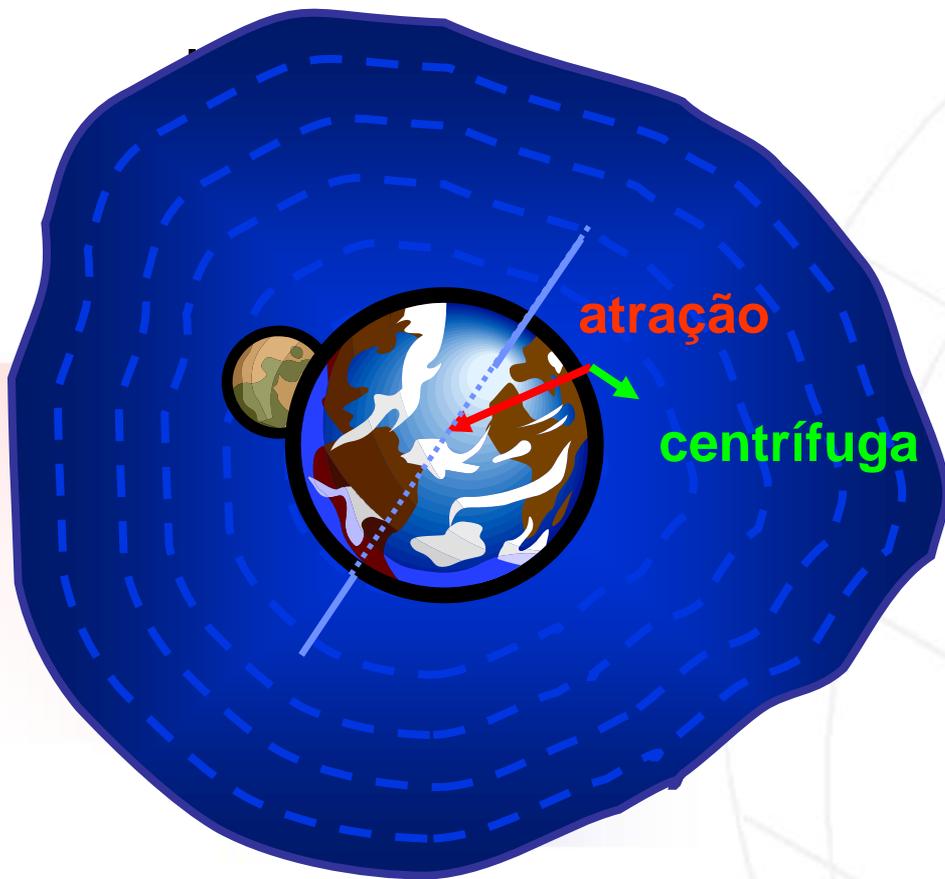
# IRREGULARIDADES NA FORMA DA TERRA



Os Andes e a Amazônia sugerem uma idéia completamente oposta de massa. O primeiro caso insinua mais massa do que o segundo. Entretanto, as duas regiões tem quantidades semelhantes de massa.

## A FORMA DA TERRA – FORÇAS PERTINENTES

Um objeto **sobre ou próximo** da superfície da Terra está sujeito, entre outras, a duas forças: atração (ou gravitacional) e centrífuga. A resultante **das duas** é a **força de gravidade**.

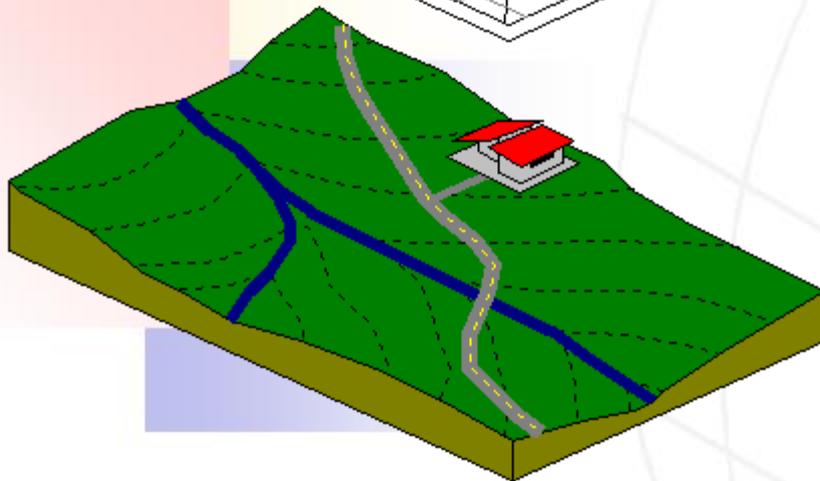
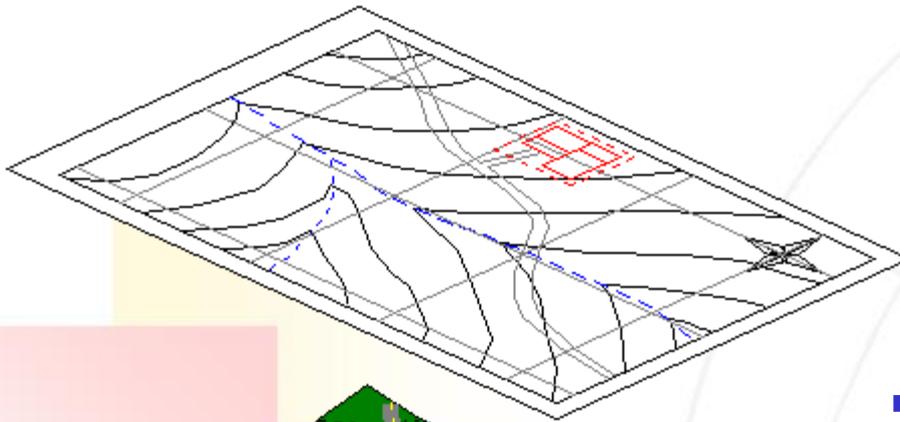


**Campo gravitacional** é o conjunto de pontos do espaço sujeito à força gravitacional.

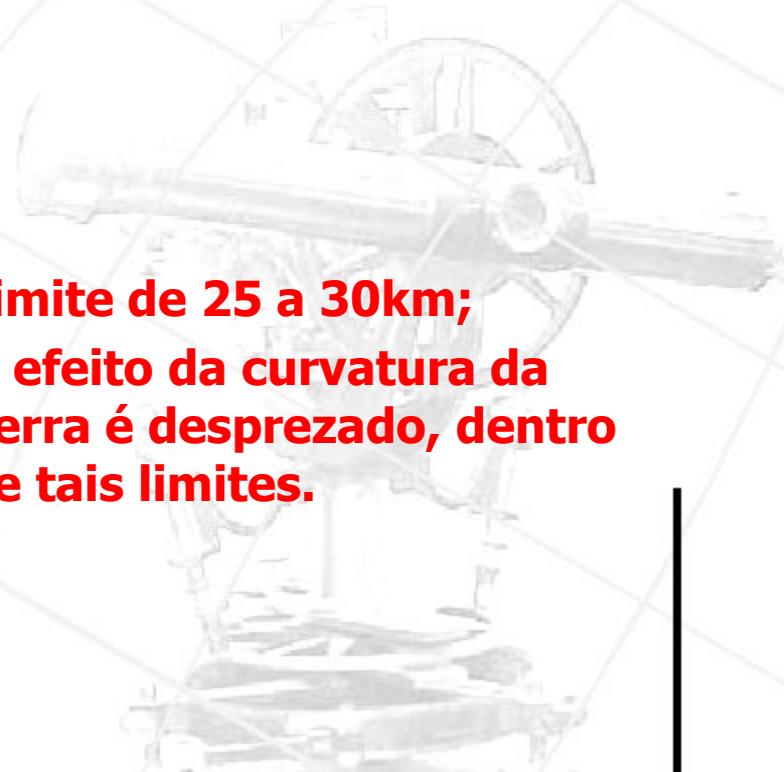
**Campo de gravidade** é o conjunto de pontos do espaço sujeito à força de gravidade.

## PLANO TOPOGRÁFICO

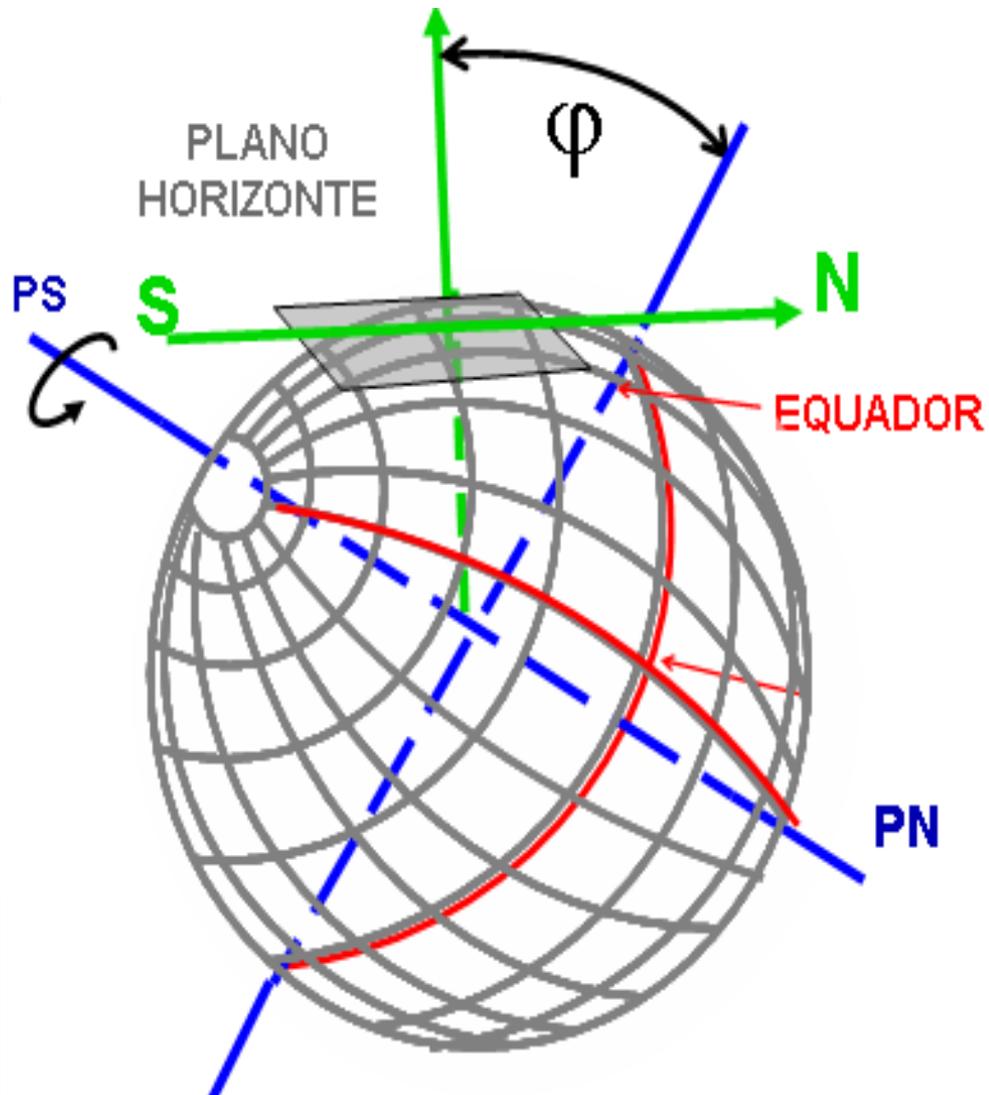
Plano topográfico é um plano horizontal, finito, tangente à superfície da Terra (esfera terrestre) e de dimensões limitadas ao campo topográfico.



- **Limite de 25 a 30km;**
- **O efeito da curvatura da Terra é desprezado, dentro de tais limites.**



# 4. Plano



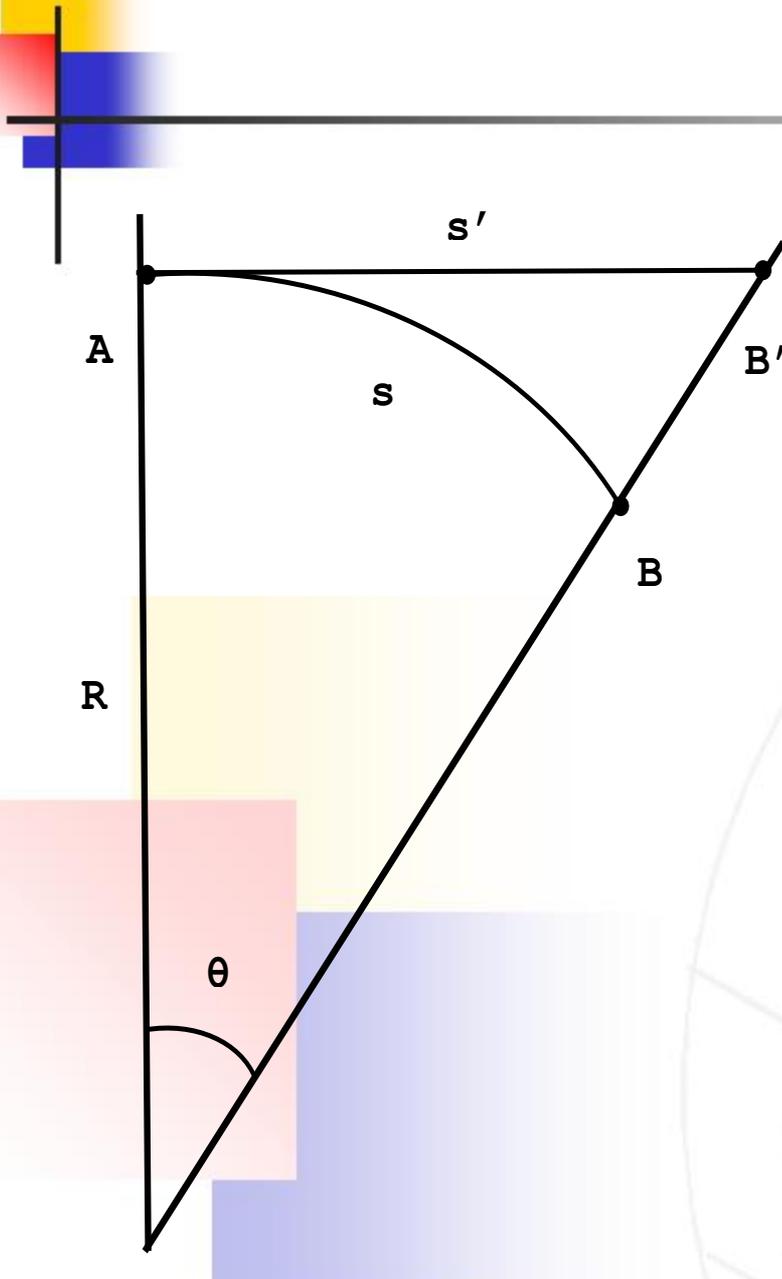
- Boa aproximação: dentro de certos limites.

# Terra Plana & conceitos associados – erros de aproximação

- \* Limite da topografia: 25 a 30km;
- \* Efeito da curvatura dentro dos limites: aceitável
- \* Plano topográfico local
- \* Vertical do lugar
- \* Plano meridiano / linha N-S



# Efeito da curvatura na distância



■ Erro absoluto:

$$\Delta s = s^3 / (3 * R^2)$$

■ Erro relativo:

$$(\Delta s / s) = s^2 / (3 * R^2)$$

\* Dedução

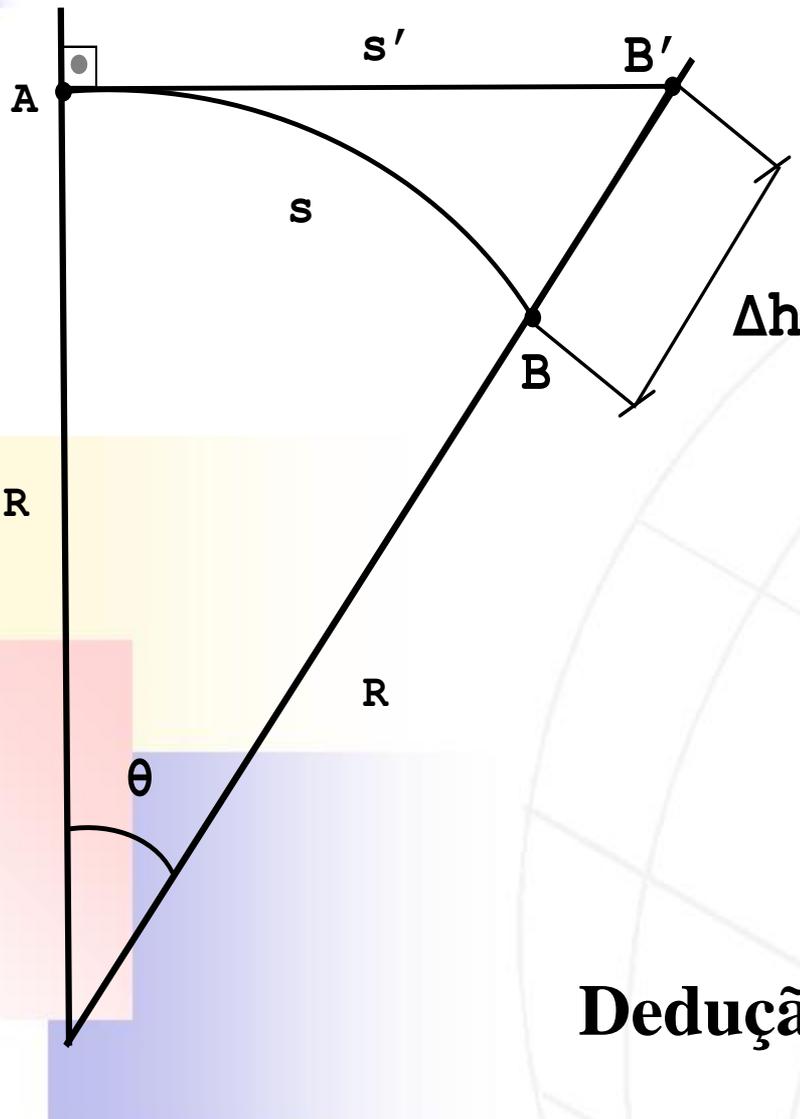
# Efeito da curvatura na distância (valores numéricos)

$s$	$\Delta s$	$\Delta s/s$
1 km	0,008 mm	1:120.000.000
10 km	8,2 mm	1:1.200.000
25 km*	12,8 cm	1:200.000
50 km	1,03 m	1:50.000

(\*) limite do plano topográfico em planimetria.



# Efeito da curvatura na altimetria



$$\cos \theta = \frac{R}{R + \Delta h}$$

$$\Delta h = R(\sec \theta - 1)$$

$$\Delta h = \frac{s^2}{2R}$$

**Dedução**

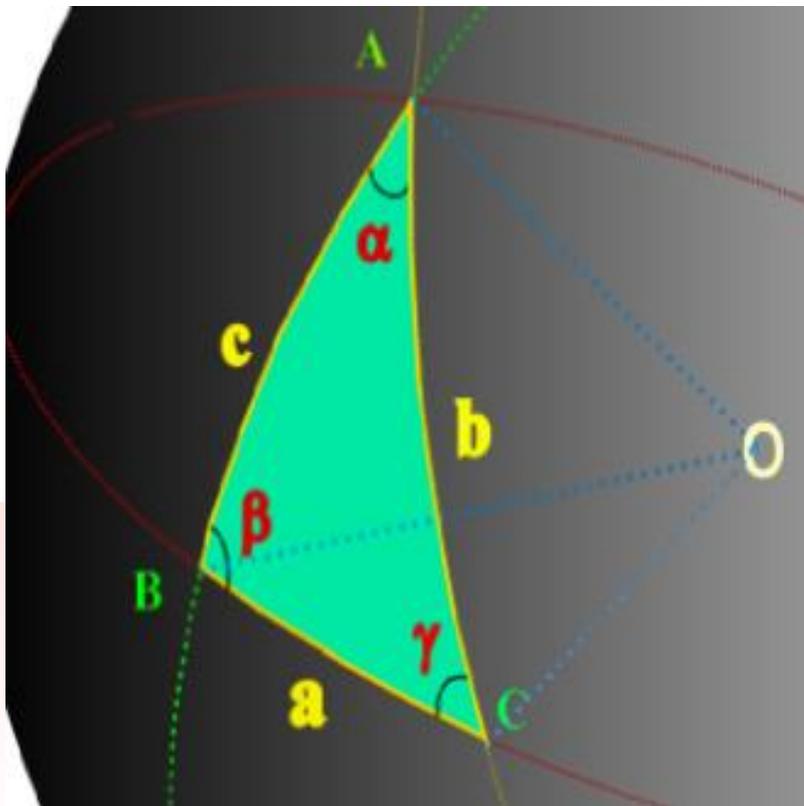
# Efeito da curvatura na altimetria

(valores numéricos)

<b>S</b>	<b><math>\Delta h</math></b>
10 km	7,8 m
1 km	78 mm
500 m	20 mm
100 m*	0,8 mm

\* Limite do plano topográfico em altimetria

# Efeito da curvatura nos ângulos



- $A + B + C = 180^\circ + \varepsilon;$

$$\varepsilon = \frac{S}{R^2}$$

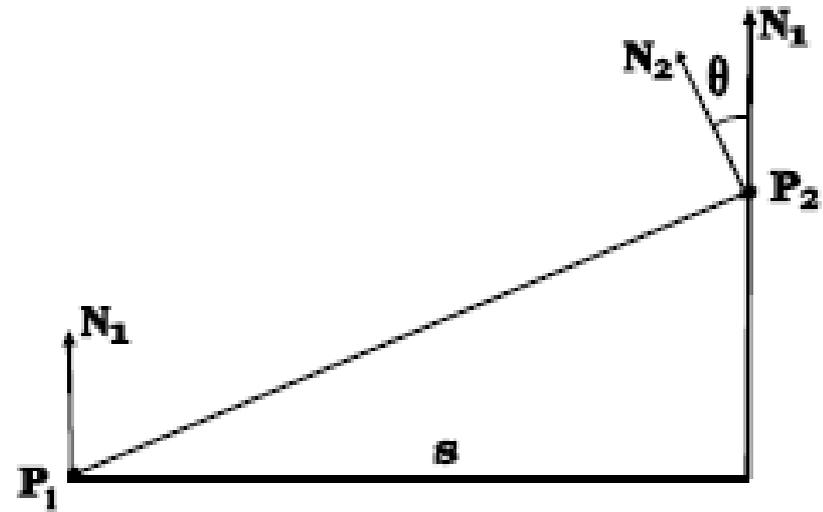
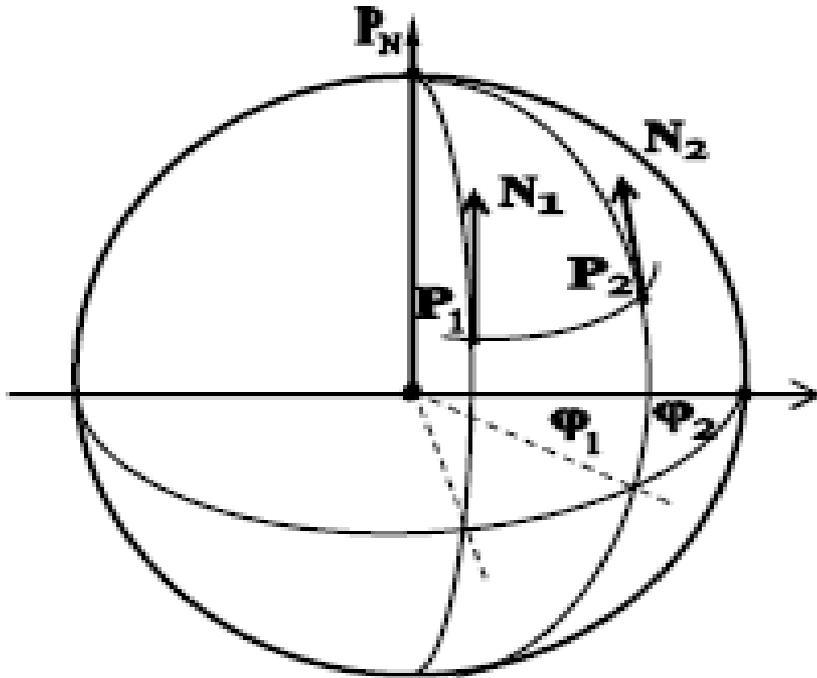
onde:

$S$  = área do triângulo;

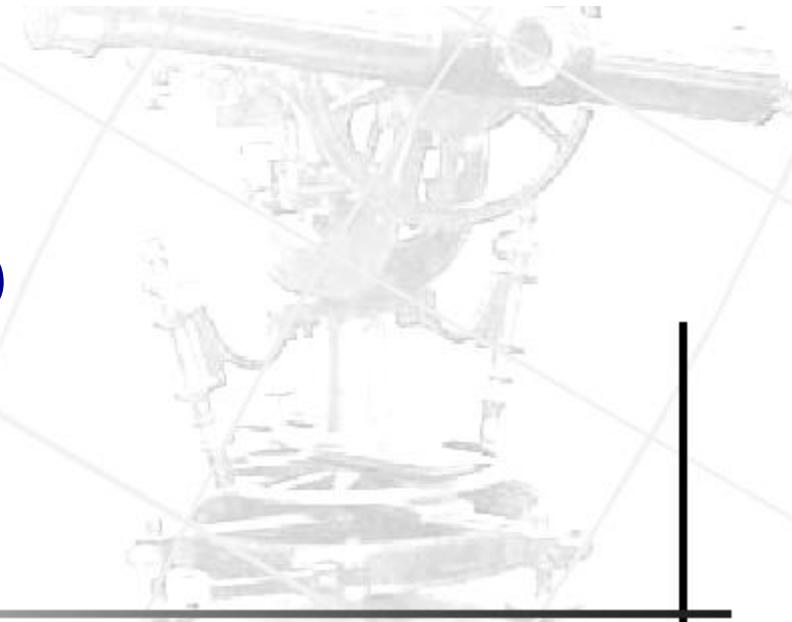
$R$  = raio da Terra (6.371km);

$\varepsilon$  = excesso esférico em radianos.

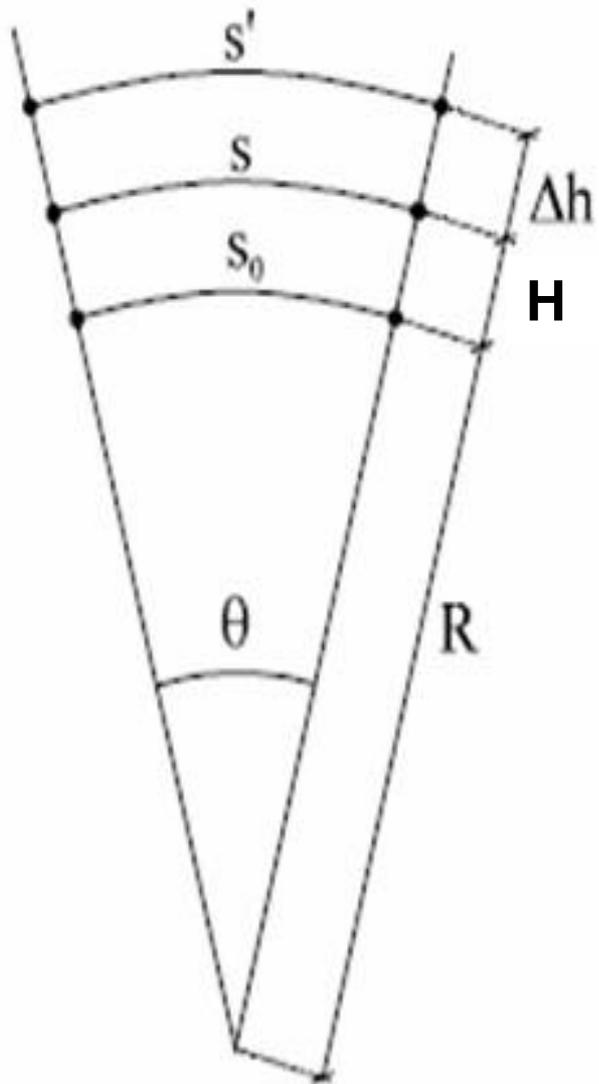
# Efeito da curvatura nos azimutes



$$\theta = (s/R) * \text{sen} \varphi \quad (\text{rad.})$$



# Efeito da altitude nas distâncias



$$\theta = \frac{s_0}{R} = \frac{s}{R+H} = \frac{s'}{R+H+\Delta h}$$

$$\Delta s' = s' - s = s \cdot \frac{\Delta h}{R+H} \cong s \cdot \frac{\Delta h}{R}$$

$$\Delta s = s - s_0 = s \cdot \frac{\Delta h}{R} = s \cdot \frac{H}{R}$$



## Recordando



# UNIDADES ANGULARES

	o	G	rad
CÍRCULO	360° 21600' 1296000"	400 g 40000 c 4000000 cc	2π rad= =2.3,14159265358979
RADIANO Rad	57° 17' 44,80624" ρ° 57,2957795131° ρ' 3437,7467708' ρ" 206264,80624"	63,661977237 g  (~700/11)	
GRAU ° minuto ' segundo "	60'=3600" 60"=0,0166...° 0,0002766...°=0,0166...'	10/9=1,111... g 1,85185 c 3,08642 cc	1,7453292519943296.10 <sup>-2</sup> 2,908882086657216.10 <sup>-4</sup> 4,84813681109536.10 <sup>-6</sup>
GRADO g c cc	0,9°=54'=3240" 0,54'=32,4" ~1/2' 0,32" ~1/3"	100 c=10000 cc 100 cc	1,5707963267949.10 <sup>-2</sup> .10 <sup>-4</sup> .10 <sup>-6</sup>

## DISTÂNCIAS APROXIMADAS COMPREENDIDAS

	NO MERIDIANO	NO PARALELO 23° 30'
1° →	111,1 km	102,0 km
1' →	1852,0 m	1700,0 m
1" →	30,9 m	28,3 m

## FÓRMULAS PARA CONVERSÃO DE TEMPERATURAS

<b>Conversão de</b>	<b>para</b>	<b>Fórmula</b>
grau Celsius	grau Fahrenheit	$^{\circ} F = ^{\circ} C \times 1,8 + 32$
grau Fahrenheit	grau Celsius	$^{\circ} C = (^{\circ} F - 32) / 1,8$
grau Celsius	Kelvin	$K = ^{\circ} C + 273,15$
Kelvin	grau Celsius	$^{\circ} C = K - 273,15$
grau Celsius	Rankine	$^{\circ} R = (^{\circ} C + 273,15) \times 1,8$
Rankine	grau Celsius	$^{\circ} C = (^{\circ} R \div 1,8) - 273,15$

## UNIDADES DE PRESSÃO

	Pa pascal	mb milibar	mm.Hg milim. de merc.	pol.Hg poleg. de merc.	psi libra por poleg.	Kgf/cm <sup>2</sup>	Atm atmosfera
Pa=	1	0,01	0,007504	0,000296	0,000145	$1,0198 \cdot 10^{-5}$	$9,87 \cdot 10^{-6}$
mb=	100	1	0,75004	0,0295	0,01450	0,001020	0,000987
mm.Hg=	133,32	1,3332	1	0,03937	0,01934	0,00136	0,001316
pol.Hg=	3386,4	33,864	25,4	1	0,491185	0,034534	0,03342
psi=	6893	68,93	5,7	2,0359	1	0,07025	0,06804
Kgf/cm <sup>2</sup> =	98060	980,6	735,5	28,9572	14,2233	1	0,96778
Atm=	101325	1013,25	760,000	29,9213	14,6969	1,0333	1