



PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II

1ª Lista de Exercícios

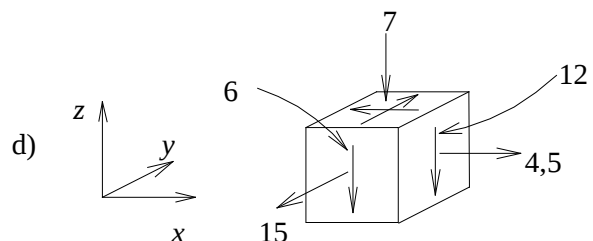
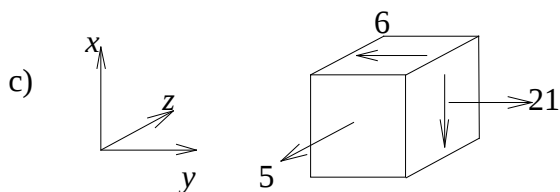
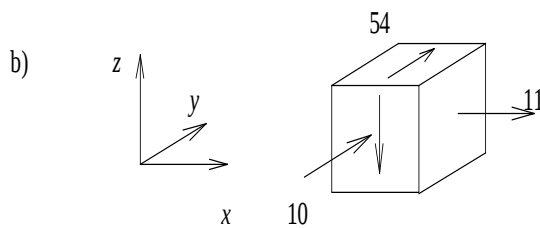
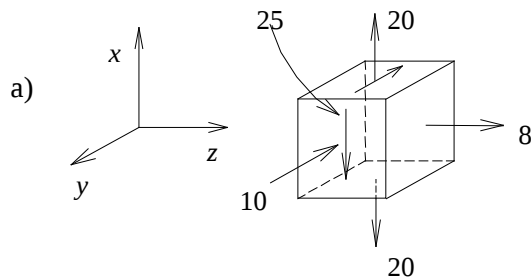
Exercícios Sugeridos (Livro Texto)

Gere, J.M. & Goodno, B.J., Mecânica dos Materiais, Cengage Learning, 2010, 858 p.

- Tensão Plana: 7.2.1, 7.2.9, 7.2.11

Exercícios Sugeridos (fora do Livro)

1) Determine o tensor das tensões, escrito em relação à base $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, para cada um dos casos indicados (as tensões estão em MPa). Utilize a convenção de sinais dada em sala de aula!!



2) A figura abaixo indica o eixo central de uma estrutura tubular ($d_i = 254$ mm, $t = 25,4$ mm) engastada na extremidade C. Os trechos AB e BC são ortogonais entre si e estão ambos contidos no plano xz. Forças concentradas de intensidade F e $2F$ são aplicadas respectivamente nas seções A e B, conforme ilustrado. O material utilizado é o aço estrutural A36, cujas propriedades são dadas abaixo. Pede-se determinar o estado de tensões nos seguintes pontos da estrutura (ver observações na página seguinte):

$$P_1 = (2l, d_i/2 + t, l/2)$$

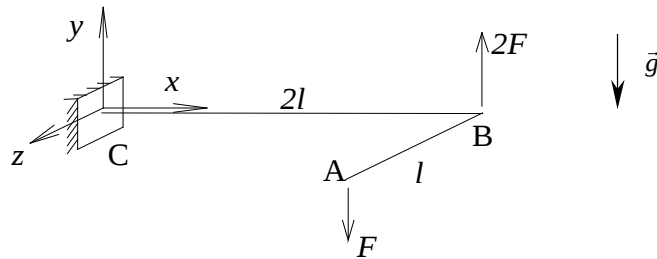
$$P_2 = (l, d_i/2 + t, 0)$$

$$P_3 = (l, -d_i/2 - t, 0)$$

$$P_4 = (0, d_i/2 + t, 0)$$

$$P_5 = (0, 0, d_i/2 + t)$$

$$P_6 = (0, 0, -d_i/2 - t)$$



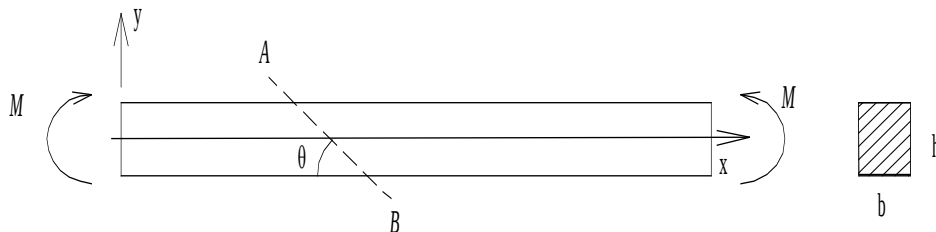
Dados do problema: $F = 2000 \text{ N}$; $l = 2,0 \text{ m}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.
 $E = 200 \text{ GPa}$ (módulo de elasticidade do material);
 $G = 78 \text{ GPa}$ (módulo de elasticidade transversal do material);
 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ (massa específica do material).

Observações:

- O estado de tensões deve ser indicado: (i) com um elemento 3D de lados paralelos aos eixos coordenados x, y, z indicados na figura, com todas as tensões não-nulas representadas neste elemento (indicar o sentido em que cada tensão está realmente atuando e sua magnitude) e (ii) com o tensor das tensões escrito em relação a base de versores $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$;
- Considerar o efeito do peso próprio da estrutura uma vez que este tem a mesma ordem de grandeza dos esforços aplicados;
- Levar em consideração as tensões de cisalhamento devidas à força cortante, quando for pertinente;
- Expressar todas as tensões em MPa.

3) Uma viga de seção transversal retangular (base b , altura h) é submetida a um momento fletor de intensidade M (flexão pura). A partir da distribuição de tensões normais numa seção transversal genérica (i.é, a partir de σ_x), expresse em função dos parâmetros dados, determine:

- a distribuição de tensões normais (σ_n) segundo o plano inclinado AB, para $\theta = 45^\circ$ (ver figura);
- a distribuição de tensões de cisalhamento (τ_n) segundo o plano inclinado AB.





Respostas da 1ª Lista de Exercícios

$$1) \text{ a) } [T]_b = \begin{bmatrix} 20 & -25 & 0 \\ -25 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$$

$$\text{b) } [T]_b = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 54 \\ 0 & 54 & 0 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$$

$$\text{c) } [T]_b = \begin{bmatrix} 0 & -6 & 0 \\ -6 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$$

$$\text{d) } [T]_b = \begin{bmatrix} 4,5 & 0 & -12 \\ 0 & 15 & 6 \\ -12 & 6 & -7 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$$

2) Os tensores $[T]$ de cada ponto, escritos com relação à base indicada, são:

$$\text{a) no ponto P1: } [T]_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,00 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) no ponto P2: } [T]_b = \begin{bmatrix} 4,52 & 0 & 2,61 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2,61 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) no ponto P3: } [T]_b = \begin{bmatrix} -4,52 & 0 & -2,61 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2,61 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) no ponto P4: } [T]_b = \begin{bmatrix} 13,9 & 0 & 2,61 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2,61 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) no ponto P5: } [T]_b = \begin{bmatrix} 0 & -3,37 & 0 \\ -3,37 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{f) no ponto P6: } [T]_b = \begin{bmatrix} 0 & 1,85 & 0 \\ 1,85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Obs: todas as tensões estão em MPa.

3) As distribuições de tensões normais e cisalhantes são dadas por:

$$\vec{\sigma}_n = (\sigma_x \cdot \sin^2 \theta) \cdot \vec{n}$$

$$\vec{\tau}_n = (\sigma_x \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta) \cdot \vec{t}$$

$$\text{sendo, } \sigma_x = \frac{-12M \cdot y}{b \cdot h^3}, \quad \vec{n} = (\sin \theta, \cos \theta, 0) \quad \text{e} \quad \vec{t} = (\cos \theta, -\sin \theta, 0)$$



Para $\theta = 45^\circ$ virá:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\sigma}_n = -\frac{3\sqrt{2}.M.y}{b.h^3} \cdot (\vec{e}_x + \vec{e}_y) \\ \vec{\tau}_n = -\frac{3\sqrt{2}.M.y}{b.h^3} \cdot (\vec{e}_x - \vec{e}_y) \end{array} \right. , \text{ ou, em módulo: } \left\{ \begin{array}{l} \|\vec{\sigma}_n\| = \frac{6.M.y}{b.h^3} \\ \|\vec{\tau}_n\| = \frac{6.M.y}{b.h^3} \end{array} \right.$$