

Controle H_∞ - PPGEE - EPUSP

Exemplo 1 - Projeto Ótimo H_∞ SISO

Prof. Diego

Segundo Período 2016

Seja a planta dada pela função de transferência

$$G(s) = \frac{200}{0.025s^3 + 1.002s^2 + 10.1s + 1}$$

O correspondente diagrama de Bode é apresentado na figura 1

Diagramas de Bode de $G(s)$

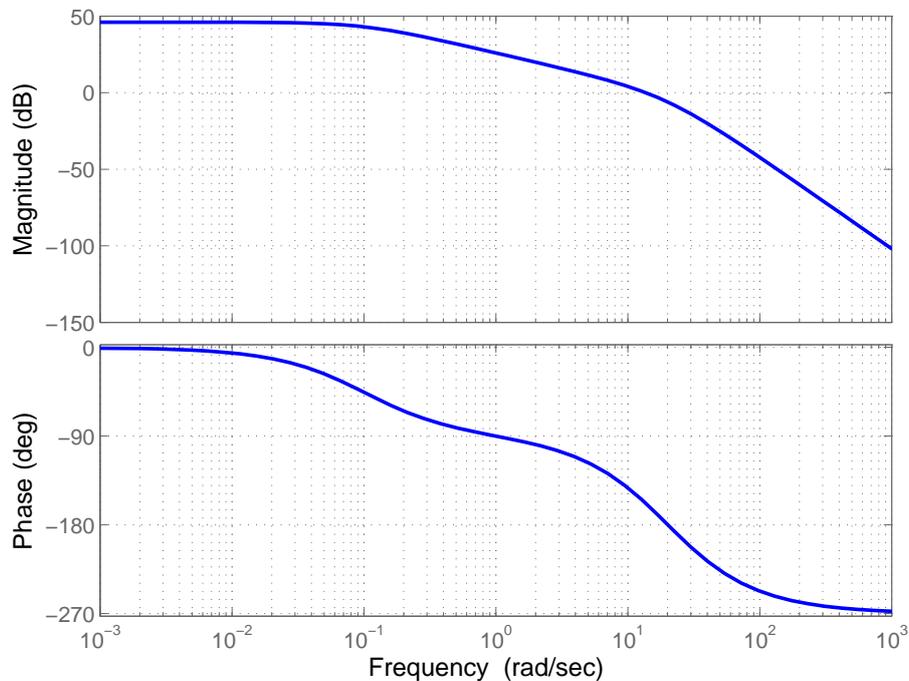


Figura 1: Diagramas de Bode da Planta $G(s)$

Supondo realimentação unitária e controlador unitário, ou seja $K(s) = 1$, nota-se que a frequência de cruzamento de fase é $\omega_{180} = 20.1$ rad/s, a margem de ganho é $GM = 6.11$ dB, a frequência de cruzamento de ganho é $\omega_c = 13.6$ rad/s e a margem de fase é $PM = 21.8$ graus. Como não estamos considerando modelo de incertezas na planta, vamos usar as especificações clássicas de robustez de estabilidade, que recomendam $30 < PM < 60$ graus e $GM > 6$ dB.

As funções de transferência em malha fechada $S(s)$ (função sensibilidade) e $T(s)$ (função sensibilidade complementar), são apresentadas na figura 2. Nota-se que $\|S\|_\infty = 10.2$ dB, o que está acima do valor recomendado classicamente (que deve ser no máximo 6 dB) e $\|T\|_\infty = 9.02$ dB, (que deve ser no máximo 2 dB).

A banda passante retirada de $S(s)$ é dada por $\omega_B = 8.65$ rad/s, e a resposta ao degrau é apresentada na figura 3. Espera-se que uma diminuição do valor de $\|S\|_\infty$ vá diminuir a

Diagrama de $S(s)$ e $T(s)$ com Controlador Unitário

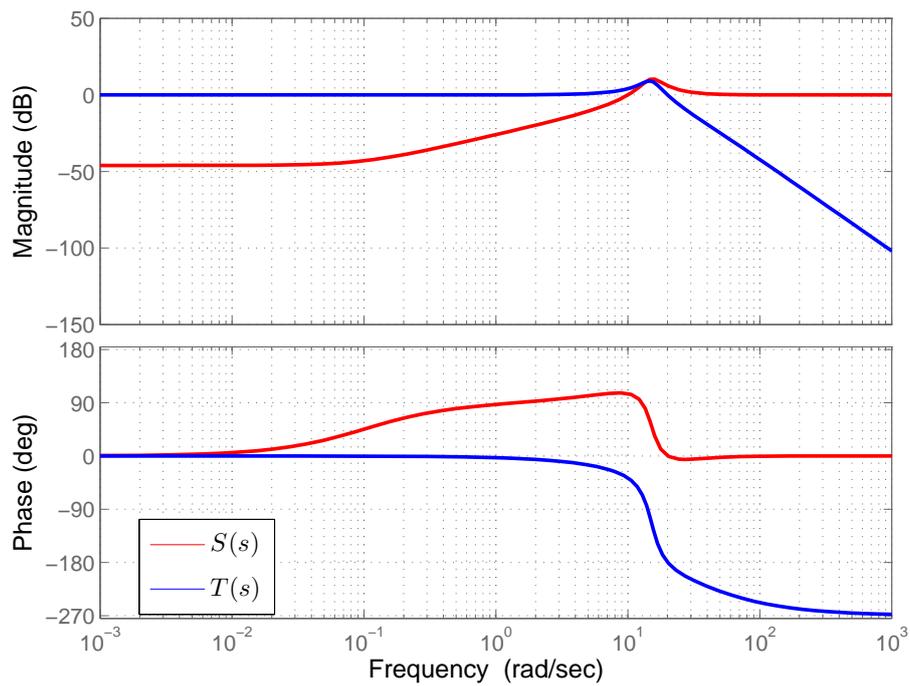


Figura 2: Diagramas de Bode de $S(s)$ e $T(s)$

porcentagem de sobressinal (que está acima de 50%. Gostaríamos também que a banda passante fosse um pouco maior para que o sistema ficasse um pouco mais rápido.

Resposta ao Degrau de MF com Controlador Unitário

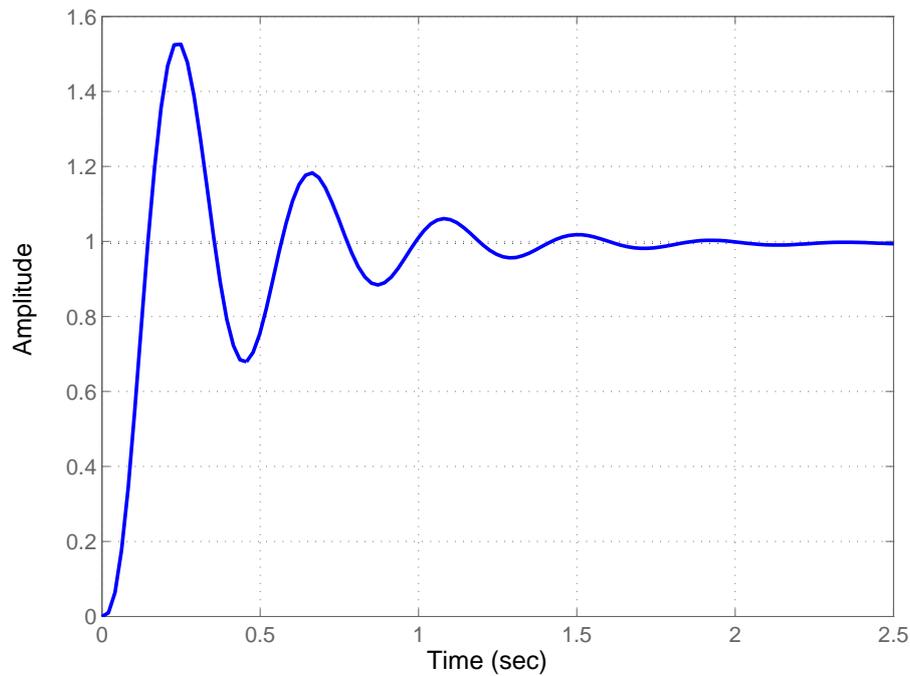


Figura 3: Resposta ao Degrau para o sistema em MF

O projeto original, apresentado no exemplo 2.17 do livro do Skogestad, é escolhida uma

função peso para $S(s)$ da forma:

$$W_p(s) = \frac{s + \omega_B^*}{s + \omega_B^* A}$$

onde foi escolhido $M = 1.5$, $\omega_B^* = 10$ e $A = 0.0001$. Este último parâmetro foi escolhido de modo que $S(s)$ seja bem pequeno nas baixas frequências, dando origem a um erro estacionário bastante pequeno. A frequência ω_B^* entretanto não foi escolhida muito maior do que a banda passante original (ou seja, com o controlador unitário).

No presente projeto, vamos escolher os valores $M = 100$, $\omega_B^* = 100$ e $A = 0.0001$, o que vai permitir uma banda passante muito maior do que a atual, deixando a resposta do sistema mais rápida. Na figura 4, tem-se a função sensibilidade atual e a inversa da função peso $W_p(s)$, que guarda as especificações desejadas para o sistema em MF.

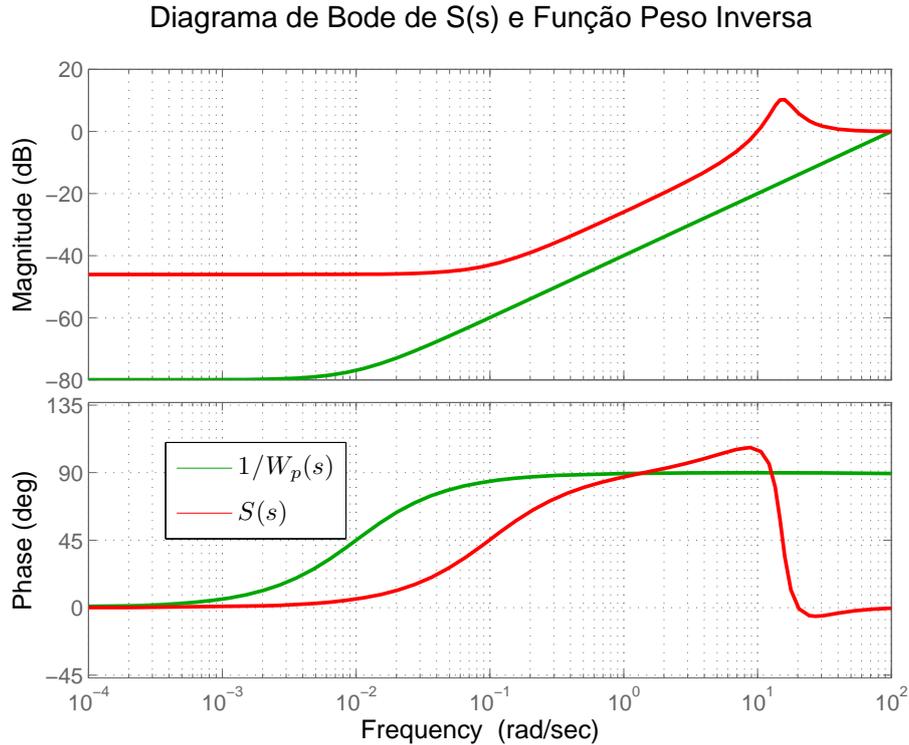


Figura 4: Função $S_1(s)$ e Inversa da Função Peso

Além deste especificação, é necessário estabelecer uma especificação para a função KS , que relaciona o sinal de controle $u(t)$ com os sinais externos. Para tanto vamos utilizar a função peso $W_u(s)$, de modo que o problema em questão passa a ser um problema de sensibilidade mista S/KS .

No problema original, especifica-se $W_u(s) \equiv 1$. Entretanto, este peso não é demasiado, e o problema de otimização não fornece solução desejada. Foi então necessário fazer $W_u(s) \equiv 0.001$, de modo a permitir uma energia de controle maior, de modo a tornar o sistema mais rápido.

O diagrama de Bode do novo controlador é apresentado na figura 5. Nota-se que o controlador tem característica de avanço-atraso, porém há um pólo em excesso.

A expressão do controlador é:

$$K(s) = \frac{25051261.7199(s + 20)^2(s + 0.1)}{(s + 24440)(s + 0.01)(s^2 + 421.5s + 8403)}$$

Os diagramas de Nyquist logarítmicos de $L_1(s)$ e $L_2(s)$, ou seja, das funções de transferência em MA para o controlador unitário e controlador ótimo H_∞ são exibidos na figura 6. Nota-se

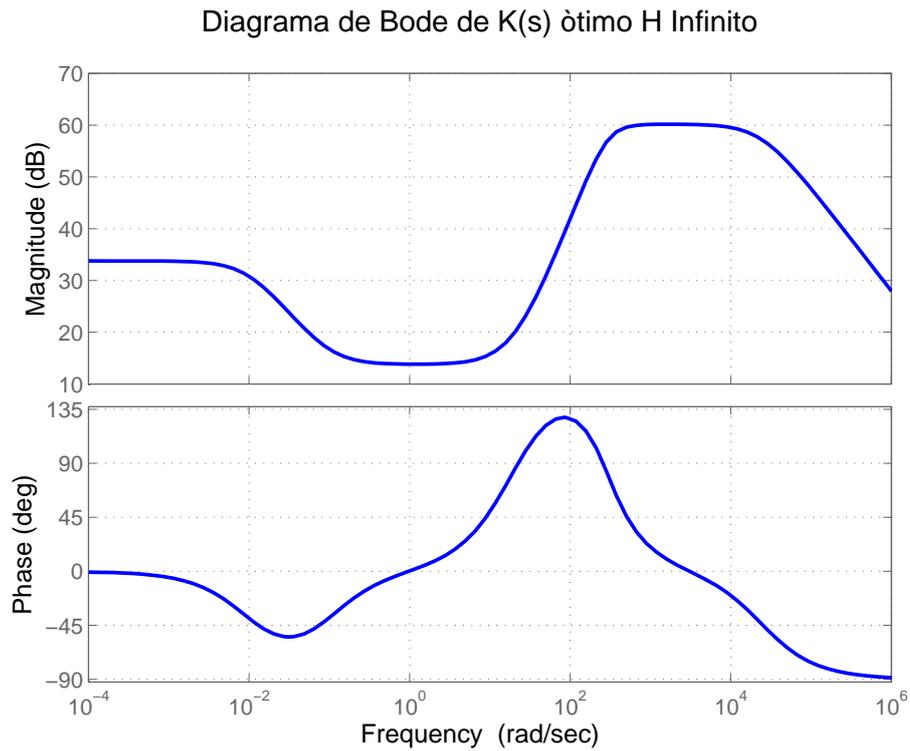


Figura 5: Diagramas de Nyquist Logarítmicos

que a estabilidade em MF existe em ambos os casos, porém o caso $L_2(s)$ tem maior robustez de estabilidade, pois a distância $|1 + L|$ é sempre maior neste caso.

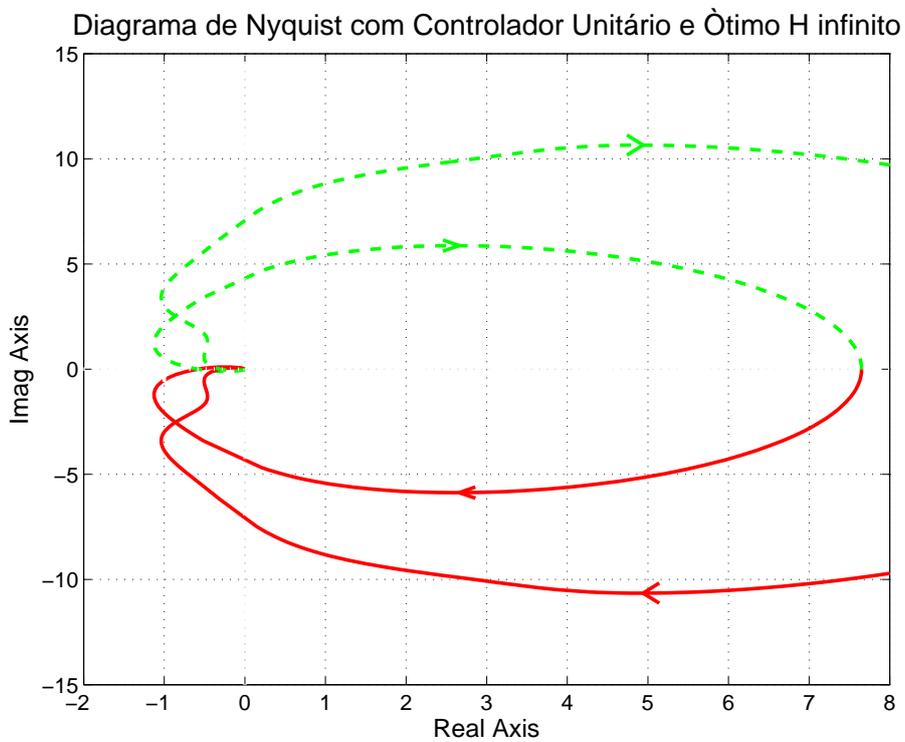


Figura 6: Função $K(s)$

As funções sensibilidade $S_1(s)$ e $S_2(s)$ são apresentadas na figura 7. Neste caso, tem-se que

$\|S\|_{\infty} = 3.52 \text{ dB}$, o que atende as especificações clássicas. A banda passante fica em torno de $\omega_B = 70 \text{ rad/s}$.

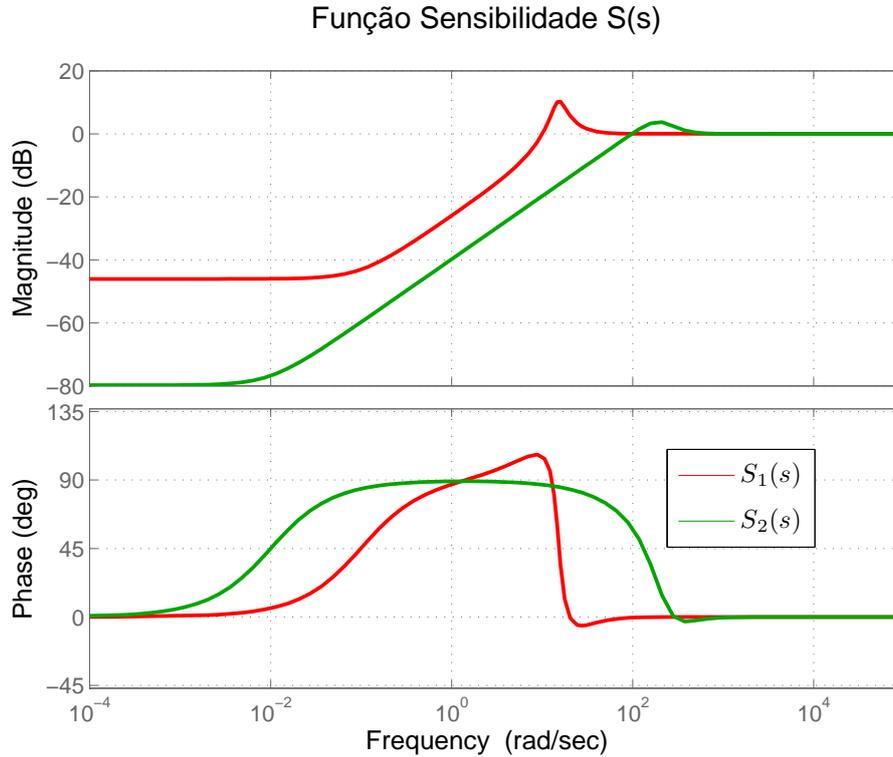


Figura 7: Funções Sensibilidade $S_1(s)$ e $S_2(s)$

As funções de transferência em malha aberta são apresentadas na figura 8. Para a função de transferência $L_2(s)$ tem-se $\omega_{180} = 287 \text{ rad/s}$ e a correspondente margem de ganho é $GM = 12.5 \text{ dB}$. A correspondente margem de fase é $PM = 60.7 \text{ graus}$, na frequência de cruzamento de ganho $\omega_c = 95.2 \text{ rad/s}$, o que representa parâmetros clássicos mais interessantes.

As funções sensibilidades complementares $T_1(s)$ e $T_2(s)$ são apresentadas na figura 9. No caso do controlador ótimo H_{∞} , tem-se que não há pico de ressonância em $T_1(s)$, e $\|T\|_{\infty} = 1 \text{ dB}$.

A resposta ao degrau em Malha Fechada é apresentada na figura 10. Nota-se que para o sistema ótimo H_{∞} o sobressinal é bem reduzido, e o tempo de subida é bem menor que no caso de controlador unitário. Na figura 11, tem-se a resposta ao degrau de distúrbio $d(t)$ (lembre-se que $G_d(s) \equiv 1$). Nota-se que o distúrbio é mais rapidamente atenuado no caso ótimo do que no unitário.

Na figura 12, tem-se o diagrama de Bode da função de transferência $K(s)S(s)$ na figura 12. Nota-se que o ganho é maior nas faixas de frequência entre 100 rad/s e 500 rad/s , que é necessário para se gerar o sinal de controle mostrado na figura 13, que mostra o sinal de controle para o degrau nos dois casos. Nota-se que a amplitude do sinal de controle ficou muito grande no caso ótimo, o que não é interessante. O valor de $\gamma = 1.0249$.

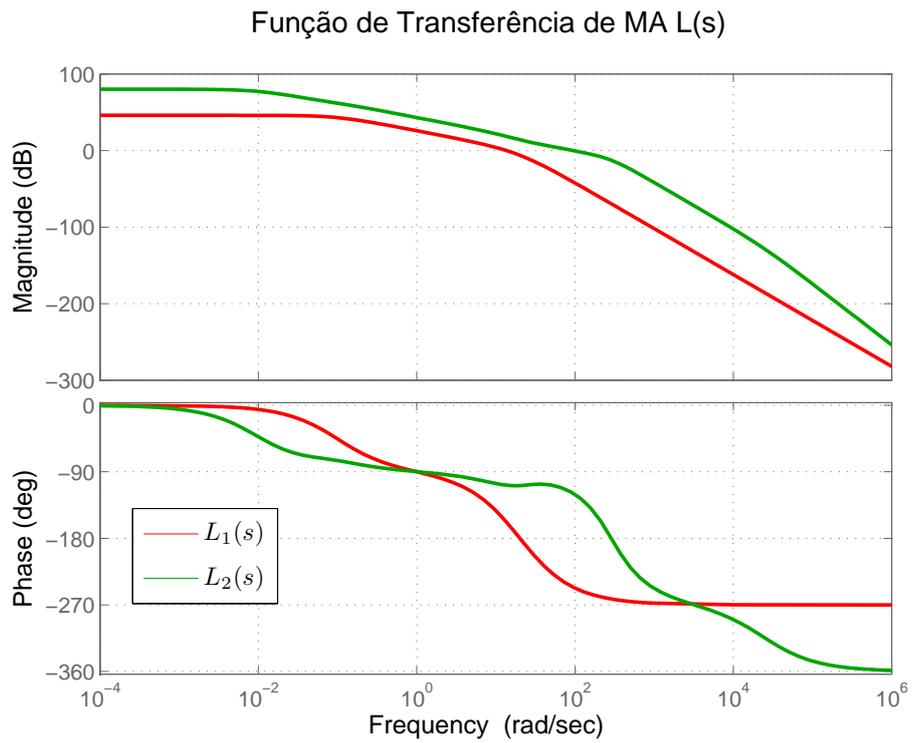


Figura 8: Função de Transferência em Malha Aberta $L_1(s)$ e $L_2(s)$

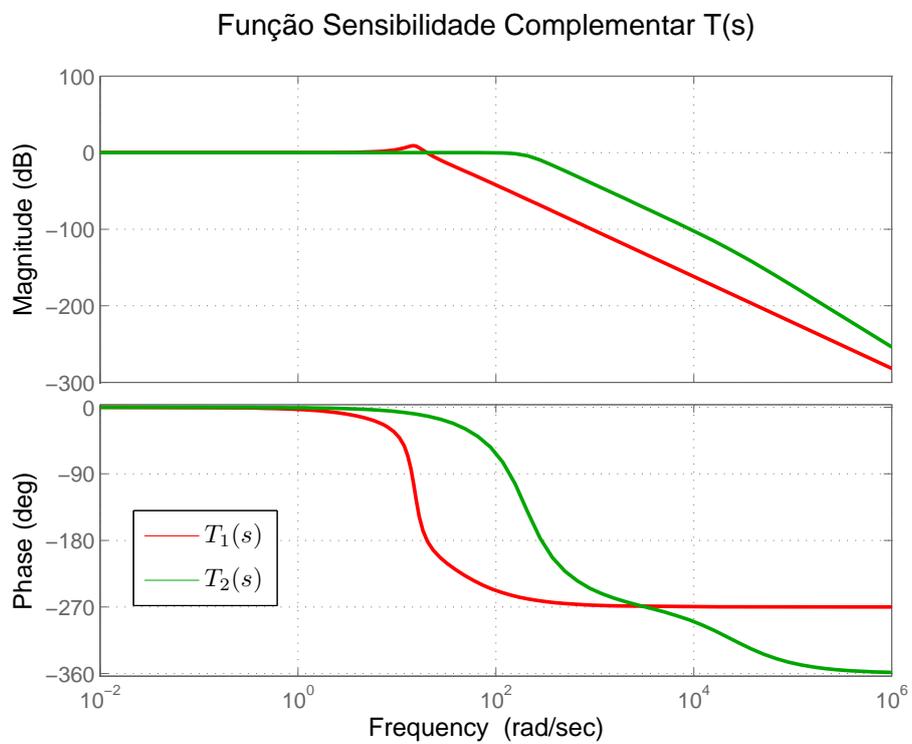


Figura 9: Funções Sensibilidade Complementar $T_1(s)$ e $T_2(s)$

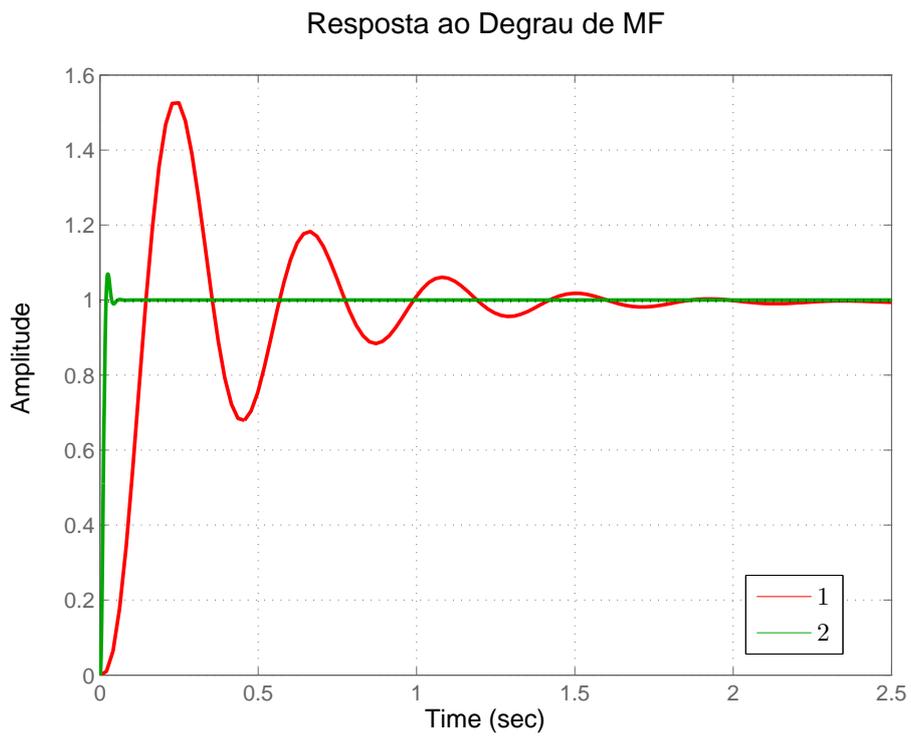


Figura 10: Resposta ao Degrau

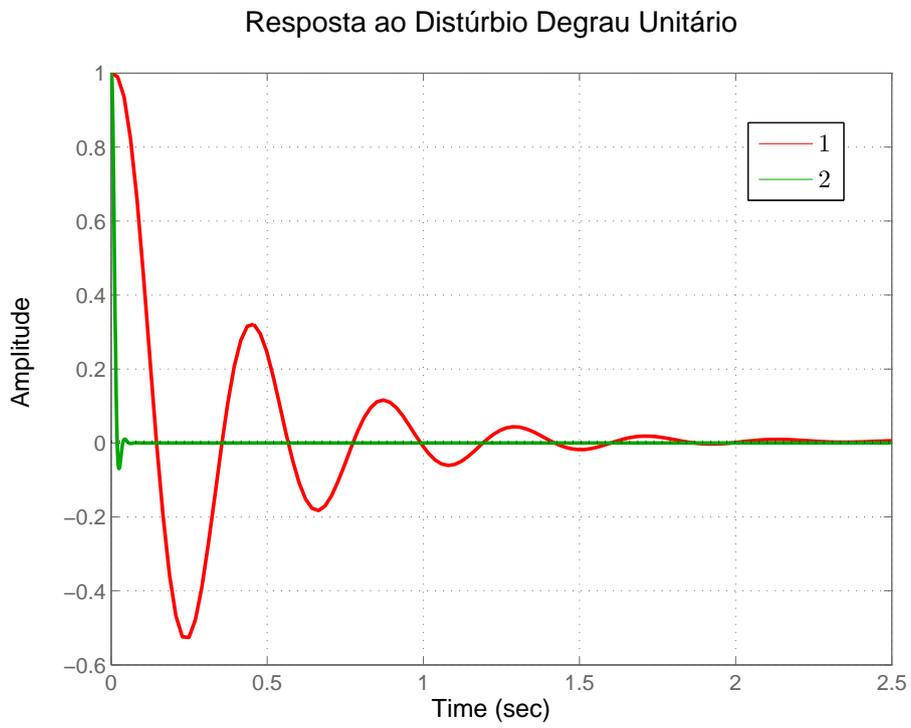


Figura 11: Resposta ao Degrau de Distúrbio

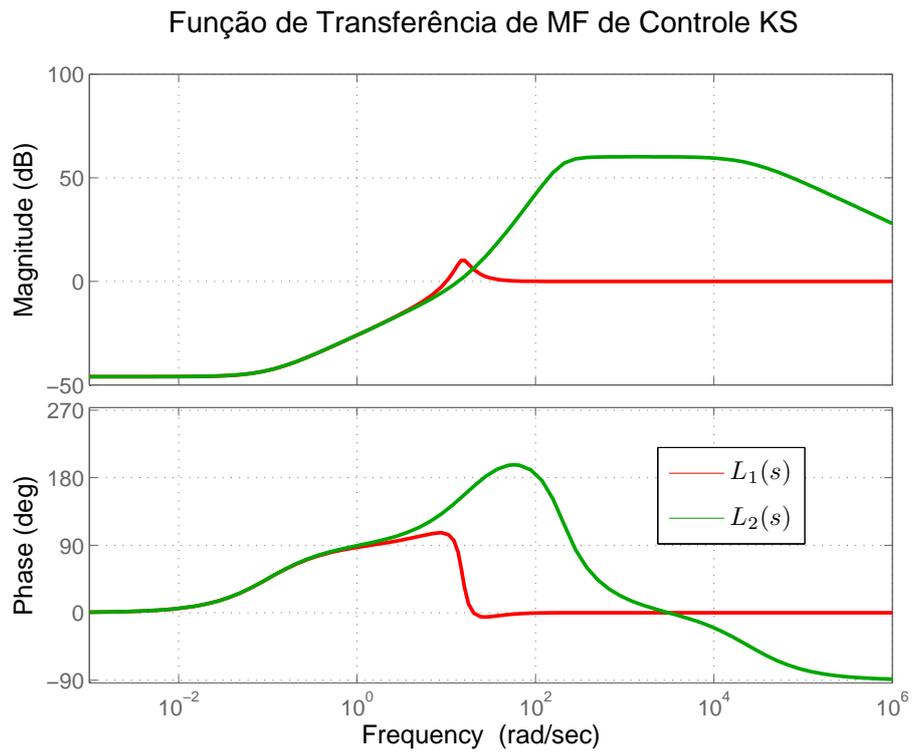


Figura 12: Funções de transferência K_1S_1 e K_2S_2

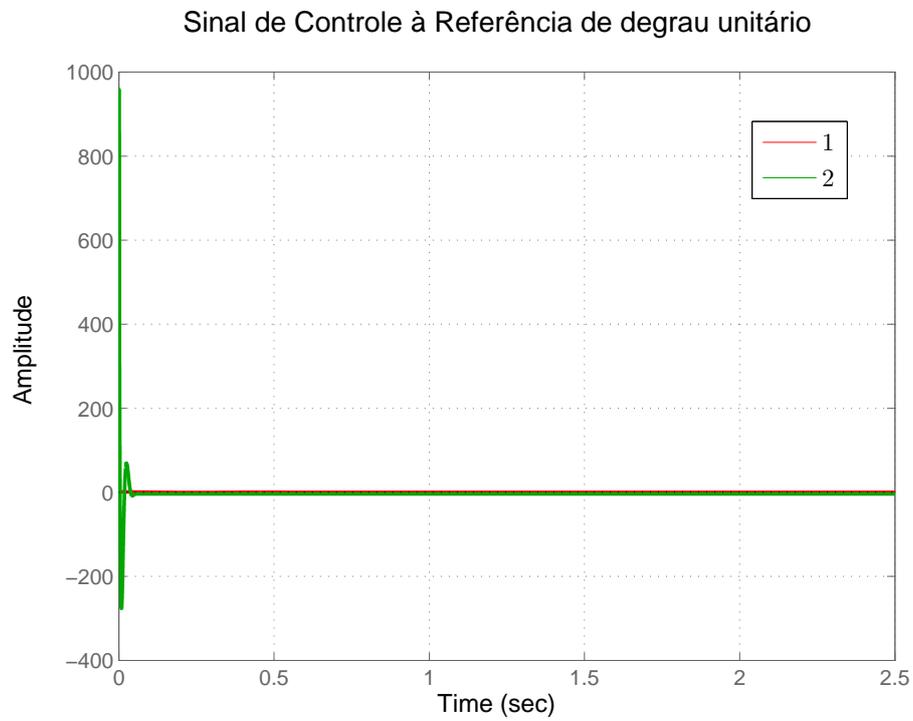


Figura 13: Sinais de Controle $u_1(t)$ e $u_2(t)$