MATÉRIA 67

DATA

AULA 17 → 2008

5. Projeto Discreto

Idéia geral: Realizar o projeto diretamente no domínio discreto

5.1 Introdução

Vantagens sobre o projeto contínuo:

* Maior flexibilidade

  Há menos preocupações com implementações. É igualmente fácil implementar controladores mais simples ou mais complexos

* Mais recursos

  Acesso a mais recursos. Ex. algoritmos de otimização, resolução de equações matemáticas, etc.

* Modelagem do atraso de transporte é simples.

  $e^{-\theta s} \longrightarrow z^{-\theta/T}$ (θ/T deve ser arredondado para o inteiro mais próximo)

* Técnicas de controle desenvolvidas para controle discreto.

Desvantagens:

* O projeto normalmente depende da frequência escolhida.

* Plantas são usualmente contínuas

* Requisitos de projeto são usualmente expressas com base em conceitos contínuos.

5.2 Sequência de projeto discreta

5.2.1. Modelagem discreta da planta

Plantas físicas, salvo casos esquisitos, são sistemas contínuos. O projeto discreto requer que a planta seja descrita em tempo discreto. Há três casos:

1) Modelo originalmente discreto

Se for feito algum procedimento de identificação para se obter um modelo da planta, provavelmente é possível obter diretamente um modelo discreto. Estruturas populares: ARX, ARMAX, GARCH, etc. etc.

2) Sem modelo

Algumas técnicas dispensam um modelo explicitamente. Ex. Ajuste de PID, Controle Adaptativo Direto, etc.

3) Modelo originalmente contínuo

É preciso discretizar!

Qualquer das técnicas já vistas poderia ser utilizada, mas a melhor é a do item 2.8:

$$\hat{G}_p(z) = (1-z^{-1})\, \mathcal{Z}\left[\frac{G_p(s)}{s}\right]$$

Esta aproximação é usualmente utilizada para plantas (as outras preferencialmente para o controle) pois considera o efeito do ZOH (o "atraso de $T/2$") sem fazer aproximações e sem complicar muito o resultado.

Exemplo: Discretizar $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$

$$\frac{G_p(s)}{s} = \frac{1}{s^2(s+1)}$$

Da tabela de transformadas: $\mathcal{Z}\left[\dfrac{G_p(s)}{s}\right] = \dfrac{(T-1+e^{-T})z^2 + (1-e^{-T}-Te^{-T})z}{(z-1)^2\,(z-e^{-T})}$

Portanto: $\hat{G}_p(z) = \dfrac{(z-1)}{z} \cdot \dfrac{(T-1+e^{-T})z^2 + (1-e^{-T}-Te^{-T})z}{(z-1)^2\,(z-e^{-T})} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \hat{G}_p(z) = \frac{(T-1+e^{-T})z + (1-e^{-T}-Te^{-T})}{(z-1)\,(z-e^{-T})}$$

Para $f = 10\,Hz$: $\tilde{G}_p(z) = \dfrac{0{,}004837z + 0{,}004679}{z^2 - 1{,}9050z + 0{,}9048}$

OBS: cas. PZ. estr. próprio: $\tilde{G}_p(z) = \dfrac{0{,}004761z + 0{,}004761}{z^2 - 1{,}9050z + 0{,}9048}$

No Matlab: comando "c2d" com opção "zoh"

5.2.2. Requisitos de projeto

1) Alocação de polos:

Tipicamente requisitos expressos em ξ, w_n resultam em polos de malha fechada a serem alocados no plano $\boxed{s}$. No plano $\boxed{z}$ basta alocar

$$z_0 = e^{s_0 T}$$

Em termos de ξ, w_n: $s_0 = -\xi w_n \pm j\sqrt{1-\xi^2}\,w_n$

$$z_0 = e^{s_0 T} \Rightarrow |z_0| = e^{-\xi w_n T}$$

$$\angle z_0 = \pm T w_n \sqrt{1-\xi^2}$$

MATÉRIA 70

DATA

2) Resposta em frequência

Pode ser feito com a abordagem adequada (a ser visto futuramente)

3) Especificações temporais

Há modalidades de projeto em que é possível utilizar especificações temporais (a ser visto futuramente)

4) Outros

Usando técnicas avançadas (não veremos aqui)

Ir para pág. 70-A

AULA 18 2008

AULA 19 2008

5.2.3 Projeto do controlador

A princípio veremos as seguintes técnicas.

1) Alocação de polos - igual ao caso contínuo, mas os requisitos devem ser devidamente mapeados

2) LGR - igual ao caso contínuo, mas a interpretação é diferente.

3) Resposta em frequência - igual ao caso contínuo, usando uma transformação

4) Controle por cancelamento - usualmente só controle digital

5) Controle deadbeat - usualmente só controle digital.

6) Espaço de estados

MATÉRIA 70-A

DATA

5) Tipo de sistema e erros estacionários

Seja uma ftma contínua do tipo

$$G_cG_p(s) = \frac{k\,(T_a s+1)(T_b s+1)\cdots(\ldots)}{s^N(T_1 s+1)(T_2 s+1)\cdots(T_p s+1)}$$

O expoente N determina o tipo do sistema (N=1 → Sistema tipo 1, etc).

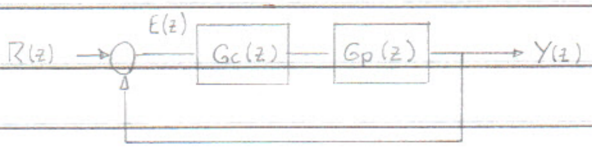
O tipo do sistema dá informações importantes sobre o comportamento do sistema em malha fechada. Um sistema tipo 0 apresenta erro de regime para uma referência degrau, um sistema tipo 1 não. E assim por diante.

A versão discreta é a seguinte:

$$G_cG_p(z) = \frac{1}{(z-1)^N}\cdot\frac{B(z)}{A(z)}$$

sendo que nem B(z) nem A(z) tem raízes em z=1.

"N" é o tipo do sistema discreto. Para a malha fechada



temos que $e_{ss} = \lim_{k\to\infty} e(k)$ pode ser obtida da tabela a seguir.

MATÉRIA 70-B

DATA

AULA 17
2009

Tipo do sistema \ Referência	degrau $r(k)=1$	rampa $r(k)=kT$	parábola $r(k)=\frac{1}{2}(kT)^2$
Tipo 0	$e_{ss}=\frac{1}{1+K_p}$	$e_{ss}=\infty$	$e_{ss}=\infty$
Tipo 1	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=\frac{1}{K_v}$	$e_{ss}=\infty$
Tipo 2	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=\frac{1}{K_a}$

onde $K_p = \lim_{z\to 1} G_cG_p(z)$ (constante de erro de posição estática)

$K_v = \lim_{z\to 1} \frac{(1-z^{-1})G_cG_p(z)}{T}$ (constante de erro de velocidade estática)

$K_a = \lim_{z\to 1} \frac{(1-z^{-1})^2 G_cG_p(z)}{T^2}$ (constante de erro de aceleração estática)

Provas. Aplicação direta do teorema do valor final, semelhante ao caso contínuo (ver Ogata)

Frequentemente é necessário impor um tipo (ou aumentar o tipo original) a uma Ftma para atender a requisitos de projeto.

Exemplo: incluir um termo $\frac{1}{(z-1)}$ em $G_c(z)$ para garantir erro nulo ao degrau.

OBS: Quanto maior o tipo do sistema, mais difícil é controlá-lo. (os polos em $z=1$ são instáveis).

Sistemas de tipo maior ou igual a 1 são sempre instáveis em malha aberta.

voltar para pag. 70

5.3 Alocação de polos

Alocação de polos usualmente é associada ao método LGR. Para os casos mais simples ou com estrutura mais imediata, pode-se obter a alocação de forma puramente algébrica, como no exemplo a seguir.

Exemplo (retomando)

Planta: $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$

Especificações: malha fechada com $\xi = 0,3$ e $\omega_n = 2,0$

Proposta: Compensador $G_c(z) = \dfrac{K_c(z+\alpha)}{(z+\beta)}$ cancelando α com o polo da planta

Vamos utilizar duas frequências de amostragem: $f_1 = 20\text{ Hz}$ e $f_2 = 5\text{ Hz}$

i) 20 Hz

$$\hat{G}_p(z) = \frac{0,00122942\,(z+0,98347176)}{(z-1)(z-0,95122942)} = \frac{A\,(z+B/A)}{(z-1)(z-C)}$$

com
$$\begin{cases} A = e^{-T} + T - 1 & \text{p/ } T = 0,05 \\ B = 1 - e^{-T}(T+1) \\ C = e^{-T} \end{cases}$$

ftma: $G_c\hat{G}_p(z) = \dfrac{K_c(z+\alpha)\cdot A\,(z+B/A)}{(z-1)(z-C)(z+\beta)}$

para $\alpha = -C$; $G_c\tilde{G}_p(z) = \dfrac{K_cA\,(z+B/A)}{(z-1)(z+\beta)}$

ftmf: $G_{mf}(z) = \dfrac{K_cA\,(z+B/A)}{z^2 + (K_cA+\beta-1)\,z + (K_cB-\beta)}$

Desejamos que os polos sejam

$$z_0 = e^{-T\omega_n(\xi + j\sqrt{1-\xi^2})} \quad ; \quad z_0^* = e^{-T\omega_n(\xi - j\sqrt{1-\xi^2})}$$

o que resulta no polinômio característico

$$(z - z_0)(z - z_0^*) = z^2 - (z_0 + z_0^*)z + z_0 z_0^* =$$

$$= z^2 - \left[2\, e^{-T\omega_n\xi} \cdot \cos(T\omega_n\sqrt{1-\xi^2})\right] z + e^{-2T\omega_n\xi}$$

Igualando os dois polinômios característicos obtemos

$$\begin{cases} K_c A + \beta = 1 - 2\, e^{-T\omega_n\xi} \cdot \cos(T\omega_n\sqrt{1-\xi^2}) \\ K_c B - \beta = e^{-2T\omega_n\xi} \end{cases}$$

resolvendo em K_c e β obtemos $K_c = 3{,}97691677$

$\beta = -0{,}93695603$

com $\alpha = -0{,}95122942$

Daí $\hat{G}_c(z) = \dfrac{3{,}9769\,(z - 0{,}9512)}{(z - 0{,}9370)}$

OBS: $G_{mf}(z) = \dfrac{0{,}004889\,(z + 0{,}9835)}{z^2 - 1{,}932\,z + 0{,}9418}$

Convertendo $\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ com $\xi = 0{,}3$ $\omega_n = 20$ com o método cas. PZ (estr. próprio) obtemos p/ $f = 20\,Hz$

$$\frac{0{,}004889\,(z+1)}{z^2 - 1{,}932\,z + 0{,}9418}$$

ou seja de fato a malha fechada terá um comportamento semelhante ao desejado.

Para comparação:

No exemplo anterior tínhamos

$\hat{G}_c(z) = \dfrac{3{,}9802\,(z - 0{,}9512)}{(z - 0{,}9418)}$

ii) 5 Hz

Obtemos $\hat{G}_c(z) = \dfrac{3{,}8717\,(z - 0{,}8187)}{(z - 0{,}7188)}$

Para comparação:

No exemplo anterior com Padé tinhamos

$$\tilde{G}_c(z) = \frac{3,8471\,(z-0,8187)}{(z-0,7215)}$$

OBS:

$$G_{mf}(z) = \frac{0,07252\,(z+0,9355)}{z^2 - 1,646\,z + 0,7866}$$

sendo que o equivalente de $\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

é $\frac{0,07018\,(z+1)}{z^2 - 1,646\,z + 0,7866}$

$\boxed{\text{Ver approxctrl2.m}}$

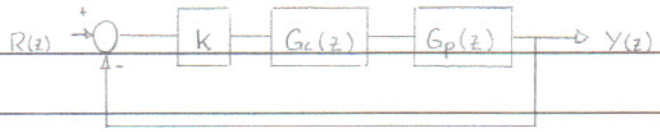
OBS:

* O projeto em $\boxed{z}$ requer os mesmos cuidados com precisão que os já vistos.
* Não há aproximação para o ZOH, ele é incluído de forma exata.
* O controlador obtido é similar ao do outro exemplo. Note que a planta é de 2ª ordem.

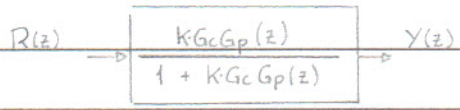
AULA 20 2008

5.4 LGR // 5.4.1 Introdução

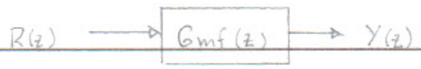
Considere o seguinte esquema de controle



$\equiv$



$\equiv$



Os polos de $G_{mf}(z)$ satisfazem

$$1 + K G_c G_p(z) = 0 \Rightarrow G_c G_p(z) = \frac{-1}{K} \qquad (*)$$

Lembrando que a equação é complexa, isso equivale a

$$\begin{cases} |G_c G_p(z)| = \dfrac{1}{|K|}, \quad \text{para } -\infty < K < \infty & \text{(condição de módulo)} \\ \angle G_c G_p(z) = (2i+1)\pi, \quad i \in \mathbb{Z} \quad \text{para } K \geq 0 & \\ \text{ou} & \text{(condição de fase)} \\ \angle G_c G_p(z) = 2i\pi, \quad i \in \mathbb{Z} \quad \text{para } K < 0 & \end{cases}$$

Quando resolvemos simultaneamente as condições de módulo e fase, nós resolvemos a equação (*) e determinamos os pólos de malha fechada.

Quando resolvemos apenas a condição de fase, nós obtemos o que se chama de Lugar Geométrico das Raízes (LGR). A grosso modo, o LGR compreende as soluções de (*) para todos os valores possíveis de K.

Usualmente nos restringimos a $0 \leq K < \infty$.

Existem regras simples que orientam o traçado do LGR, de modo que mesmo

AULA 19 2009

para $G_cG_p(z)$ muito complexas, é fácil obter um LGR.

5.4.2 Comparação com o caso contínuo.

A equação (*) é a mesma do caso contínuo (basta trocar s por z), portanto o traçado do LGR é igual ao do caso contínuo.

- mesmas regras
- mesmas propriedades
- mesmos programas de computador.

A interpretação do LGR é diferente

Estabilidade: plano $\boxed{s}$ $\longrightarrow$ semi-plano esquerdo

plano $\boxed{z}$ $\longrightarrow$ círculo de raio unitário

Comportamento dinâmico: plano $\boxed{s}$: $(\xi, \omega_n) \longrightarrow s = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

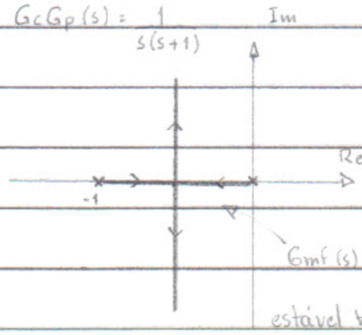
plano $\boxed{z}$: $(\xi, \omega_n) \longrightarrow z = e^{T\omega_n\xi} \cdot e^{\pm jT\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$

IMPORTANTE: Não veremos o traçado do LGR neste curso, assumiremos como técnica já conhecida.

Exemplo:

$\boxed{s}$

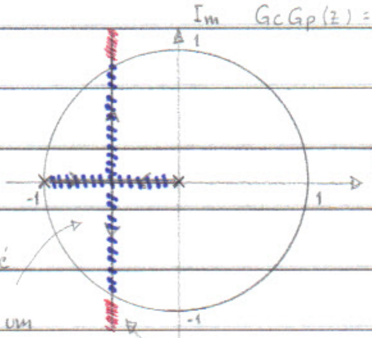
$G_cG_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$



$G_{mf}(s)$ é estável $\forall K > 0$

$\boxed{z}$

$G_cG_p(z) = \dfrac{1}{z(z+1)}$



$G_{mf}(z)$ é estável até um certo K_0

$G_{mf}(z)$ é instável p/ $K \geq K_0$

5.4.3 Interpretando requisitos no LGR

Em tempo contínuo:

Usualmente associamos a parâmetros ξ e ω_n um par de polos s_0 e s_0^* com $s_0 = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$. Para um sistema de 2ª ordem padrão do tipo $G_{mf}(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2}$ que tem como polos s_0 e s_0^*

podemos associar um comportamento dinâmico, como por exemplo

$t_s = \dfrac{4}{\xi\omega_n}$ (tempo de acomodação de 2%)

$t_r = \dfrac{\pi - \cos^{-1}(\xi)}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$ (tempo de subida 0 a 100%)

$M_p = 100\, e^{\left\{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right\}}$ (pico de sobressinal em %)

Em tempo discreto:

Podemos associar ξ e ω_n a um par de polos z_0 e z_0^* com $z_0 = e^{-T\omega_n\xi} \cdot e^{jT\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$ e utilizar as mesmas fórmulas.

OBS: Podemos tentar aproximar sistemas de ordem maior por um sistema equivalente de 2ª ordem ou usar os parâmetros como "guias qualitativos"

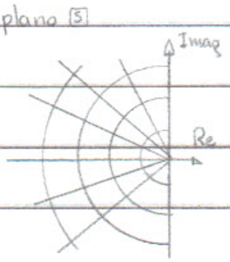
MATÉRIA 77

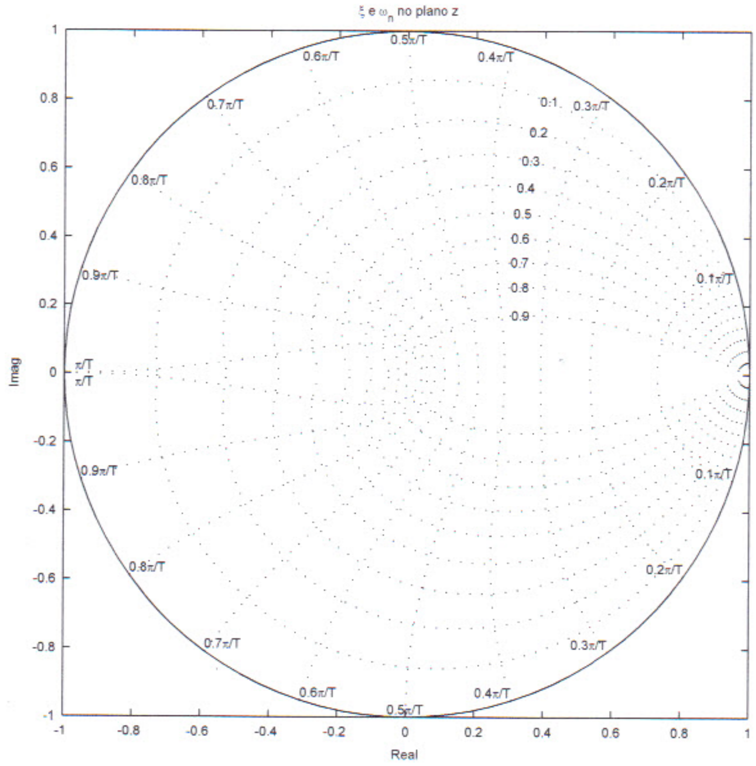
DATA

Localizando ξ e ω_n

Como já visto,

No plano $\boxed{s}$





OBS: Em $\boxed{z}$ a posição dos polos correspondentes a (ξ, ω_n) depende também de T.

Outros indicadores

Índices como t_r, t_s, M_p, etc. também podem ser localizados no plano $\boxed{z}$

$\boxed{\text{Ver rlanalysis.m}}$

para um sistema do tipo $\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

MATÉRIA 77-A

DATA

Exemplo: (retomando)

Controlar a planta $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ com um compensador do tipo $G_c(z) = \frac{K_c(z+\alpha)}{(z+\beta)}$ sem o compromisso de cancelar o pólo da planta.

usando LGR.

$\boxed{\text{Ver rlanalysisHP.m}}$

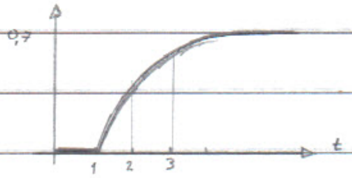
sugestões: A conclusão mais usual é que é difícil fazer algo melhor que cancelamento de polos.

AULA 21 2008

AULA 20 2007

Exemplo: Usar um PID discreto para controlar uma planta com atraso

$$G_p(s) = e^{-s} \cdot \frac{0,7}{s+1}$$



Discretizações:

PID: $$G_c(z) = \frac{K_p}{2TT_I}\left[\frac{(2TT_I + T^2 + 2TT_IT_D)z^2 + (T^2 - 2TT_I - 4T_IT_D)z + 2T_IT_D}{z(z-1)}\right]$$

pólos do PID: $\{0, 1\}$

zeros do PID: De 1 a 2 zeros a depender dos parâmetros

se $T_D = 0$ há um zero em $\{0\}$ que cancela o polo

PLANTA: Usando ZOH:

atraso

A 5 Hz: $G_p(z) = z^{-5} \cdot \frac{0,1269}{z - 0,8187}$ (ordem 6)

A 10 Hz: $G_p(z) = z^{-10} \cdot \frac{0,06861}{z - 0,9048}$ (ordem 11)

atraso

$\boxed{\text{Ver rlanalysisPID.m}}$

MATÉRIA 79

DATA

Exemplo: Estabilizar a planta

$$G_p(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)(s+3)}$$

com um compensador discreto operando a 10 Hz

i) Sem se preocupar com o erro de regime

sugestão: cancelar (aproximadamente) o polo {-2} da planta.

Usando SISO tool →

acrescentar um zero em alta frequência (no eixo real na reta {0,1}) próximo ao zero (ou um par de polos para o compensador ficar estritamente própria)

ii) Com erro de regime nulo para entrada degrau.

sugestão: É necessário acrescentar um integrador (polo em {1}).

Usando SISO tool →

Com isso é necessário colocar um zero (ou par de zeros) para atrair o LGR para dentro do círculo unitário.

OBS: Uma vantagem do controle discreto: Não há tantos problemas para implementar um compensador de ordem elevada.

$\boxed{\text{Ver exlgr.m}}$

INCORPORADO AO SUPLEMENTO 2

MATÉRIA 80 | DATA

5.5 Abordagem frequencial

Idéia geral: Adaptar os métodos contínuos de controle clássico (Bode, Nyquist, MG, MF, etc) para usar em controle discreto

5.5.1 Introdução

Em tempo contínuo, podemos associar uma frequência ω [rad/s] a uma função de transferência $G(s)$, obtendo $G(j\omega) = G(s)\Big|_{s=j\omega}$

Em tempo discreto, podemos fazer o mesmo através do mapeamento e^{sT}, obtendo $G(e^{j\omega T}) = G(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}}$ (até no máximo a freq. de Nyquist)

Porém não é mais possível associar assintotas, margens de ganho, fase, etc. diretamente. O próprio traçado de $G(e^{j\omega T})$ requer um computador para fazer as contas (em contraste com o caso contínuo, em que é muito fácil traçar um diagrama de Bode)

5.5.2. O efeito do ZOH

Em relação a uma planta $G_p(s)$ contínua, o traçado da planta discretizada pelo método ZOH (que é mais adequado para plantas) sofre os efeitos do ZOH, aproximadamente na forma de um lag (atraso de fase) adicional, mais pronunciados quanto menor a frequência de amostragem.

Exemplo: Seja $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$ discretizada em frequências variadas.

$\boxed{\text{Ver boded.m}}$

(note que somente um software sofisticado é capaz de produzir um diagrama de Bode discreto)

5.5.3 O plano $\boxed{W}$

Se o projetista dispuser de uma ferramenta como o Matlab e puder realizar o projeto diretamente do traçado numérico da resposta em frequência, é viável usar o mapeamento $e^{j\omega T}$.

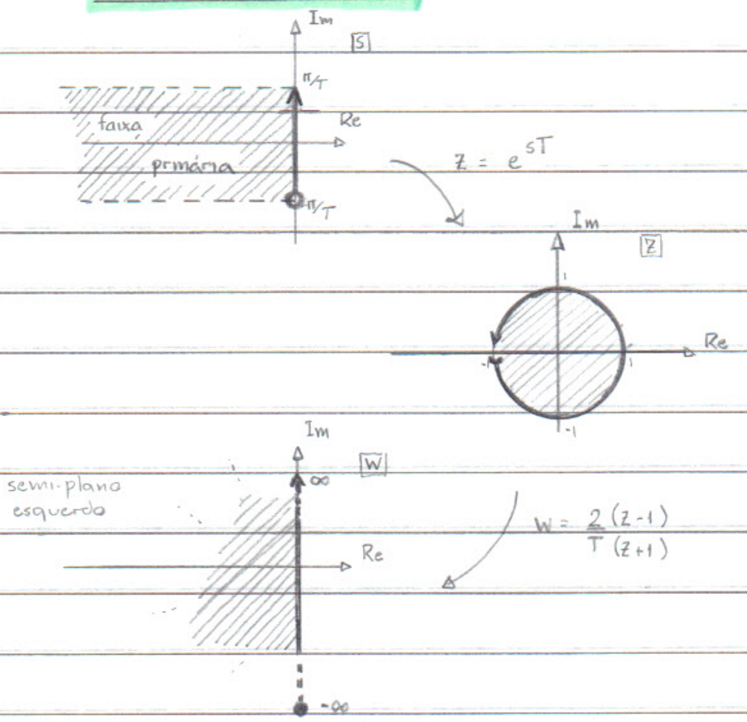
Caso seja necessário usar técnicas frequenciais mais específicas (ver livros), convém passar o sistema para o plano $\boxed{W}$.

Seja o seguinte mapeamento (transformação w)

$$z = \frac{1 + (T/2)w}{1 - (T/2)w} \quad \text{ou} \quad w = \frac{2}{T}\frac{(z-1)}{(z+1)}$$

(note a semelhança com Routh discreto e o Método de Tustin)

Forma do mapeamento



MATÉRIA 82

DATA

Em $\boxed{s}$: $s = j\omega$ ω é frequência [rad/s]

Em $\boxed{z}$: $z = e^{j\omega T}$ "

Em $\boxed{w}$: $w = j\nu$ ν é a "frequência fictícia" [rad/s]

Note que quando ω varia de 0 a $\frac{\pi}{T}$ no eixo imaginário

z varia de +1 a -1 na circunferência unitária

ν varia de 0 a ∞ no eixo imaginário

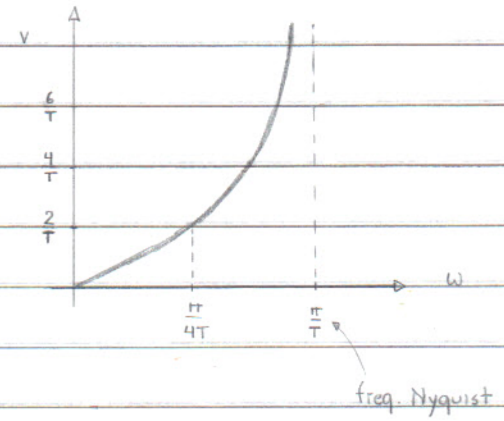
Relação entre ω e ν

Devemos ter $w\Big|_{s=j\nu} = \frac{2}{T}\frac{(z-1)}{(z+1)}\Big|_{z=e^{j\omega T}}$

$\Rightarrow j\nu = \frac{2}{T}\frac{e^{j\omega T}-1}{e^{j\omega T}+1}$

$\Rightarrow j\nu = \frac{2}{T}\, j \tan\left[\frac{\omega T}{2}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\nu = \frac{2}{T}\tan(\omega T/2)}$



Se ωT é pequeno, então $\nu \simeq \omega$

ou seja: baixas frequências (ω pequeno)

freq. amostragem alta (T pequeno)

ou ambas

Fora dessa situação há uma distorção na escala de frequências dada por $v = \frac{2}{T}\tan(\omega T/2)$

Importante: Especificações em ω devem ser convertidas em especificações em v.

Exemplo: Seja $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ discretizada em frequências variadas e no plano $\boxed{w}$ $\boxed{\text{ver mapwv.m}}$

OBSERVAÇÕES: A frequência de Nyquist em ω é mapeada em $v = \infty$, portanto não pode haver nenhuma dinâmica significativa próxima ou acima da freq. de Nyquist. (isso é bastante razoável)

A função de transferência é de fase não-mínima (devido à transformação), o que deve ser levado em consideração no traçado dos diagramas de Bode.

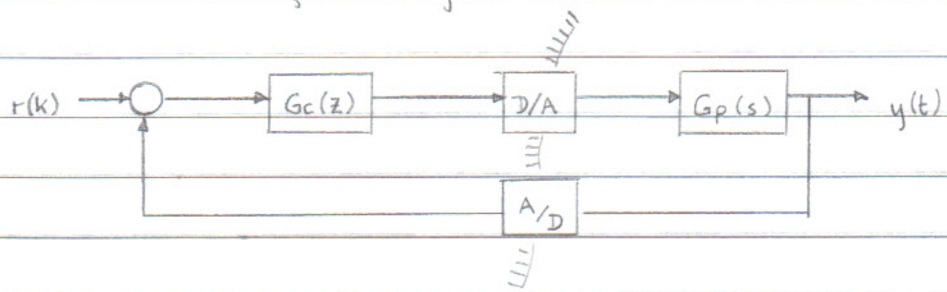
Propriedades

Traçar o diagrama de Bode por assintotas;
Critério de Nyquist;
Margens de ganho e de fase;
etc.
Podem ser utilizadas no plano $\boxed{w}$ para $w = jv$

AULA 22 2008

5.5.4 Procedimento de Projeto

Para o seguinte arranjo de controle



o procedimento é

1) Obter $Gp(z)$ através do método ZOH (item 2.8)

2) Obter $Gp(w)$ a partir de $Gp(z)$ usando a seguinte transformada:

$$z = \frac{1 + T/2\, w}{1 - T/2\, w}$$

(T deve ser escolhido a priori)

3) Traçar o diagrama de Bode ou Nyquist de $Gp(w)$ fazendo $w = jv$

(igual a controle contínuo)

4) Projetar um compensador $Gc(w)$ segundo as técnicas de controle contínuo

(lembrar que a frequência fictícia v é mapeada a partir de ω por

$$v = \frac{2}{T} \tan\left(\omega T/2\right)$$)

5) Obter $Gc(z)$ a partir de $Gc(w)$ usando a seguinte transformada.

$$w = \frac{2}{T} \frac{(z-1)}{(z+1)}$$

6) Implementar o algoritmo correspondente a $Gc(z)$.

Exemplo

Seja a Planta $G_p(s) = \dfrac{10}{s(s+1)(s+2)}$

Seja o objetivo: Projetar um compensador $G_c(z)$ que estabilize a planta (se possível com uma boa margem) sem alterar suas características de baixa frequência

Sugestão: Utilizar um avançador de fase, ou seja

No plano w: $G_c(w) = \dfrac{1 + wT_{av}}{1 + w\alpha T_{av}}$

com $0 < \alpha < 1$

Dicas: * Para passar $G_p(s)$ do plano s para o plano w com o Matlab:

1. Discretizar com método 'zoh' (obtém-se $G_p(z)$)
2. "Continualizar" com método 'tustin' (obtém-se $G_p(w)$)

* Para passar $G_c(w)$ do plano w para o plano z com o Matlab:

Discretizar com método 'tustin' (obtém-se $G_c(z)$)

Ver ex_av_v.m

AULA 23 2008

5.6 Projeto Analítico

5.6.1 Introdução

Muitas técnicas de projeto eram inviáveis à época do controle analógico, porque resultavam em controladores

- de ordem elevada

(difíceis de construir hidraulica, pneumaticamente ou mesmo com circuitos eletrônicos)

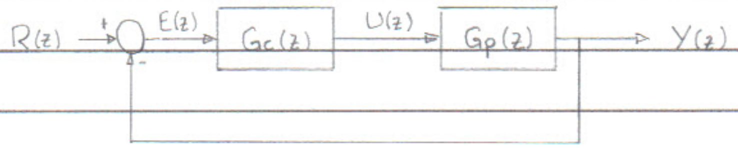
- com precisão elevada

(com cancelamentos delicados de polos e zeros, etc.)

Com o advento do controle digital, essas técnicas, tanto análogas como discretas passaram a ser uma opção.

5.6.2 Um controlador ideal (a bala de prata)

Um tipo de controlador ideal (há uma infinidade) seria aquele em que a saída seguiria exatamente o setpoint, ou seja



$$\equiv$$

$$R(z) \longrightarrow \boxed{\frac{G_c(z)\,G_p(z)}{1+G_c(z)\,G_p(z)}} \longrightarrow Y(z)$$

$$\equiv$$

$$R(z) \longrightarrow \boxed{G_{mf}(z)} \longrightarrow Y(z)$$

com

$$G_{mf}(z) = 1$$

Dessa forma o sinal $Y(z)$ seguiria exatamente $R(z)$ qualquer que fosse o sinal de referência.

Teriamos então

$$\frac{G_c(z)\,G_p(z)}{1 + G_c(z)\,G_p(z)} = 1 \Rightarrow G_c(z)\,G_p(z) = 1 + G_c(z)\,G_p(z)$$

o que obviamente não é possível.

Se o ganho do compensador $G_c(z)$ fosse muito elevado, poderíamos supor de maneira aproximada que

$$\frac{G_c(z)\,G_p(z)}{1 + G_c(z)\,G_p(z)} \simeq 1$$

Há problemas com essa proposta:

* Se o ganho for muito elevado, não há dispositivo (computador ou outra coisa qualquer) capaz de implementar o controle, pois o sinal $U(z)$ teria amplitude elevadíssima.

Para a aproximação ser válida, os polos e zeros de $G_c(z)$ devem se cancelar com os zeros e polos de $G_p(z)$.

* Se $G_p(z)$ for instável eu não posso usar esta técnica (cancelamento de polo instável é proibido).

MATÉRIA 88

DATA

* Se $Gp(z)$ for estritamente própria (o caso normal), $Gc(z)$ teria que ser impróprio.

* A banda passante de $Gmf(z)$ seria altíssima (o controle seria um desastre na presença de ruídos).

* etc. etc. etc.

O que não torna o controle impossível cria problemas intransponíveis.

Conclusão: Como em tudo na vida, NÃO há a bala de prata.

Pergunta: Qual seria a engenharia de uma solução viável que aproveitasse a idéia acima?

5.6.3 O controlador deadbeat e o método de Ragazzini

O nosso objetivo agora é obter um controlador que seja a solução de engenharia viável mais próxima à ideia acima.

É a coisa possível mais próxima do que desejávamos. O regime não é atingido instantaneamente, mas tão rápido quanto possível (ou razoável), e o valor final de regime pode ser atingido em tempo finito.

Matematicamente queremos

$$Gmf(z) = \frac{Gc(z)\,Gp(z)}{1 + Gc(z)Gp(z)} \qquad (*)$$

onde, a princípio, $Gmf(z)$ é a função de transferência de malha fechada desejada (e que deve ser escolhida a priori) e que não é a função unitária.

Resolvendo (*) temos

$$G_c(z) = \frac{1}{G_p(z)} \cdot \frac{G_{mf}(z)}{1 - G_{mf}(z)} \qquad (**)$$

Note que o projeto inverte a planta (a menos de cancelamentos de termos específicos - o que veremos será muito importante) e inclui termos relacionados a $G_{mf}(z)$

Com isso, o projeto se resume a uma escolha adequada de $G_{mf}(z)$

Para simplificar as coisas vamos impôr uma estrutura para $G_{mf}(z)$, que, como veremos depois, é muito conveniente.

Assim

$$G_{mf}(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N} = \frac{a_0 z^N + a_1 z^{N-1} + \dots + a_N}{z^N}$$

$G_{mf}(z)$ deve ter uma série de propriedades e satisfazer uma série de restrições para que possamos resolver (*) e (**)

1) Causalidade.

a) $G_c(z)$ deve ser próprio (se não fôr, ele não pode ser implementado)

b) O termo de maior ordem de $G_{mf}(z)$ (expandida em série de z^{-1}) pode ser no máximo igual ao termo de maior ordem da expansão equivalente de $G_p(z)$

Exemplo: Se $G_p(z) = 2z^{-2} + 3z^{-3} + \dots$ então $G_{mf}(z)$ deve ter a estrutura $a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots + a_N z^{-N}$ na melhor das hipóteses.

(se isso não for satisfeito poderíamos ter um sistema de controle de uma planta com atraso respondendo instantaneamente - absurdo!)

c) $N \geq n$

(senão voltamos à "bala de prata")

2) Estabilidade

a) $G_{mf}(z)$ deve ser estável (óbvio)

(a estrutura escolhida para $G_{mf}(z)$ garante isso, pois tem resposta impulsiva finita - e todos os polos na origem)

b) Os zeros de $G_c(z)$ não podem cancelar polos instáveis da planta $G_p(z)$

(lembrando que cancelamento imperfeito leva à instabilidade neste caso)

c) Os polos de $G_c(z)$ não podem cancelar eventuais zeros de fase não-mínima de $G_p(z)$

(mesma ideia)

3) Desempenho

a) Tempo de acomodação finito

É possibilitado pela estrutura escolhida para $G_{mf}(z)$. Como $G_{mf}(z)$ é um sistema FIR, estável, a resposta do sistema se estabiliza após um número finito de passos, o qual pode ser especificado no projeto.

b) Erros de regime (degrau, rampa, etc.)

Também podem ser especificados com a estrutura escolhida para $G_{mf}(z)$.

c) Outros requisitos

Alterando-se a estrutura imposta para $G_{mf}(z)$ é possível impor-se outros requisitos.

Exemplo: Impondo $G_{mf}(z) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ (caso isso seja possível) se permitiria determinar tempo de subida, sobressinal, etc. desejados.

Determinando $G_{mf}(z)$

Analisando item a item

1a) $G_c(z)$ próprio.

Em geral (1b), (1c) garantem a causalidade de $G_c(z)$

1b), 1c) Escolha do projetista

2a) Estabilidade de $G_{mf}(z)$

Se for adotada uma estrutura FIR para $G_{mf}(z)$ (o caso padrão), com todos os polos na origem, então estabilidade é garantida sem mais preocupações. Caso contrário (como no item (3c)), deve-se colocar estabilidade como requisito de projeto, por exemplo exigindo que os polos de $G_{mf}(z)$ situem-se no círculo unitário.

2b) Impedindo cancelamento de polos instáveis da planta $G_p(z)$

Suponha que a planta $G_p(z)$ possua um polo $z = \alpha$ fora do círculo, ou seja

$$G_p(z) = \frac{G_1(z)}{(z-\alpha)}$$

OBS: $G_1(z)$ não possui nenhum termo que cancele $(z-\alpha)$

daí $$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G_c G_p(z)}{1 + G_c G_p(z)} = \frac{G_c(z)\frac{G_1(z)}{(z-\alpha)}}{1 + G_c(z)\frac{G_1(z)}{(z-\alpha)}} = G_{mf}(z) \qquad (***)$$

A condição exigida é que os zeros de $G_c(z)$ não cancelem o termo $(z-\alpha)$, portanto

$$1 - G_{mf}(z) = \frac{1 + \frac{G_c G_1(z)}{(z-\alpha)}}{1 + \frac{G_c G_1(z)}{(z-\alpha)}} - \frac{\frac{G_c G_1(z)}{(z-\alpha)}}{1 + \frac{G_c G_1(z)}{(z-\alpha)}} = \frac{1}{1 + G_c(z)\frac{G_1(z)}{(z-\alpha)}} = \frac{z-\alpha}{(z-\alpha) + G_c(z) G_1(z)}$$

Ou seja $1 - G_{mf}(z)$ deve ter um zero em $z = \alpha$

OBS$_1$: Note de (***) que, salvo cancelamentos, os zeros de $G_p(z)$ (ou de $G_1(z)$) são zeros de $G_{mf}(z)$ também (veja (**))

OBS$_2$: O mesmo argumento, feito para um polo simples, pode ser estendido para polos múltiplos.

Conclusão: Polos instáveis de $G_p(z)$ devem ser incluídos como zeros de $1 - G_{mf}(z)$ para que não haja cancelamento.

Importante: Outros polos que não se deseje cancelar (e.g. polos estáveis, mas muito próximos da região de instabilidade) também podem ser incluídos como zeros de $1 - G_{mf}(z)$

2c) Impedindo cancelamento de zeros de fase não-mínima da planta $G_p(z)$

Suponha que a planta $G_p(z)$ possua um zero $z=\beta$ fora do círculo unitário, ou seja

$G_p(z) = (z-\beta)\,G_2(z)$

OBS: $G_2(z)$ não possui nenhum termo que cancele $(z-\beta)$

daí $$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G_c(z)\,G_2(z)\,(z-\beta)}{1+G_c(z)\,G_2(z)\,(z-\beta)} = G_{mf}(z)$$

A condição exigida é que os polos de $G_c(z)$ não cancelem o termo $(z-\beta)$, portanto $G_{mf}(z)$ deve ter um zero em $z=\beta$

OBS: O mesmo argumento pode ser estendido para zeros múltiplos ou conjuntos de zeros e polos

Conclusão: Zeros de fase não-mínima de $G_p(z)$ devem ser incluídos como zeros em $G_{mf}(z)$ para que não haja cancelamento.

Importante: Outros zeros que não se deseje cancelar também podem ser incluídos nos zeros de $G_{mf}(z)$

3a) Garantindo tempo de acomodação finito.

Isto é garantido pela estrutura FIR adotada.

OBS: Somente a estrutura FIR é capaz de garantir este requisito. Nenhuma outra estrutura produz tempo finito para acomodação, nesses casos seria necessário mudar os requisitos de projeto.

36) Especificando erros de regime

i) Características de sistemas tipo 1.

Em sistemas tipo 1: erro estacionário ao degrau nulo.

erro estacionário à rampa finito. ($1/K_v$)

Lembrando que $E(z) = R(z) - Y(z) = R(z) - G_{mf}(z)R(z) = [1 - G_{mf}(z)]R(z)$

Temos

Degrau: $e_{ss} = \lim_{z\to 1} (z-1)\frac{1}{(z-1)}(1 - G_{mf}(z)) = 0 \Rightarrow (1 - G_{mf}(z))\Big|_{z=1} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow G_{mf}(1) = 1$.

Rampa: $e_{ss} = \lim_{z\to 1} (z-1)\frac{Tz}{(z-1)^2}(1 - G_{mf}(z)) = \frac{1}{K_v} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lim_{z\to 1} \frac{T}{(z-1)}(1 - G_{mf}(z)) = \frac{1}{K_v}$; obs: $1 - G_{mf}(1) = 0$!

Usando L'hôpital : $-T\frac{d\,G_{mf}(z)}{dz}\Big|_{z=1} = \frac{1}{K_v}$

ii) Características de sistemas tipo 2

Pode-se mostrar que

erro ao degrau nulo: $G_{mf}(1) = 1$

erro à rampa nulo: $\frac{d\,G_{mf}(z)}{dz}\Big|_{z=1} = 0$

iii) E assim por diante ...

3c) Outros requisitos.

Sendo atendidos os requisitos de causalidade, é possível tentar ajustar o desempenho de $G_{mf}(z)$, por exemplo escolhendo-se os polos de $G_{mf}(z)$ ou impondo um polinômio característico como $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$ (em sua versão discreta)

OBS₁: Ao se impor uma estrutura diferente da FIR, não se pode mais garantir tempo de acomodação finito

OBS₂: A estabilidade de $G_{mf}(z)$ já não é mais intrinsecamente garantida e tem que ser colocada explicitamente no projeto (a alocação de polos do exemplo já contempla estabilidade, mas outros requisitos podem não contemplar).

Exemplo (Bittar · Moura Sales · Castrucci)

Controlar a planta $G_p(s) = \dfrac{e^{-2s}}{(s+1)}$ com $T = 1s$. Os requisitos são: tempo de acomodação mínimo e erro ao degrau nulo.

Primeiro passo: discretizar a planta:

$$G_p(z) = (1-z^{-1})\,\mathcal{Z}\left[\frac{G_p(s)}{s}\right] = (1-z^{-1})\,\mathcal{Z}\left[\frac{e^{-2s}}{(s+1)s}\right] = (1-z^{-1})z^{-2}\,\mathcal{Z}\left[\frac{1}{s(s+1)}\right] = \ldots$$

$$\ldots \Rightarrow G_p(z) = \frac{0{,}6321}{z^3 - 0{,}3679z^2} = \frac{0{,}6321z^{-3}}{1-0{,}3679z^{-1}} = 0{,}6321z^{-3} + 0{,}2325z^{-4} + \ldots$$

Segundo passo: escolher a estrutura de $G_{mf}(z)$

$$G_{mf}(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4} + \ldots + a_N z^{N}$$

Terceiro passo: projetar o controle

Vamos às condições

1a) ok. (intrinsecamente)

1b) devemos ter $G_{mf}(z) = a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4} + \dots + a_N z^{-N}$

1c) A planta é de 3ª ordem, logo $N \geq 3$ (ainda não precisamos determinar N)

2a) ok (intrinsecamente)

2b) $G_p(z)$ não tem polos instáveis (os polos são $0; 0; 0{,}3679$)

2c) $G_p(z)$ não tem zeros

3a) tempo de acomodação finita

$G_{mf}(z)$ adotada tem tempo de acomodação igual a N passos, com $N \geq 3$; portanto para tempo mínimo adota-se $N = 3$

Assim: $G_{mf}(z) = a_3 z^{-3}$

3b) erro ao degrau nulo

Devemos ter $G_{mf}(1) = 1 \Rightarrow a_3 (1)^{-3} = 1 \Rightarrow a_3 = 1$

Portanto $G_{mf}(z) = z^{-3}$

3c) - não se aplica -

OBS: Caso tivessemos uma especificação diferente, como tempo de acomodação igual a 4, teríamos $G_{mf}(z) = a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}$ e $G_{mf}(z)$ não seria única.

Como $G_{mf}(z) = z^{-3}$, podemos calcular $G_c(z)$ a partir de (**)

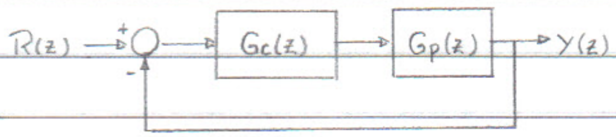
$$G_c(z) = \frac{1}{G_p(z)} \frac{G_{mf}(z)}{1 - G_{mf}(z)} \Rightarrow G_c(z) = \frac{(1 - 0{,}3679 z^{-1})}{0{,}6321 z^{-3}} \cdot \frac{z^{-3}}{(1 - z^{-3})} \Rightarrow$$

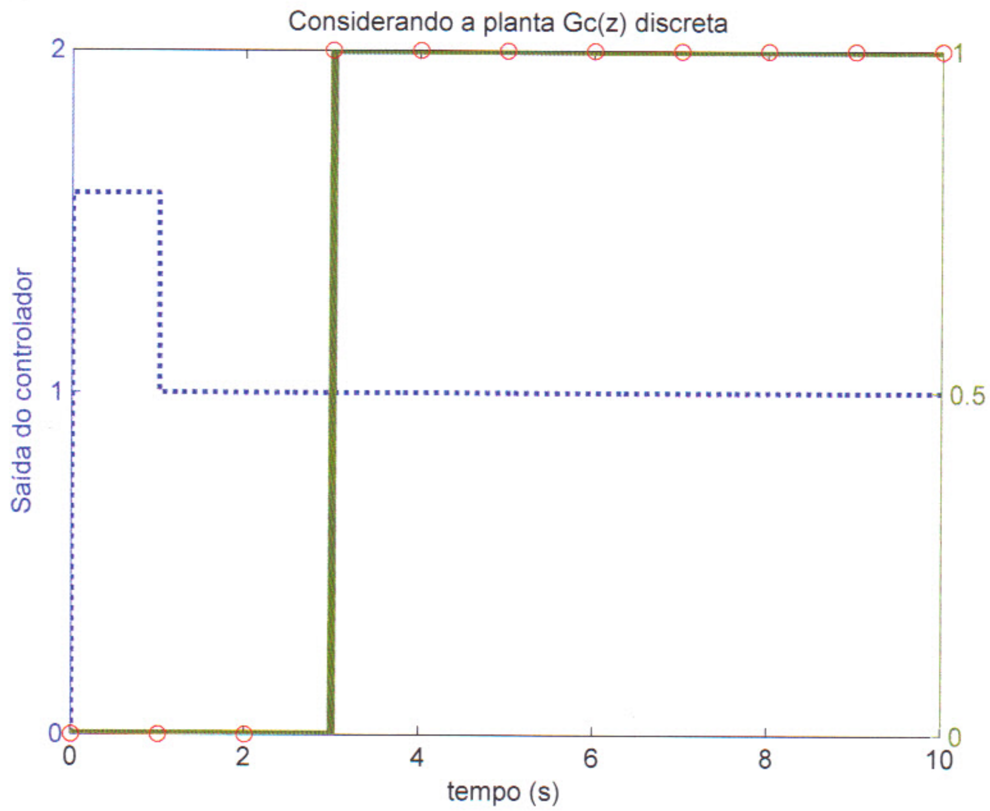
$$\Rightarrow G_c(z) = \frac{1{,}5820\,(1 - 0{,}3679\,z^{-1})}{(1 - z^{-3})} = \frac{1{,}5820\,(z^3 - 0{,}3679\,z^2)}{(z^3 - 1)}$$

equivalente à seguinte eq. diferenças:

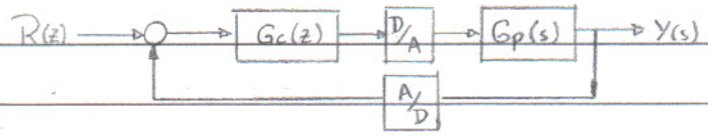
$$u(kT) = u((k-3)T) + 1{,}5820\,\big(e(kT) - 0{,}3679\,e((k-1)T)\big)$$

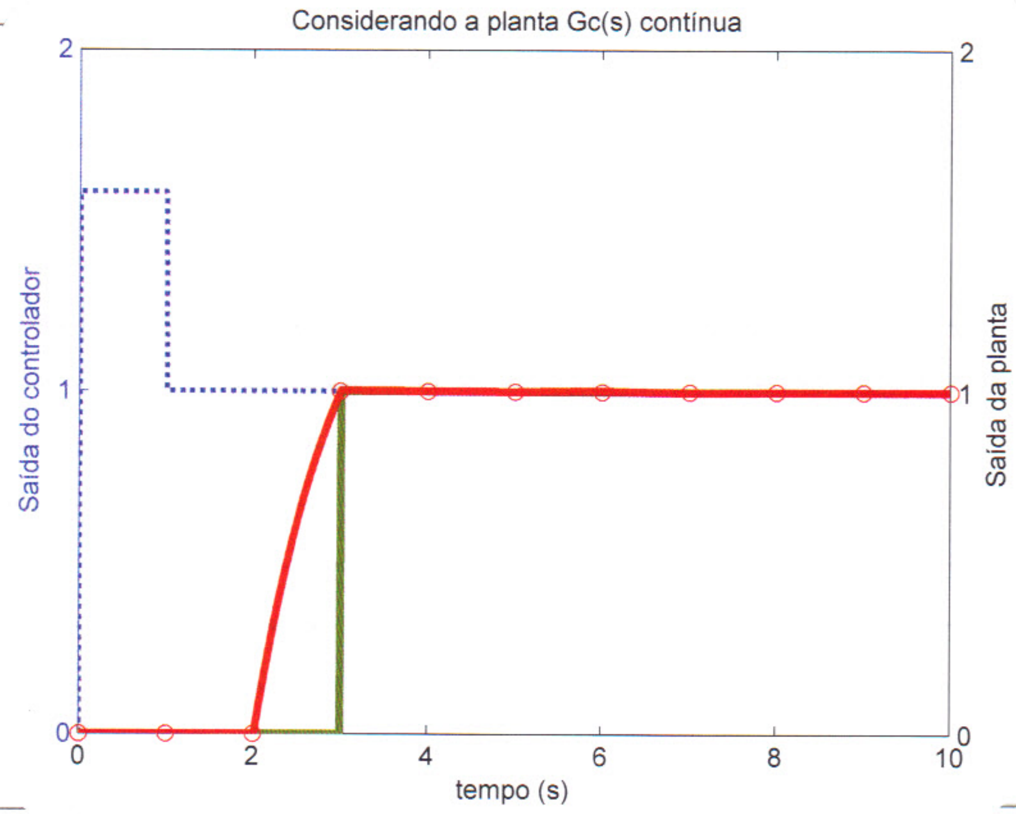
Simulando com a planta discreta





Simulando com a planta contínua (mais realista)





ver deadbeat0.m

Exemplo: (Franklin·Powell·Workman) - adaptação -

Seja a planta $G_p(s) = \dfrac{0{,}1}{s(s+0{,}1)}$. Deseja-se um controlador discreto ($T=1s$)

que deixe o sistema em malha fechada com o polinômio característico equivalente a (s^2+s+1), ou seja $\omega_n = 1$; $\xi = 0{,}5$. O sistema em malha fechada deve ser estável, com erro ao degrau nulo e erro à rampa $1/K_v$ com $K_v = 1$.

Primeiro passo:

Planta discretizada (zoh): $G_p(z) = \dfrac{0{,}048374\,(z+0{,}9672)}{(z-1)(z-0{,}9048)} =$

$= 0{,}0484 z^{-1} + 0{,}1389 z^{-2} + 0{,}2209 z^{-3} + \ldots$

Segundo passo:

Polinômio característico desejado: $(z^2 - 0{,}7859z + 0{,}36788)$

Importante: Em geral é necessário incluir polos adicionais em $z=0$ para garantir causalidade e outros requisitos.

Assim impomos

$$G_{mf}(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \ldots + a_N z^{-N}}{1 - 0{,}7859 z^{-1} + 0{,}3679 z^{-2}}$$

Terceiro passo:

1a) satisfeito, pelo menos a princípio

(1b) e (1c) devem garantir.

1b) devemos ter $a_0 = 0$ (a planta tem um atraso de 1 per. amostragem)

1c) A planta é de 2ª ordem, portanto $N \geq 2$

2a) ok. O pol. característico é estável e os polos adicionais (em $z=0$) também. Note que $G_{mf}(z)$ não é FIR.

MATÉRIA 100

DATA

2b) A planta não possui polos fora do circulo unitário (o polo em $z=1$ é ok)

2c) A planta não possui zeros fora do circulo unitário.

3a) Não se aplica

3b) Degrau: $G_{mf}(1) = 1 \Rightarrow \dfrac{a_1 + a_2 + \dots + a_N}{1 - 0{,}7859 - 0{,}3679} = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_N = 0{,}5820 \qquad (A)$$

Rampa: $-T \left.\dfrac{d G_{mf}(z)}{dz}\right|_{z=1} = \dfrac{1}{K_v} \Rightarrow \left.\dfrac{d G_{mf}(z)}{dz}\right|_{z=1} = -1$

fazendo as contas ...

$$\frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 0{,}05014}{0{,}5820} = 1 \qquad (B)$$

3c) embutido na estrutura

Projeto: Temos duas equações (A), (B) e N-1 incógnitas, portanto há infinitas soluções

Podemos arbitrar que resolveremos em a_1, a_2 e que assumiremos $a_3 = a_4 = \dots = a_N = 0$. Poderíamos arbitrar outras coisas, mas assim atingimos o regime mais rapidamente.

Daí $\begin{cases} a_1 + a_2 = 0{,}5820 \\ a_1 + 2a_2 = 0{,}5318 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a_1 = 0{,}6321 \\ a_2 = -0{,}05014 \end{array}$

Com isso $G_{mf}(z) = \dfrac{0{,}6321 z - 0{,}05014}{z^2 - 0{,}7859 z + 0{,}3679}$

e $G_c(z) = \dfrac{1}{G_p(z)} \cdot \dfrac{G_{mf}(z)}{1 - G_{mf}(z)} \Rightarrow$

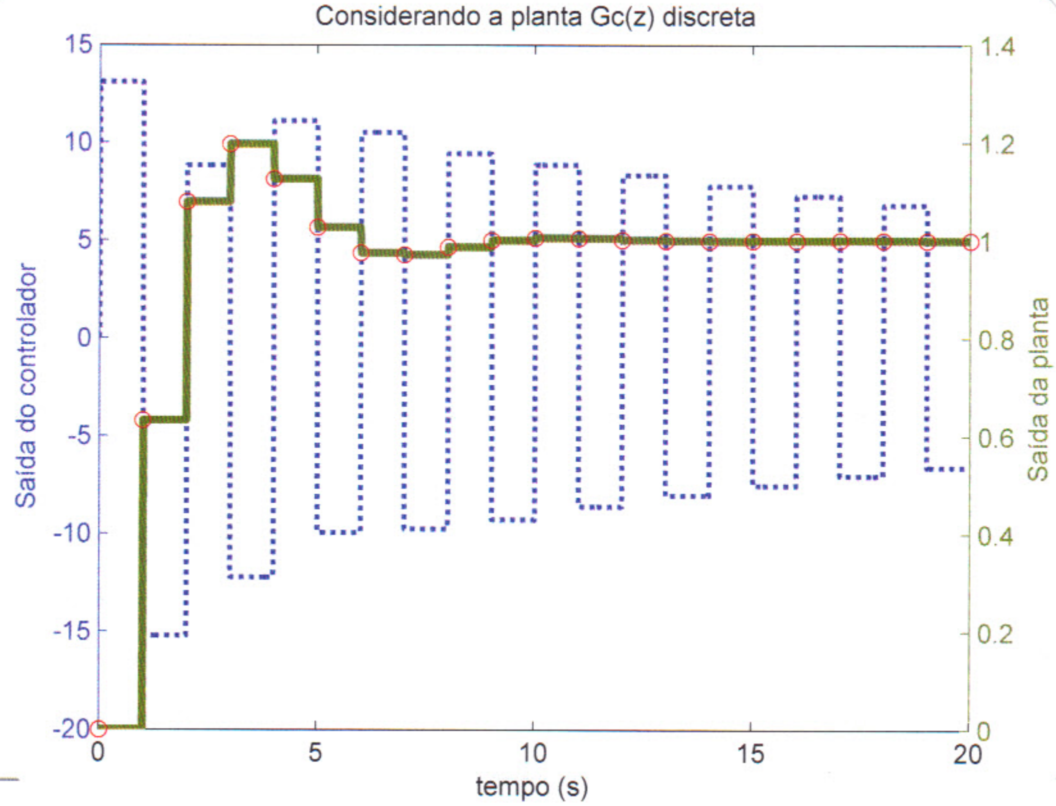
$$\Rightarrow G_c(z) = \frac{13{,}07 (z - 0{,}9048)(z - 0{,}07932)}{(z + 0{,}9672)(z - 0{,}4180)}$$

MATÉRIA 101

DATA

Analisando os resultados...

Simulando a planta discreta



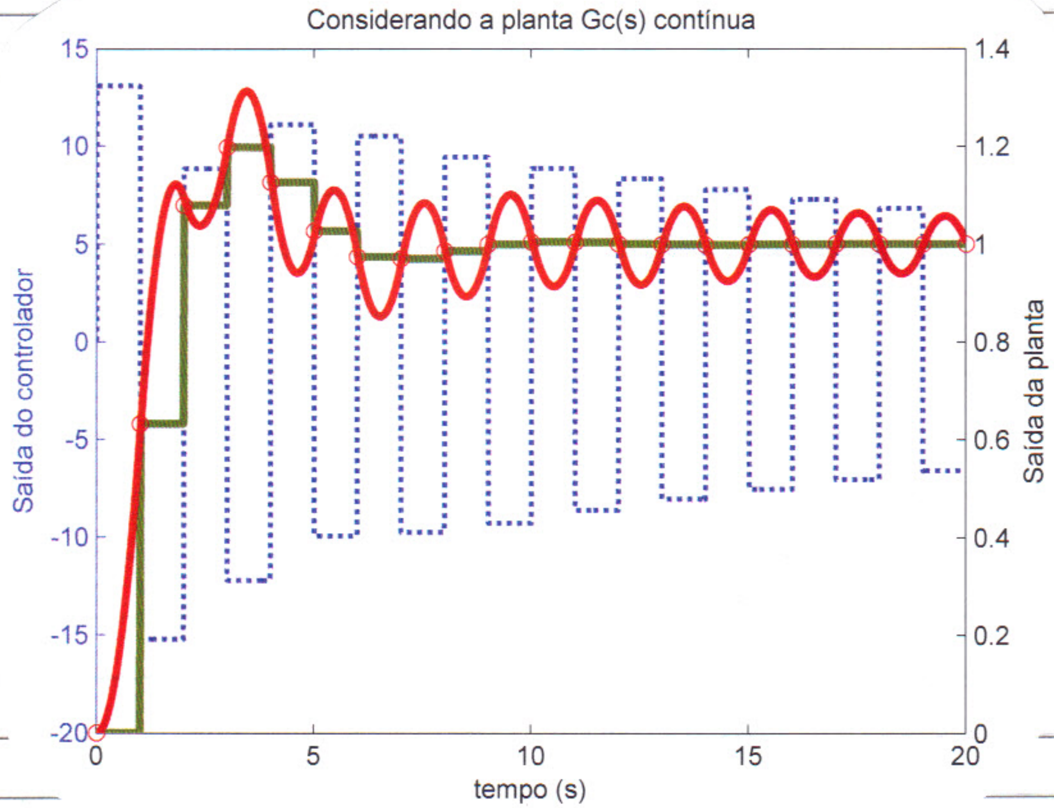
De fato, observando apenas o sistema discreto, o projeto foi bem sucedido, mas quando analisamos o comportamento da planta contínua, observamos ondulação entre os instantes de amostragem

OBS: Dá-se o nome "rippling" à ondulação.

MATÉRIA 102

DATA

Simulando a planta contínua



ver deadbeat1.m

Essa oscilação não pode ser entendida olhando-se apenas o sistema discreto (que não contempla o que ocorre para $t \neq kT$). Ela só pode ser entendida quando se considera que o controle é <u>discreto</u> e a planta é <u>contínua</u>.

O sinal $u(k)$ é extremamente oscilatório, o que deve ter um papel preponderante neste fenômeno. Por que isso ocorre?

MATÉRIA 103

DATA

Rippling

Vamos analisar o sinal $U(z)$

$$U(z) = G_c(z)\cdot E(z) \Rightarrow U(z) = G_c(z)\left[R(z) - Y(z)\right] \Rightarrow U(z) = G_c(z)\left[R(z) - G_p(z)\cdot U(z)\right]$$

$$\Rightarrow \frac{U(z)}{R(z)} = \frac{G_c(z)}{1 + G_c G_p(z)}$$

ou

$$\frac{U(z)}{R(z)} = \frac{G_{mf}(z)}{G_p(z)}$$

No caso do exemplo: $\frac{U(z)}{R(z)} = \frac{13{,}06\ (z-0{,}0793)}{z^2 - 0{,}7859z + 0{,}3679} \cdot \frac{(z-1)(z-0{,}9048)}{\boxed{(z+0{,}9672)}}$

este polo é altamente oscilatório!

O polo $z = -0{,}9672$ que causa oscilação em $u(k)$ é um polo de $G_c(z)$ que cancela um zero de $G_p(z)$. Como ocorre o cancelamento, não percebemos oscilação nenhuma em $y(k)$ (sistema discreto)

Porém, efetivamente controlamos $G_p(s)$ (que é contínua, e portanto não é exatamente igual a $G_p(z)$), o que causa "rippling".

Como resolver o problema? Não cancelar este zero da planta.

Já vimos como fazer isto no item (2c) do roteiro de projeto.

Exemplo: Refazendo o projeto.

Tinhamos:

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots = 0,5820 \quad (A)$

$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots = 0,5318 \quad (B)$

Queremos evitar o cancelamento do termo $(z + 0,9672)$ de $G_p(z)$. Para isso devemos impor que $z = -0,9672$ seja um zero de $G_{mf}(z)$, ou seja

$$G_{mf}(z)\Big|_{z=-0,9672} = 0 \Rightarrow \left.\frac{a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots}{1 - 0,7859 z^{-1} + 0,3679 z^{-2}}\right|_{z=-0,9672} = 0$$

$$\Rightarrow -1,0339 a_1 + 1,069 a_2 - 1,1052 a_3 + \dots = 0 \quad (C)$$

Temos então 3 equações: (A), (B), (C)

E N-1 incógnitas: $a_1, a_2, a_3, \dots$

Abordagem: Assumir que $a_4, a_5, a_6, \dots$ são nulas

Resolver em a_1, a_2, a_3.

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 0,5820 \\ a_1 + 2a_2 + 3a_3 = 0,5318 \\ -1,0339 a_1 + 1,069 a_2 - 1,1052 a_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a_1 &= 0,4668 \\ a_2 &= 0,2805 \\ a_3 &= -0,1654 \end{aligned}$$

Assim

$$G_{mf}(z) = \frac{0,4668 z^{-1} + 0,2805 z^{-2} - 0,1654 z^{-3}}{1 - 0,7859 z^{-1} + 0,3679 z^{-2}} \Rightarrow$$

MATÉRIA 105

DATA

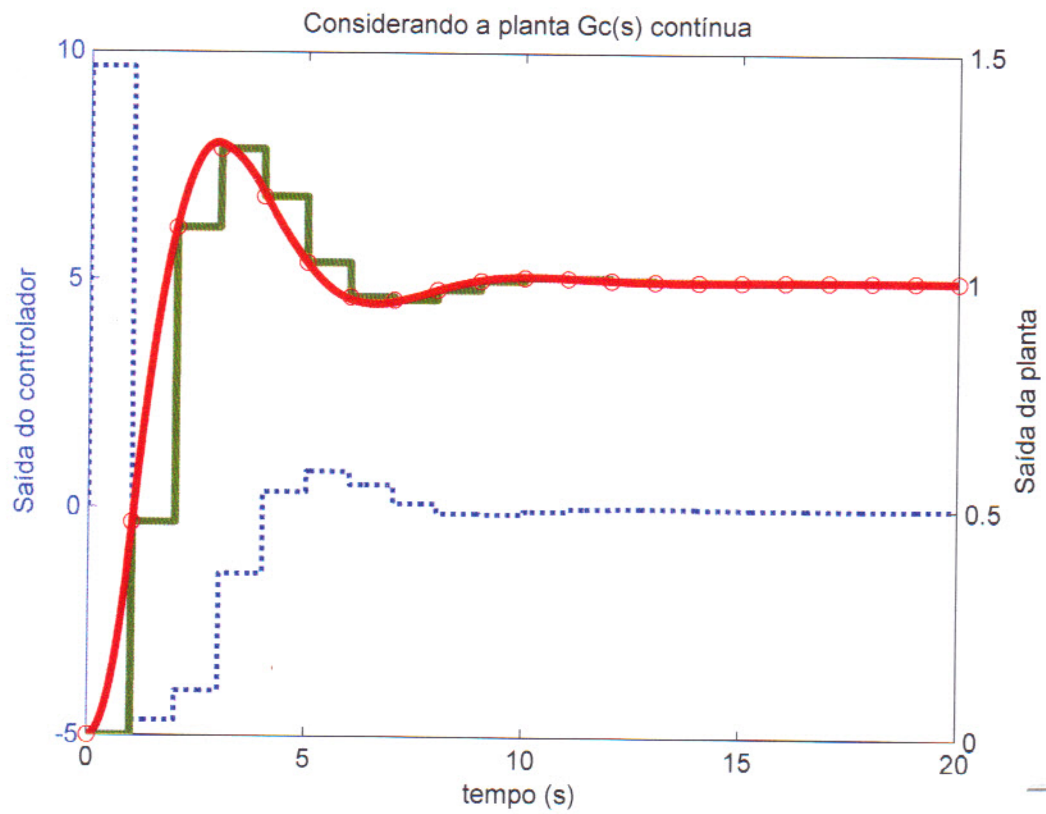
ou $Gmf(z) = \dfrac{0,4668\,z^2 + 0,2805\,z - 0,1654}{z^3 - 0,7859\,z^2 + 0,36792}$

Daí o controlador fica

$$Gc(z) = \frac{1}{Gp(z)} \cdot \frac{Gmf(z)}{1 - Gmf(z)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Gc(z) = \frac{20,6723\,\cancel{(z-1)}(z-0,9048)}{\cancel{(z+0,9672)}} \cdot \frac{0,4668\,\cancel{(z+0,9672)}(z-0,3663)}{\cancel{(z-1)}(z-0,5524)(z+0,2995)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Gc(z) = \frac{9,6498\,(z-0,9048)(z-0,3663)}{(z-0,5524)(z+0,2995)}$$



ver deadbeat2.m

Um deadbeat genérico

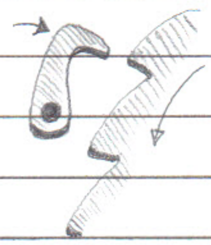
Se a planta $G_p(z)$ não tiver nem polos nem zeros fora do circulo unitário, podemos utilizar a função $G_{mf}(z)$ genérica dada por

$G_{mf}(z) = z^{-q}$; onde $q > 0$ é tal que o controlador $G_c(z)$ é causal, e apresenta erro zero p/ degrau.

OBS: Pode ocorrer "rippling" se os polos ou zeros de $G_p(z)$ forem desfavoráveis.

Comentários

i) O nome deadbeat vem da mecânica (esp. relojoaria)



É um dispositivo que trava o movimento de uma máquina (ou mostrador) sem oscilação.

ii) O projeto de controle é pouco criterioso. Todos os polos e zeros com cancelamento viável tendem a ser cancelados. Esse procedimento feito sem o devido cuidado pode levar a "rippling", falta de robustez, instabilidade, etc.

iii) Uma especificação rigorosa para $G_{mf}(z)$ pode levar a controladores com ganho excessivamente alto.

MATÉRIA 107

iv) Reduzir a frequência de amostragem tende a reduzir os ganhos dos controladores.

e.g. $G_{mf}(z) = z^{-1}$

p/ $T = 0{,}1$ s significa "travar" a resposta do sistema em 0,1 s.

p/ $T = 1$s, "trava-se" a resposta em 1 s.
(um controlador menos agressivo dá conta)

v) Uma boa abordagem para a escolha de T é usar o menor valor que não gera amplitudes exageradas na saída do controle.