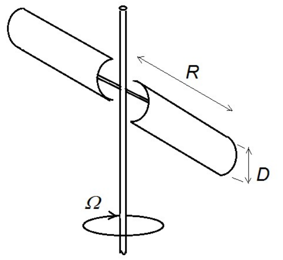
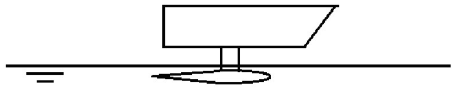
1ª Questão (2,5 pontos) Um misturador rotativo consiste em dois semitubos de comprimento R girando em torno de um braço central. Se o coeficiente de arrasto da parte côncava de um semitubo é dado por C_D, e o diâmetro é D, obtenha uma expressão para a potência $\dot{W}$ necessária para girar o misturador com velocidade angular Ω em fluido de massa específica ρ.

Dado: $F_x = \frac{1}{2}\rho U^2 A C_D$



Problema 1



Problema 2

2ª Questão (2,5 pontos): Um barco com peso mg é suportado por um hidrofólio simétrico (sem arqueamento) de razão de aspecto RA e área planiforme A_p. O coeficiente de arrasto para razão de aspecto infinita do perfil do hidrofólio é $C_{D\infty}$. Considere que o barco navega em cruzeiro numa condição tal que $C_D = 2C_{D\infty}$, através de água de massa específica ρ. Supondo que as forças de arrasto e sustentação se devem só ao hidrofólio, obtenha expressões para a velocidade de cruzeiro U_{cr} e ângulo de ataque de cruzeiro α_{cr} (em radianos) em função de m, g, RA, A_p, $C_{D\infty}$ e ρ. Dados:

$D = \frac{1}{2}\rho U^2 C_D A_p$; *D é* a força de arrasto (Drag) $L = \frac{1}{2}\rho U^2 C_L A_p$; L é a força de sustentação (Lift)

$C_D = C_{D\infty} + \frac{C_L^2}{\pi\, RA}$ (C_D é o coeficiente de arrasto)

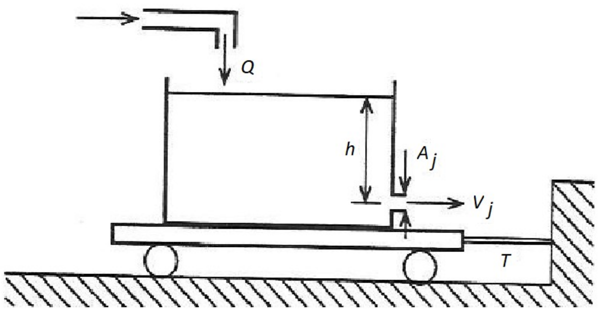
$C_L = \frac{2\pi(\alpha+\beta)}{1+\frac{2}{RA}}$ onde $\beta = arctg\frac{2h}{c}$, h é o arqueamento (cambagem) máximo e c é a corda.

Nesta última expressão, α e β estão em radianos. C_L é o coeficiente de sustentação.

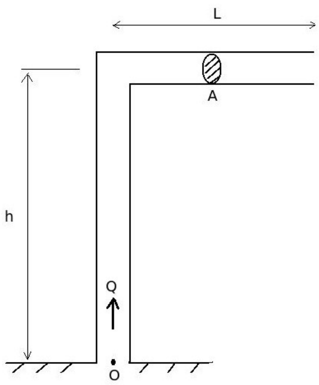
$RA = \frac{b}{\bar{c}} = \frac{b^2}{A_p}$ onde b é a envergadura, A_p é a área planiforme e $\bar{c}$ é a corda média.

3ª Questão (2,5 pontos): Um tanque foi colocado sobre um carrinho. O tanque possui um orifício de área A_j por onde sai um jato de velocidade V_j. O nível do tanque é mantido constante numa altura h acima do orifício através do fornecimento de uma vazão Q. O carrinho é mantido imóvel por um cabo que sofre uma tensão T. O atrito nas rodas é desprezível. Determine a tensão T como função de g, h, ρ e A_j.

Dados: $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho \vec{v}\, d\forall + \int_{SC} \vec{v}\,\rho\vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$ $\quad \frac{\partial m_{\forall C}}{\partial t} + \int_{SC} \rho\vec{v}\cdot\vec{n}\, dS = 0$ $\quad \frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = const$



Problema 3



Problema 4

4ª Questão (2,5 pontos): Fluido de massa específica ρ entra verticalmente pelo conduto em O e é expelido para a atmosfera após passar pelo trecho horizontal de comprimento L e área de seção A. Considerando regime permanente e desprezando efeitos gravitacionais, obtenha a expressão do momento causado pelo escoamento sobre o conduto em relação ao pólo O como função dos demais parâmetros do problema.

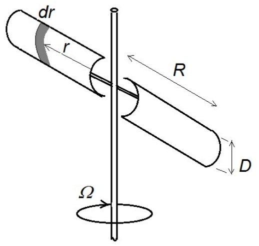
Dado: $\sum \vec{M}_{ext} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho\, \vec{r} \wedge \vec{v}\, d\forall + \int_{SC} \vec{r} \wedge \vec{v}\,\rho\vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$

Gabarito

1ª Questão:

Um elemento *dr* em um raio *r* ao longo de um dos braços sofre um arrasto:

$$dF = C_D \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 D\, dr$$



Para os dois braços, esse arrasto gera um torque:

$$T = \int_0^R C_D \rho \Omega^2 D r^3\, dr = C_D \rho \Omega^2 D \frac{R^4}{4}$$

e a potência será:

$$\boxed{\dot{W} = T \times \Omega = C_D \rho \Omega^3 D \frac{R^4}{4}}$$

2ª Questão:

a)Em cruzeiro, temos C_D=2$C_{D\infty}$. Da expressão do coeficiente de arrasto:

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{C_L^2}{\pi\, RA} = 2C_{D\infty} \quad \text{logo} \quad C_L = \sqrt{\pi\, RA\, C_{D\infty}} \text{ na condição de cruzeiro.}$$

Lembrando que se não há arqueamento (β = 0) vamos ter, da expressão do coeficiente de sustentação:

$$C_L = \frac{2\pi\, \alpha_{cr}}{1 + \frac{2}{RA}} = \sqrt{\pi\, RA\, C_{D\infty}}$$

Dessa expressão obtemos o ângulo de ataque em cruzeiro:

$$\boxed{\alpha_{cr} = \frac{1}{2} \cdot \pi^{-\frac{1}{2}} \cdot (RA + 2) \cdot RA^{-\frac{1}{2}} \cdot C_{D\infty}^{\frac{1}{2}}}$$

Lembrando que a força de sustentação tem que equilibrar o peso:

$$mg = \frac{1}{2} \rho U^2 C_L A_p$$

Na condição de cruzeiro, onde $C_L = \sqrt{\pi\, RA\, C_{D\infty}}$:

$$mg = \frac{1}{2} \rho U_{cr}{}^2 (\pi\, RA\, C_{D\infty})^{\frac{1}{2}} A_p$$

Dessa expressão obtemos a velocidade de cruzeiro:

$$\boxed{U_{cr} = \left(\frac{2mg}{\rho A_p}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\pi R A C_{D\infty}\right)^{-\frac{1}{4}}}$$

3ª Questão (2,5 pontos):

Considerando regime permanente a um volume de controle ao redor do tanque, o único fluxo de quantidade de movimento na direção horizontal ocorre no jato:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \underbrace{\frac{d}{dt}\int_{\forall C} \rho \vec{\upsilon}\, d\forall}_{0} + \int_{SC} \vec{\upsilon}\, \rho \vec{\upsilon} \cdot \vec{n}\, dS \Rightarrow \sum F_x = \int_{SC} \upsilon_x\, \rho \vec{\upsilon} \cdot \vec{n}\, dS = \rho V_j^2 A_j\, \vec{e}_x$$

Essa é a força exercida pelas paredes do tanque sobre o fluido e, consequentemente, é a tensão *T*.

A velocidade do jato é dada pela aplicação da equação de Bernoulli entre o orifício e a superfície livre do tanque:

$\frac{V_j^2}{2} + \frac{p_{atm}}{\rho} = \frac{p_{atm}}{\rho} + gh$, logo: $V_j^2 = 2gh$

Assim, a tensão fica:

$$\boxed{T = 2gh\,\rho\, A_j}$$

4ª Questão (2,5 pontos):

Considerando regime permanente, o único fluxo a causar momento em relação a O é o fluxo da descarga para a atmosfera:

$$\sum \vec{M}_{ext} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho \vec{r} \wedge \vec{\upsilon}\, d\forall}_{0} + \int_{SC} \vec{r} \wedge \vec{\upsilon}\, \rho \vec{\upsilon} \cdot \vec{n}\, dS = \left[(L\vec{e}_x + h\vec{e}_y) \wedge \frac{Q}{A}\vec{e}_x\right]\rho Q = -\rho \frac{Q^2}{A} h\, \vec{e}_z$$

Esse é o momento das forças externas sobre o fluido. Como não há efeitos gravitacionais e a pressão na descarga é atmosférica, os únicos momentos externos agindo sobre o fluido são devidos às forças de contato na parede do conduto. Assim, por ação e reação, o momento em O é:

$$\boxed{\vec{M}_o = \rho \frac{Q^2}{A} h\, \vec{e}_z}$$