

Mecânica dos Fluidos II (PME 2330)
Terceira Prova - 2015

1. (5 pontos) Considere o escoamento não viscoso em torno de um semicorpo de Rankine. O semicorpo é utilizado como um tubo de Pitot, onde a tomada de pressão de estagnação se encontra no nariz (ponto S, localizado a uma distância a da fonte) e a tomada de pressão estática se encontra em alguma posição na superfície superior (ponto E), como mostrado na figura. Nestas condições:

- a) Demonstre que a potência da fonte m para criar o nariz do semicorpo na distância a resulta $m = U_\infty a$.
- b) Demonstre que o raio correspondente à superfície superior pode ser determinado de maneira paramétrica

como $\frac{r}{a} = \frac{\pi - \theta}{\sin \theta}$.

- c) Demonstre que as distribuições de velocidade e do coeficiente de pressão na superfície superior resultam

$$\frac{U}{U_\infty} = \left[1 + 2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} \right]^{1/2} ; \quad C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = - \left[2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} \right]$$

- d) O erro na determinação da velocidade da corrente livre dependerá da localização da tomada de pressão estática. Demonstre que esse erro é nulo (isto é, a velocidade local é U_∞) para $\tan \theta = -2(\pi - \theta)$. Esse

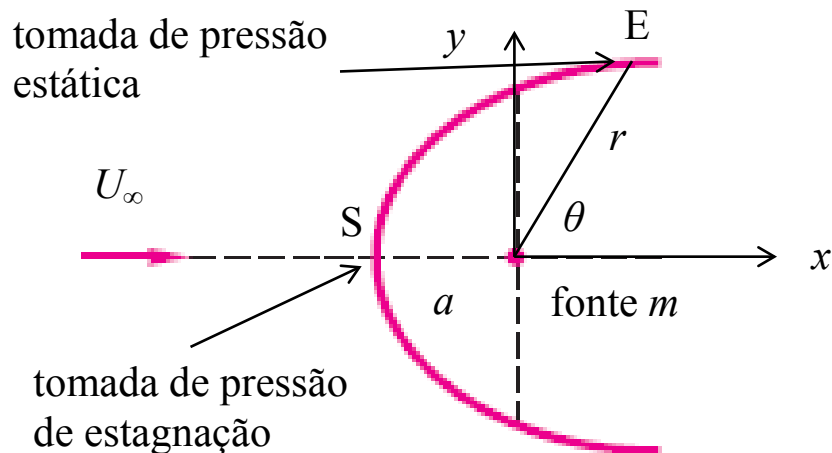
ângulo é maior ou menor que $\frac{\pi}{2}$?

- e) Supondo que a tomada de pressão estática está localizada na vertical (na interseção do eixo y e a

superfície superior), demonstre que erro relativo resulta $\varepsilon = \frac{U_E - U_\infty}{U_\infty} = \left(1 + \frac{4}{\pi^2} \right)^{1/2} - 1$.

Função corrente para uma corrente uniforme, uma fonte na origem, velocidades e Bernoulli:

$$\psi = U_\infty r \sin \theta ; \quad \psi = m \theta ; \quad v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} ; \quad v_\theta = - \frac{\partial \psi}{\partial r} ; \quad p + \frac{1}{2} \rho U^2 = \text{cte}$$

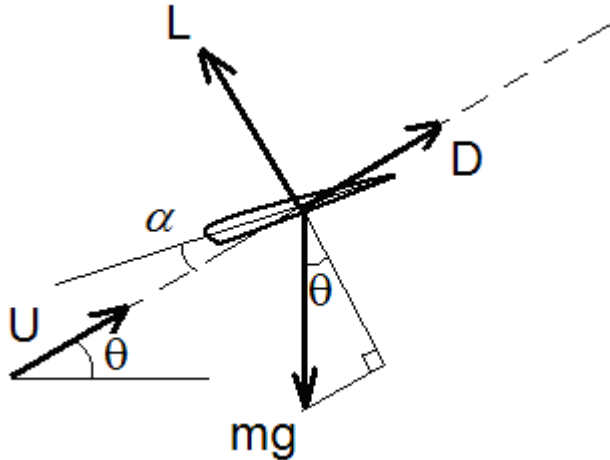


2. (2 pontos) (Adaptado de F. M. White, “Fluid Mechanics”, 5ª Edição, Ed. McGraw Hill): Você está pilotando seu avião sobre o oceano. Subitamente ocorre uma perda completa de potência dos motores a 5.000m de altitude ($\rho = 0,74 \text{ kg/m}^3$). Considerando que o avião tem uma asa com razão de aspecto $RA=5$, coeficiente de arrasto para razão de aspecto infinita $C_{D\infty}=0,025$ e aerofólio simétrico, estime:

a) A máxima distância que a aeronave poderá planar.

b) Qual o ângulo de ataque que deve ser mantido com a direção de deslocamento?

Lembre-se que a máxima relação C_L/C_D de uma asa ocorre para $C_D=2 C_{D\infty}$.



3. (3 pontos) Um barco com massa $m=800 \text{ kg}$ é suportado por um hidrofólio retangular com razão de aspecto 4 e arqueamento $h/c = 0,025$. Por meio de um sistema de controle, o ângulo de ataque α é ajustado para as diferentes condições de operação. Se o barco navega a uma velocidade $U_\infty = 7 \text{ m/s}$, $\alpha = 5^\circ$ e supondo que as forças de arrasto e sustentação se devam só ao aerofólio, avalie:

a) O comprimento da corda c .

b) A potência efetiva em cavalos (HP) requerida se o coeficiente de arrasto para razão de aspecto infinita resulta $C_{D\infty} = 0,014$.

c) Se o barco for reequipado com um motor que fornece uma potência efetiva de $\dot{W} = 20 \text{ HP}$ para a água, calcule a velocidade máxima. (2 pontos)

Admita para os cálculos que a massa específica $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e $1 \text{ HP} = 746 \text{ W}$.

Formulário

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 C_D A_p \quad L = \frac{1}{2} \rho U^2 C_L A_p \quad C_D = C_{D\infty} + C_{Di} = C_{D\infty} + \frac{C_L^2}{\pi RA} \quad (C_{Di} \rightarrow \text{coeficiente de arrasto induzido})$$

$$C_L = \frac{2\pi \sin(\alpha + \beta)}{1 + \frac{2}{RA}} \quad \text{onde } \beta = \arctg \frac{2h}{c}, \quad h \text{ é o arqueamento (cambagem) máximo e } c \text{ é a corda.}$$

$$RA = \frac{b}{\bar{c}} = \frac{b^2}{A_p} \quad \text{onde } b \text{ é a envergadura, } A_p \text{ é a área planiforme e } \bar{c} \text{ é a corda média.}$$

Solução:

1. (5 pontos)

a) A função corrente resulta a soma da corrente uniforme mais a fonte: $\psi = U_\infty r \sin \theta + m \theta$.

O campo de velocidade resulta $v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = U_\infty \cos \theta + \frac{m}{r}$; $v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -U_\infty \sin \theta$

No nariz ($r = a, \theta = \pi$), $v_\theta(a, \pi) = 0$ e $v_r(a, \pi) = -U_\infty + \frac{m}{a}$; a condição de estagnação no nariz acontece para $v_r(a, \pi) = 0 \Rightarrow m = U_\infty a$.

b) A função corrente na superfície superior vale $\psi = m \pi = U_\infty r \sin \theta + m \theta$, de maneira que

$U_\infty r \sin \theta - m(\pi - \theta) = 0$ na superfície superior. Substituindo m do item anterior, resulta que $\frac{r}{a} = \frac{\pi - \theta}{\sin \theta}$.

c) Substituindo m e $\frac{r}{a}$, a distribuição de velocidade na superfície resulta $v_r = U_\infty \left(\cos \theta + \frac{\sin \theta}{\pi - \theta} \right)$ e

$v_\theta = -U_\infty \sin \theta$. A velocidade resulta:

$$U = [v_r^2 + v_\theta^2]^{1/2} = U_\infty \left[\cos^2 \theta + 2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} + \sin^2 \theta \right]^{1/2} = U_\infty \left[1 + 2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} \right]^{1/2}$$

$$\frac{U}{U_\infty} = \left[1 + 2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} \right]^{1/2}$$

De Bernoulli,

$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 = p + \frac{1}{2} \rho U^2 \Rightarrow C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{U}{U_\infty} \right)^2 = 1 - \left[1 + 2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} \right]$$

$$C_p = - \left[2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} \right]$$

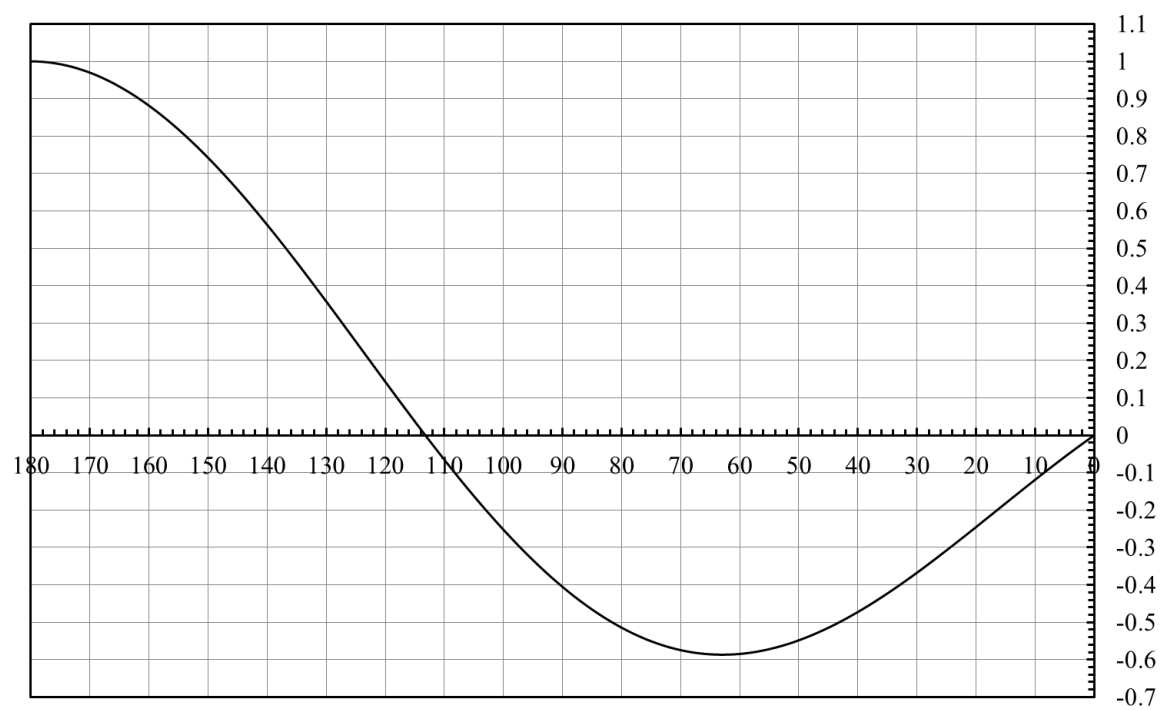
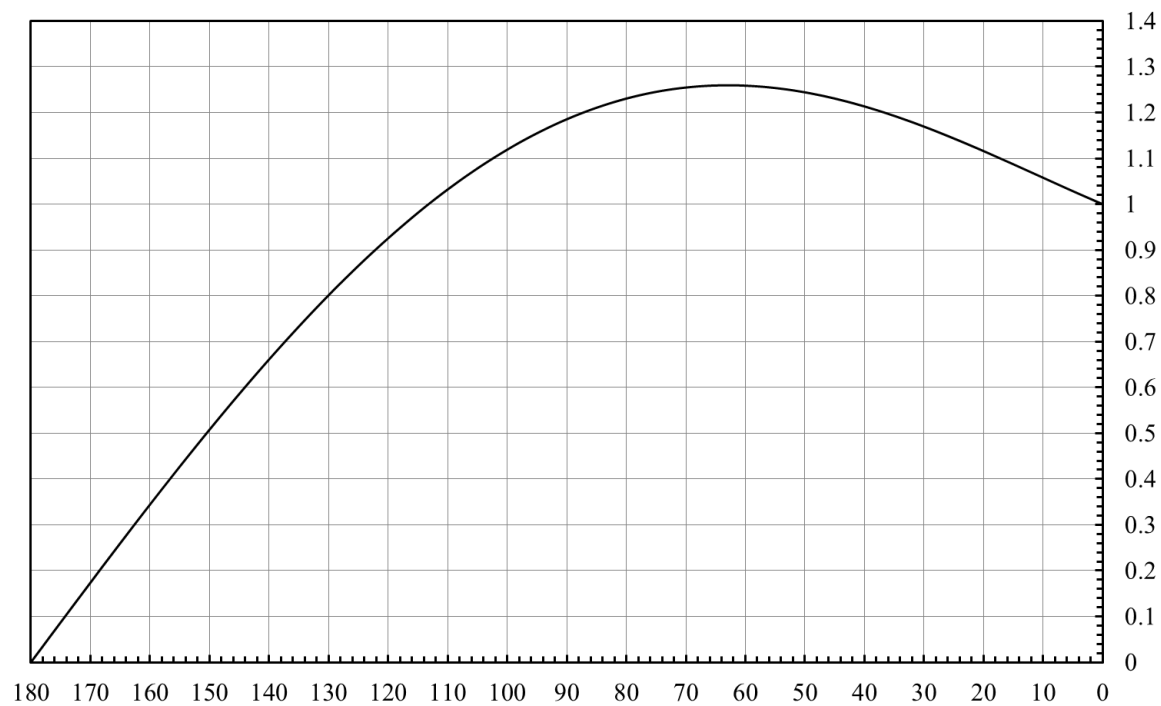
d) Para que $U = U_\infty$, deve ser $2 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\pi - \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{(\pi - \theta)^2} = 0$; multiplicando por $\frac{\pi - \theta}{\sin \theta \cos \theta} \neq 0$, resulta

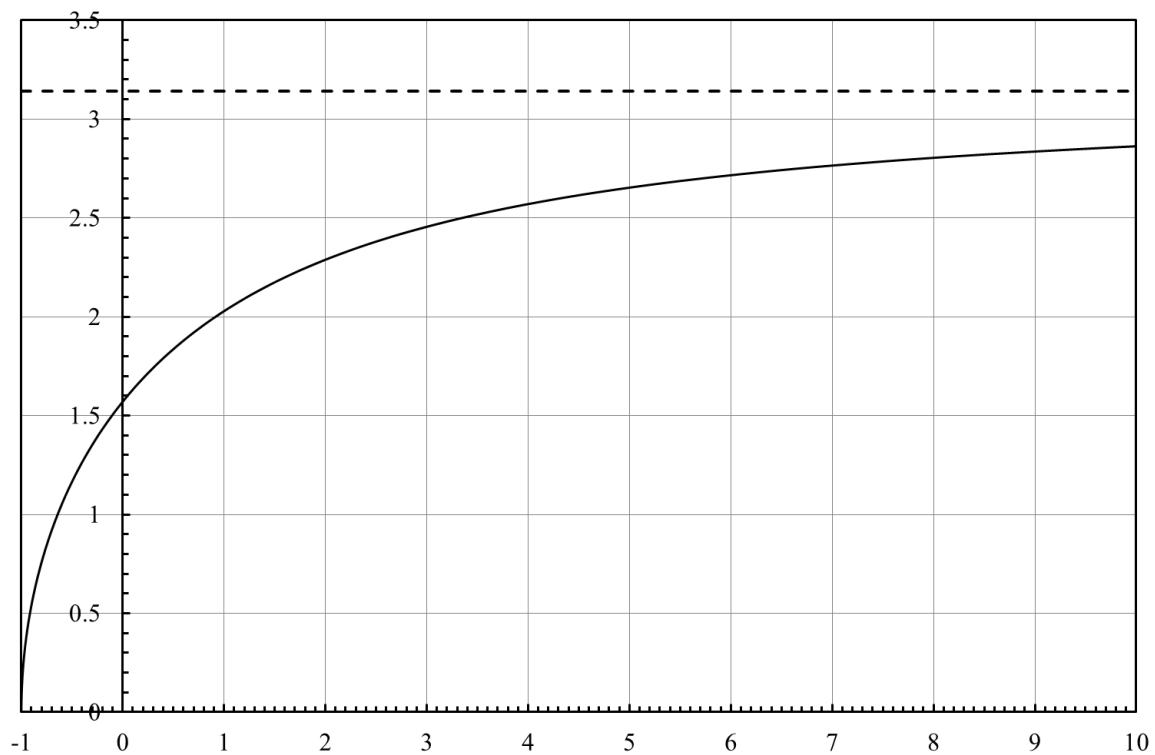
$$\tan \theta = -2(\pi - \theta)$$

e) Para a tomada de pressão estática na vertical ($\theta = \frac{\pi}{2}$), resulta $\frac{U_E}{U_\infty} = \left[1 + \frac{4}{\pi^2} \right]^{1/2}$, da onde:

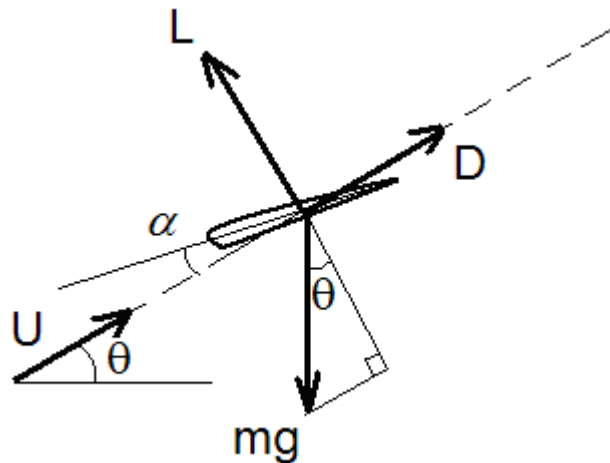
$$\varepsilon = \frac{U_E}{U_\infty} - 1 = \left(1 + \frac{4}{\pi^2} \right)^{1/2} - 1$$

Alguns gráficos: $U/U_\infty(\theta)$, $C_p(\theta)$ (θ em graus) e posição adimensional do corpo $y/a = f(x/a)$.





2. (3 pontos)



Como visto em sala de aula, o ângulo de planeio é tal que:

$$D = mg \sin \theta \quad \text{e} \quad L = mg \cos \theta$$

Resulta portanto que:

$$\tan \theta = \frac{D}{L}$$

Assim, para minimizar θ , a aeronave tem que planar na condição em que a relação $L/D = C_L/C_D$ é máxima. Isso ocorre para:

$$C_D = 2C_{Di} \quad \text{ou} \quad C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi RA} = C_{D\infty}$$

Com os dados, calculamos:

$$C_D = 2 \times 0,025 = 0,05 \quad \text{e} \quad \frac{C_L^2}{\pi \times 5} = 0,025 \quad \text{que resulta } C_L = 0,63.$$

Assim, a máxima relação C_L / C_D é igual a 12,6. O ângulo θ mínimo ocorre para:

$$\tan \theta = \frac{1}{12,6} \quad \text{o que resulta } \theta \cong 4,6^\circ. \quad \text{Com esse ângulo, calculamos a distância percorrida a partir de 5.000 m:}$$

$$\tan 4,6^\circ = \frac{1}{12,6} = \frac{5.000}{L} \quad \text{que resulta uma distância } \boxed{L = 63 \text{ km}}$$

O ângulo de ataque a ser mantido, lembrando que a asa é simétrica ($\beta = 0$), pode ser calculado de:

$$C_L = \frac{2\pi \sin(\alpha + \beta)}{1 + \frac{2}{RA}} \Rightarrow 0,63 = \frac{2\pi \sin \alpha}{1 + 0,4} \quad \text{que resulta } \boxed{\alpha \cong 8,1^\circ}$$

3. (2 Pontos)

a) No caso, temos $\alpha = 5^\circ$ e $\beta = \arctg(0,05) = 2,86^\circ$. Logo:

$$C_L = \frac{2\pi \times \sin(7,86)}{1 + \frac{2}{4}} = 0,57$$

Com esse resultado:

$$800 \times 9,81 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 7^2 \times 0,57 \times \text{Área} \Rightarrow \text{Área} = 0,56 \text{ m}^2$$

Da razão de aspecto:

$$4 = \frac{b^2}{0,56} \Rightarrow b = 1,5 \text{ m} \quad \underline{c = 0,375 \text{ m}}$$

b) O coeficiente de arrasto induzido é dado por:

$$C_{Di} = \frac{0,57^2}{\pi \times 4} = 0,026$$

O coeficiente de arrasto total é dado por :

$$C_D = C_{Di} + C_{D\infty} = 0,04$$

A potência é dada por:

$$\dot{W} = D \times U = \frac{1}{2} \rho U^3 A C_D = \frac{1}{2} \times 1000 \times 7^3 \times 0,56 \times 0,04 = \underline{3842W} = \underline{5,15Hp}$$

c) A nova velocidade resultará da solução de duas equações:

$$\dot{W} = \frac{1}{2} \rho U^3 A \left(C_{D\infty} + \frac{C_L^2}{\pi R A} \right) \quad (1) \quad \text{e} \quad mg = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_L \quad (2)$$

Substituindo os dados do problema:

$$53,3 = U^3 \left(0,014 + \frac{C_L^2}{12,57} \right) \quad (1) \quad \text{e} \quad 28 = U^2 C_L \quad (2)$$

Resolvendo para U e C_L , resulta:

$$\underline{U=15,2 \text{ m/s}} \quad \text{e} \quad C_L = 0,12$$