

AGA 293

16 - Remanescentes degenerados de Estrelas

Anãs brancas; matéria degenerada
até 16,5 (Próxima aula 16,6 →)

Jorge Meléndez

A descoberta de Sirius B

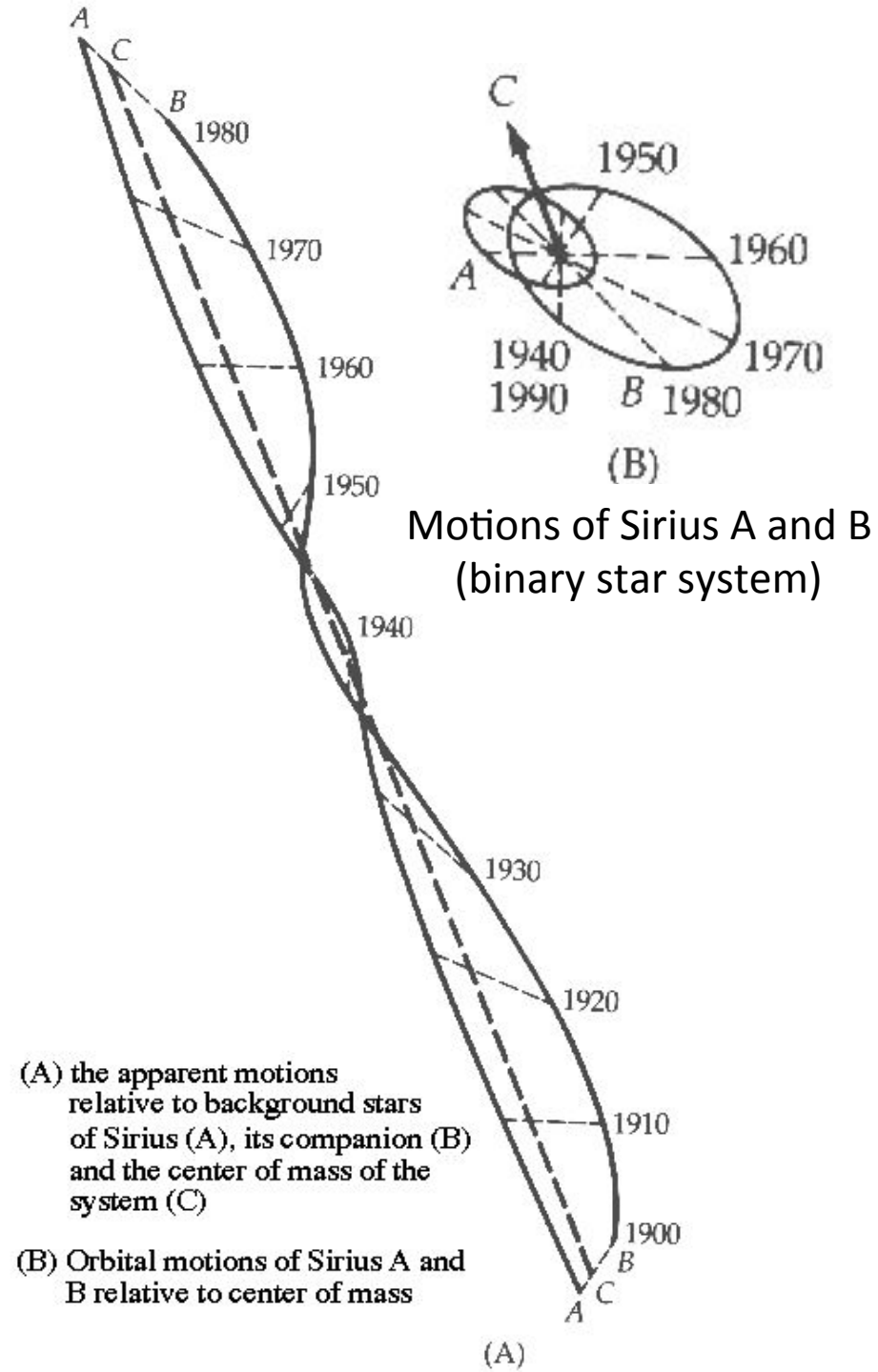


Friedrich
Bessel

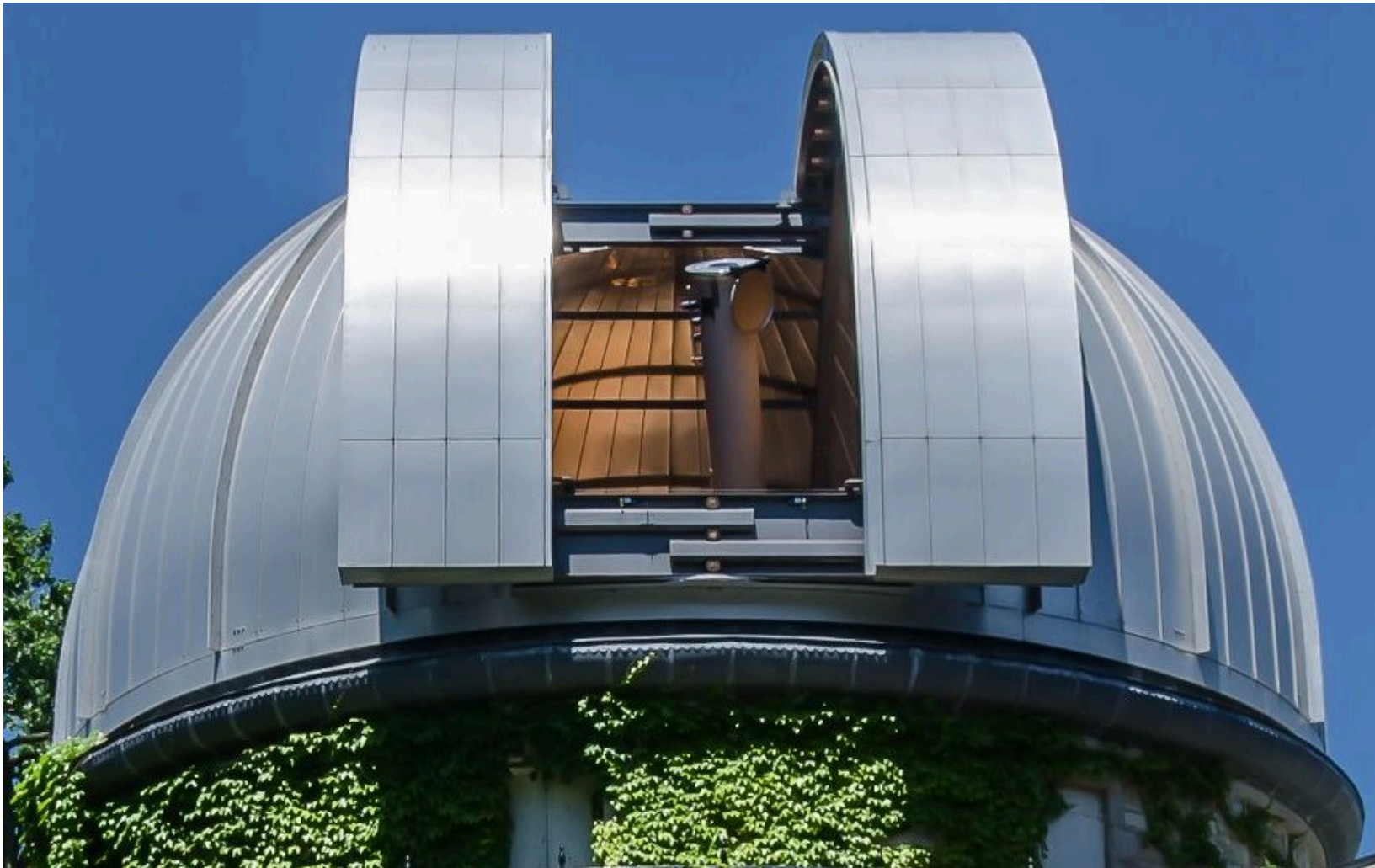
1838: paralaxe 61 Cyg.

Após 10 anos de pesquisa
(1844) → Sirius é binária.

Morreu 16/3/1846 sem
conseguir observar Sirius B



Alvan Graham Clark (1832-1897) testou em 31 Jan 1862 um novo refrator de 18,5" (47 cm), o maior da época, e fez a primeira observação de Sirius B



Dearborn Observatory

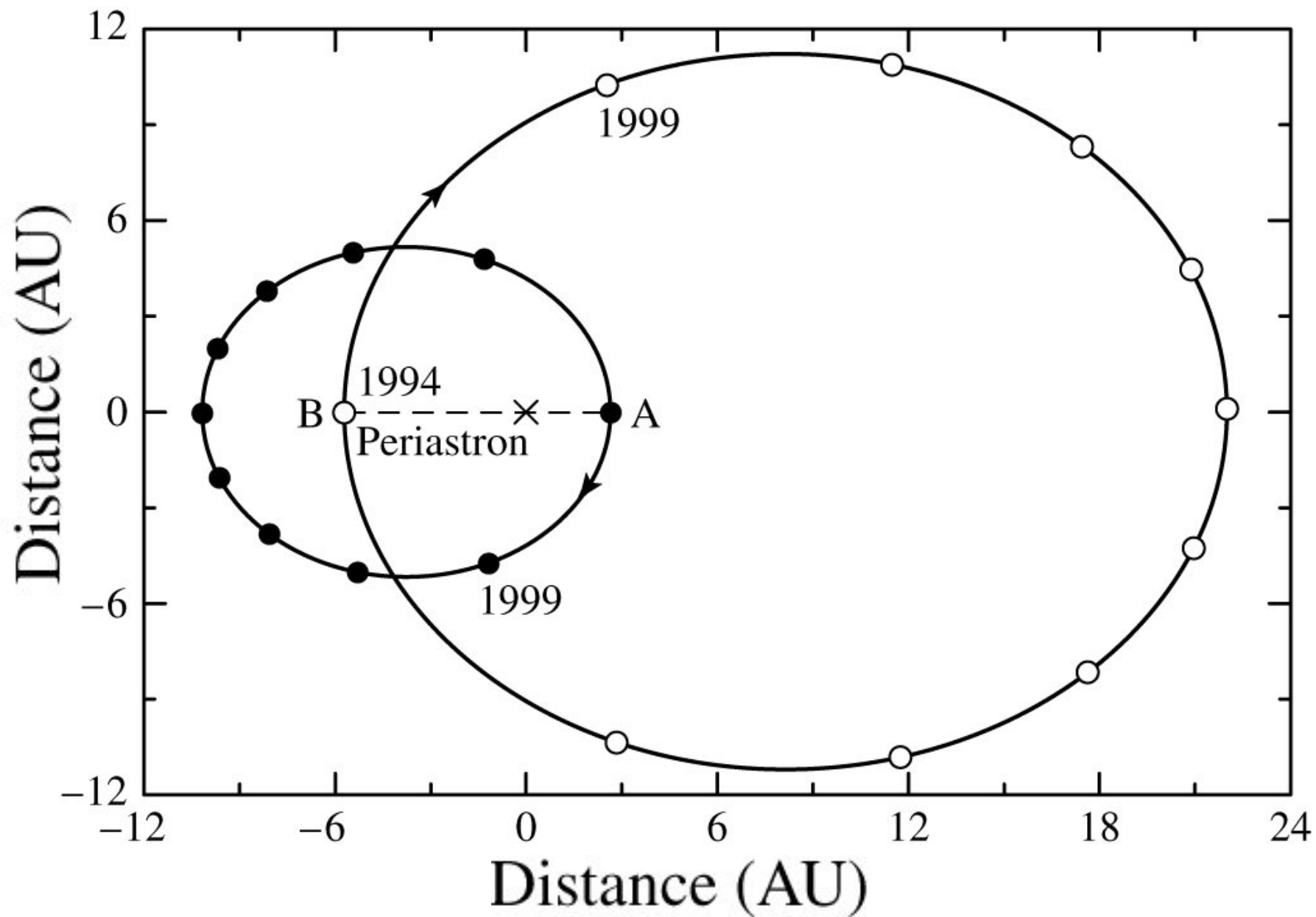
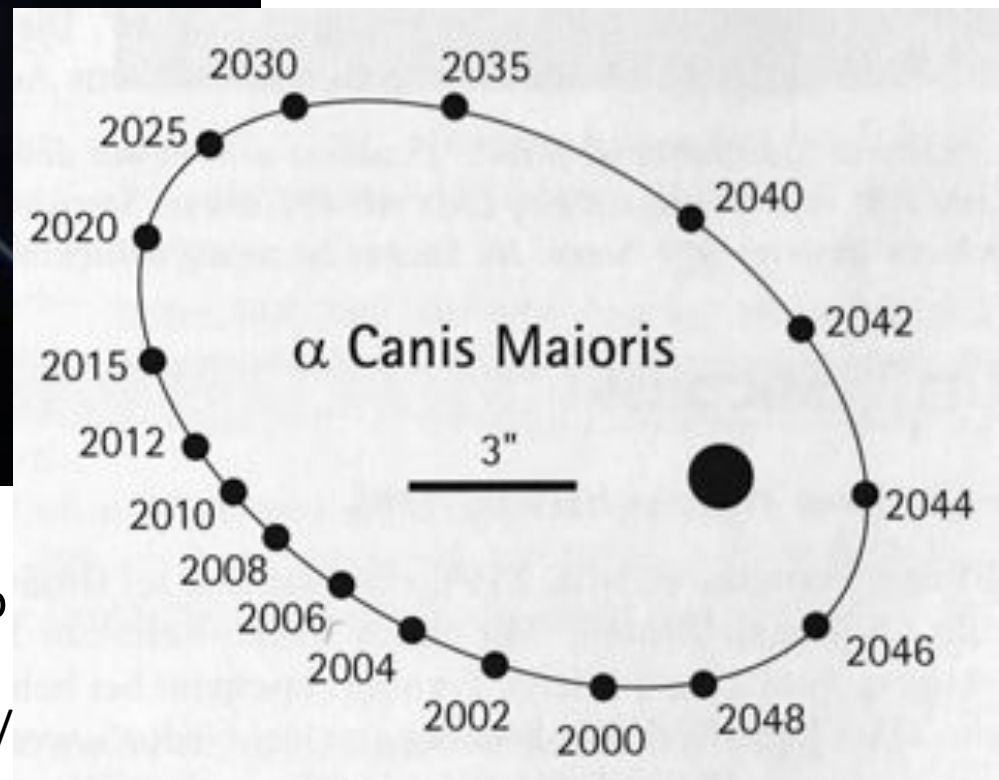
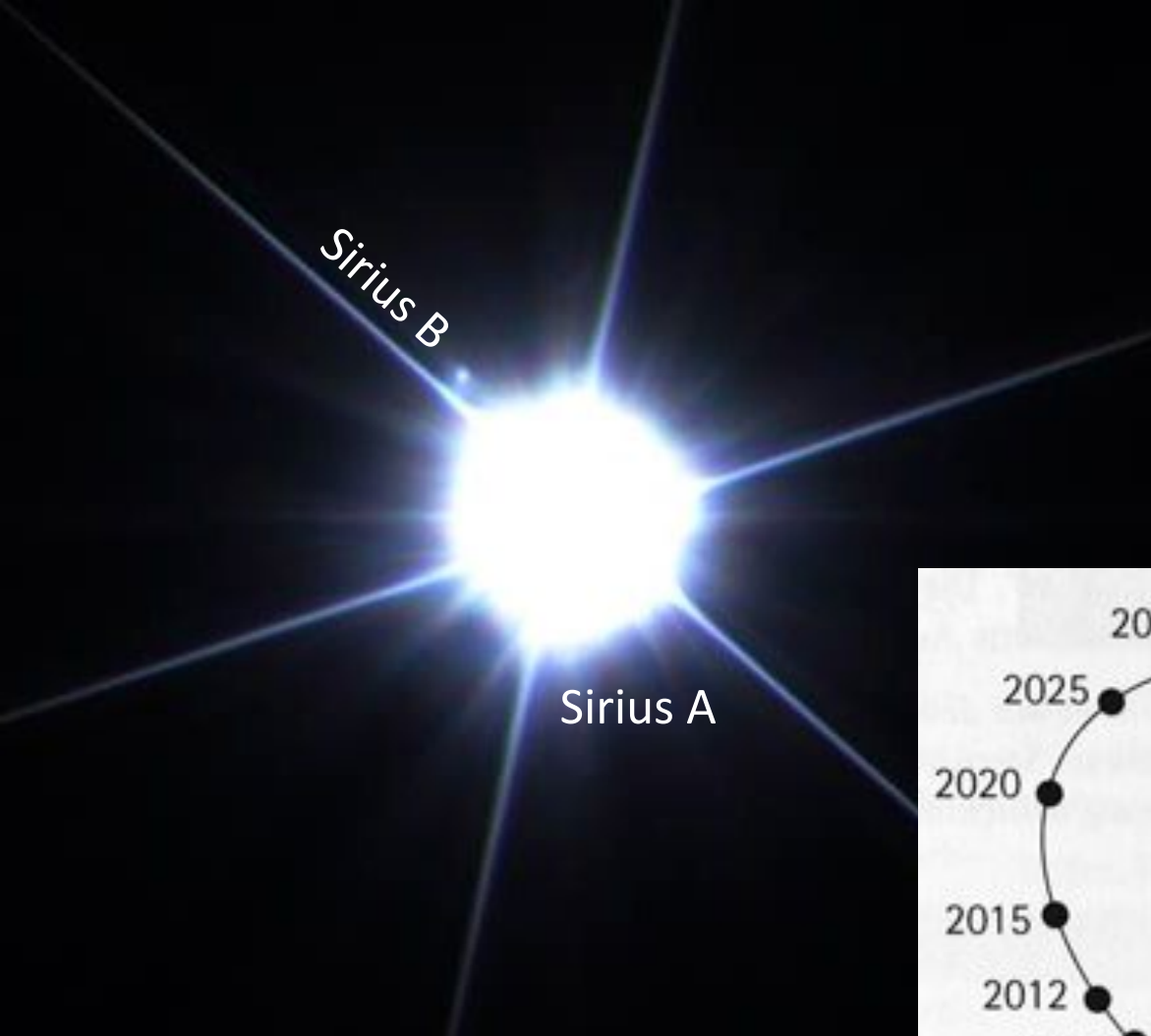


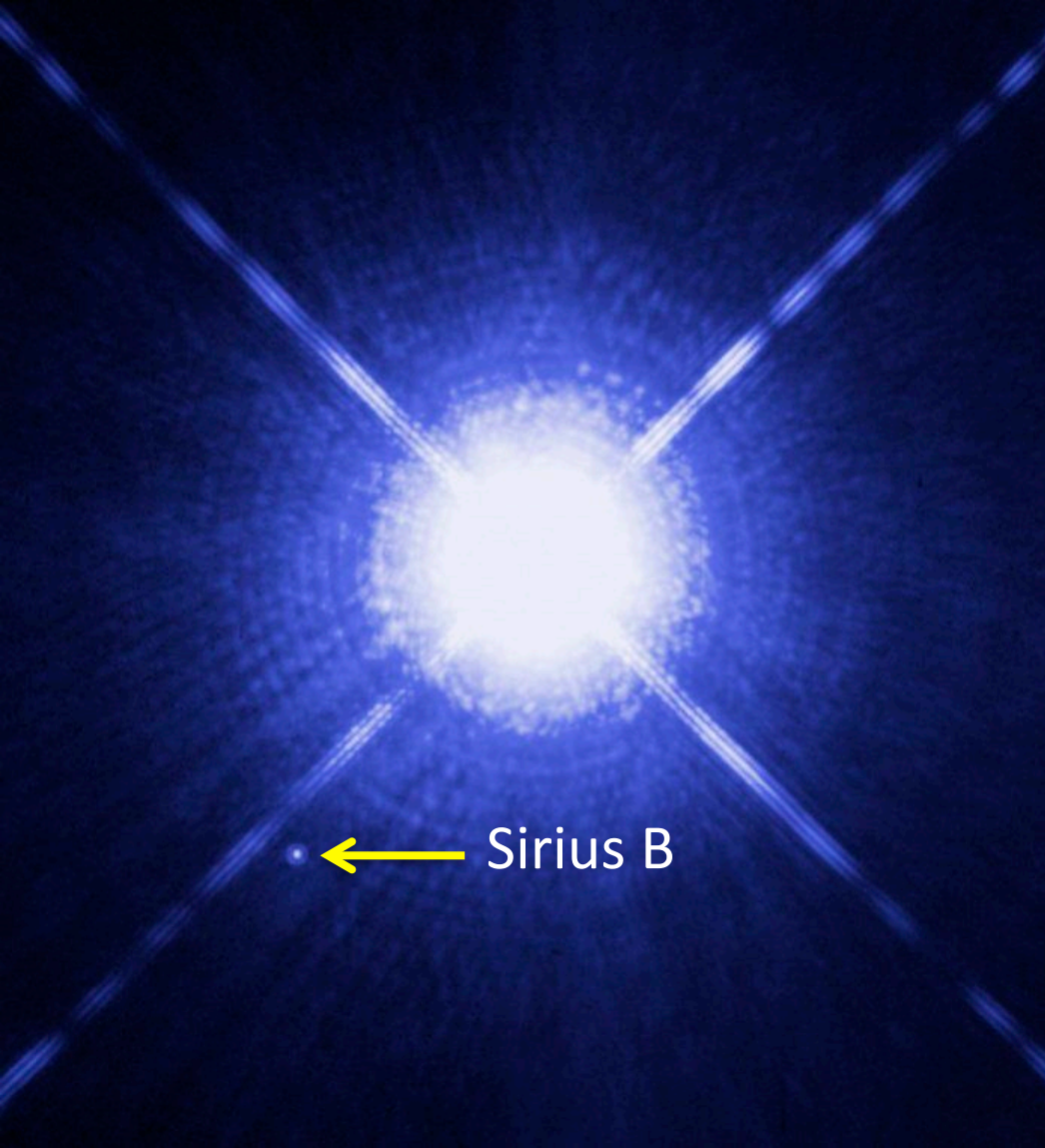
FIGURE 16.2 The orbits of Sirius A and Sirius B. The center of mass of the system is marked with an “x.”



11/3/2017

Gabriela e Fábio Carvalho, Observatório OTUS, interior de São Paulo.

<https://www.facebook.com/observatoriootus/>



Hubble in the optical

<https://www.spacetelescope.org/images/heic0516a/>

Chandra X-rays

<https://apod.nasa.gov/apod/ap001006.html>

Massas

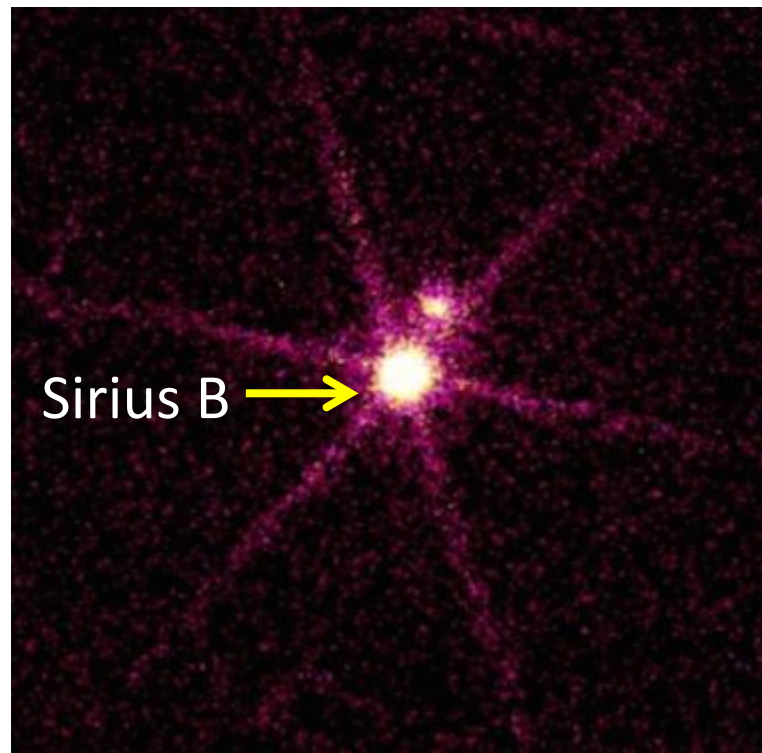
$$M (\text{Sirius A}) = 2,0 M_{\text{Sol}}$$

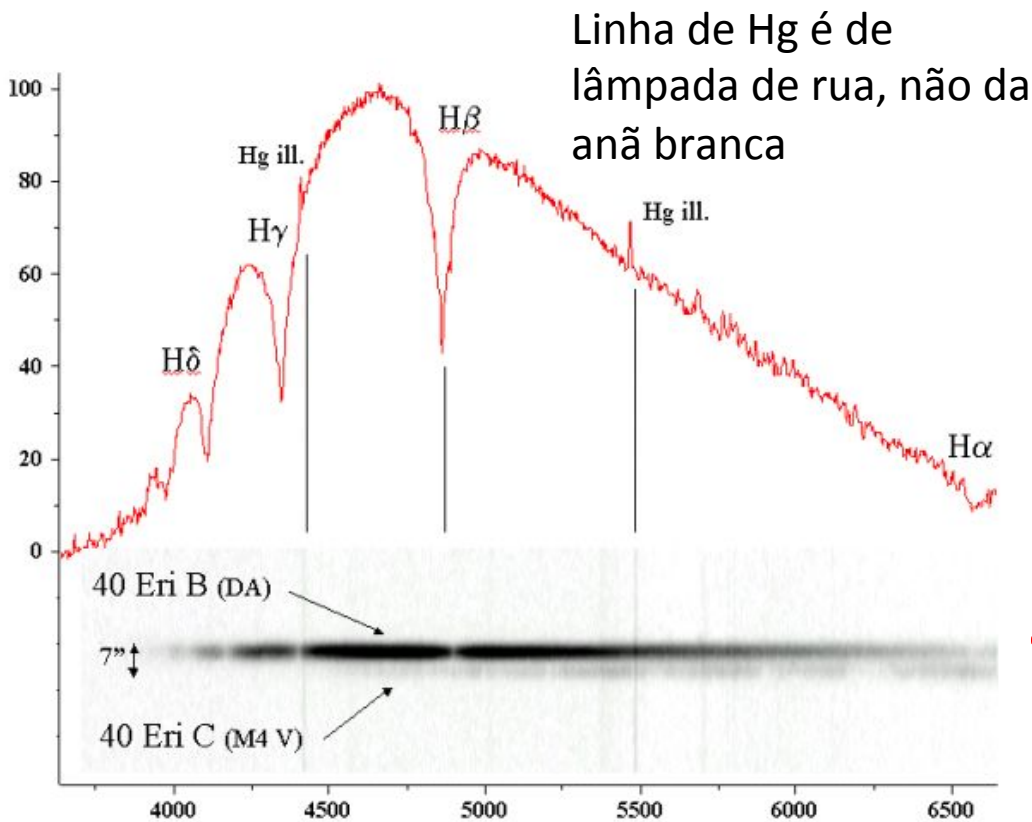
$$M (\text{Sirius B}) = 1,0 M_{\text{Sol}}$$

Luminosidade

$$L (\text{Sirius A}) = 23,5 L_{\text{Sol}}$$

$$L (\text{Sirius B}) = 0,03 L_{\text{Sol}}$$





Linha de Hg é de lâmpada de rua, não da anã branca

Massas

$$M (\text{Sirius A}) = 2,0 M_{\text{Sol}}$$

$$M (\text{Sirius B}) = 1,0 M_{\text{Sol}}$$

Luminosidade

$$L (\text{Sirius A}) = 23,5 L_{\text{Sol}}$$

$$L (\text{Sirius B}) = 0,03 L_{\text{Sol}}$$

Temperatura

$$\text{Sirius A} = 9900 \text{ K}$$

$$\text{Sirius B} = 27\,000 \text{ K}$$

$$\text{Raio (Sirius B)} = 0,008 R_{\text{Sol}}$$

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4$$

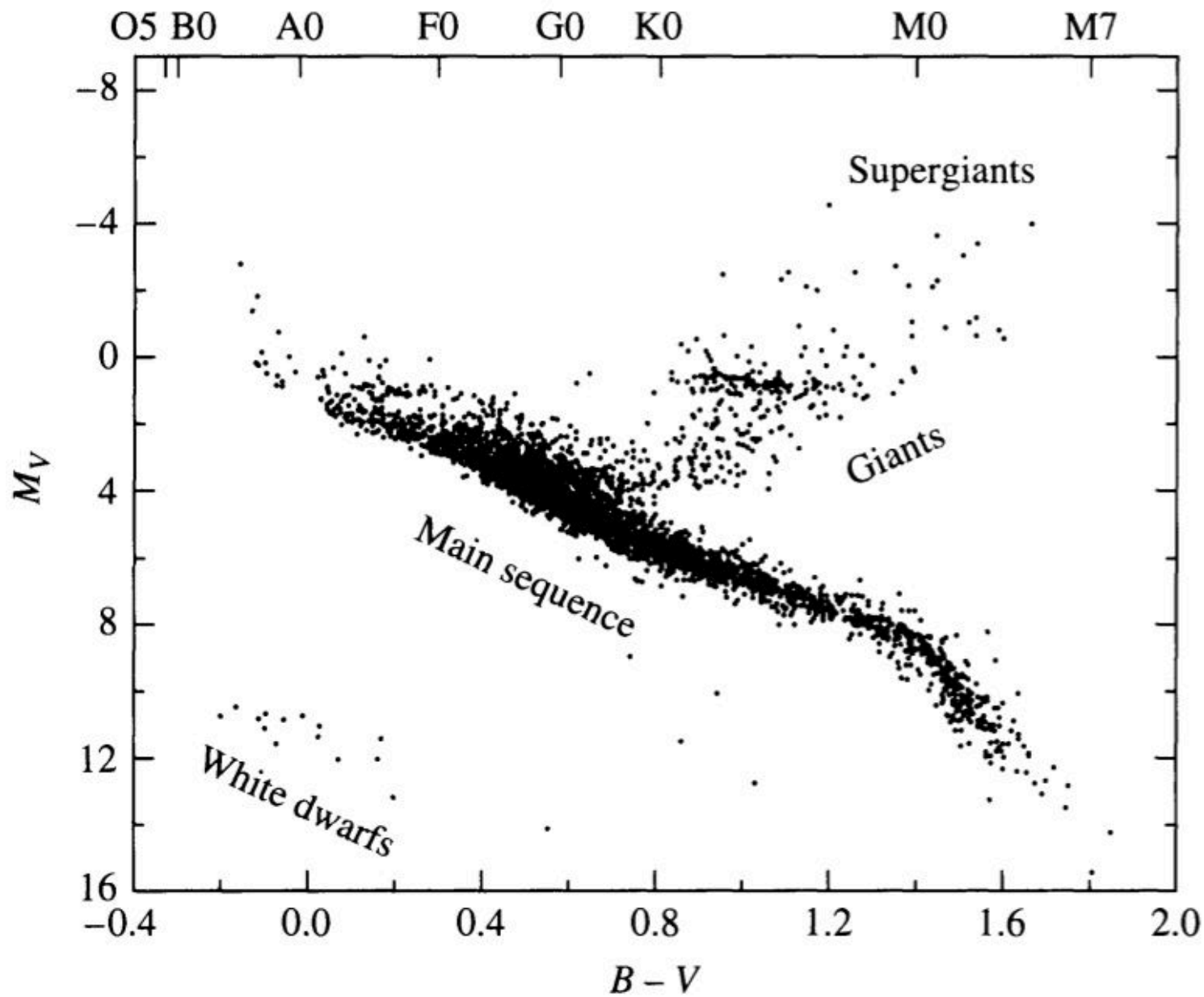
Density:

$$3.0 \times 10^9 \text{ kg m}^{-3}$$

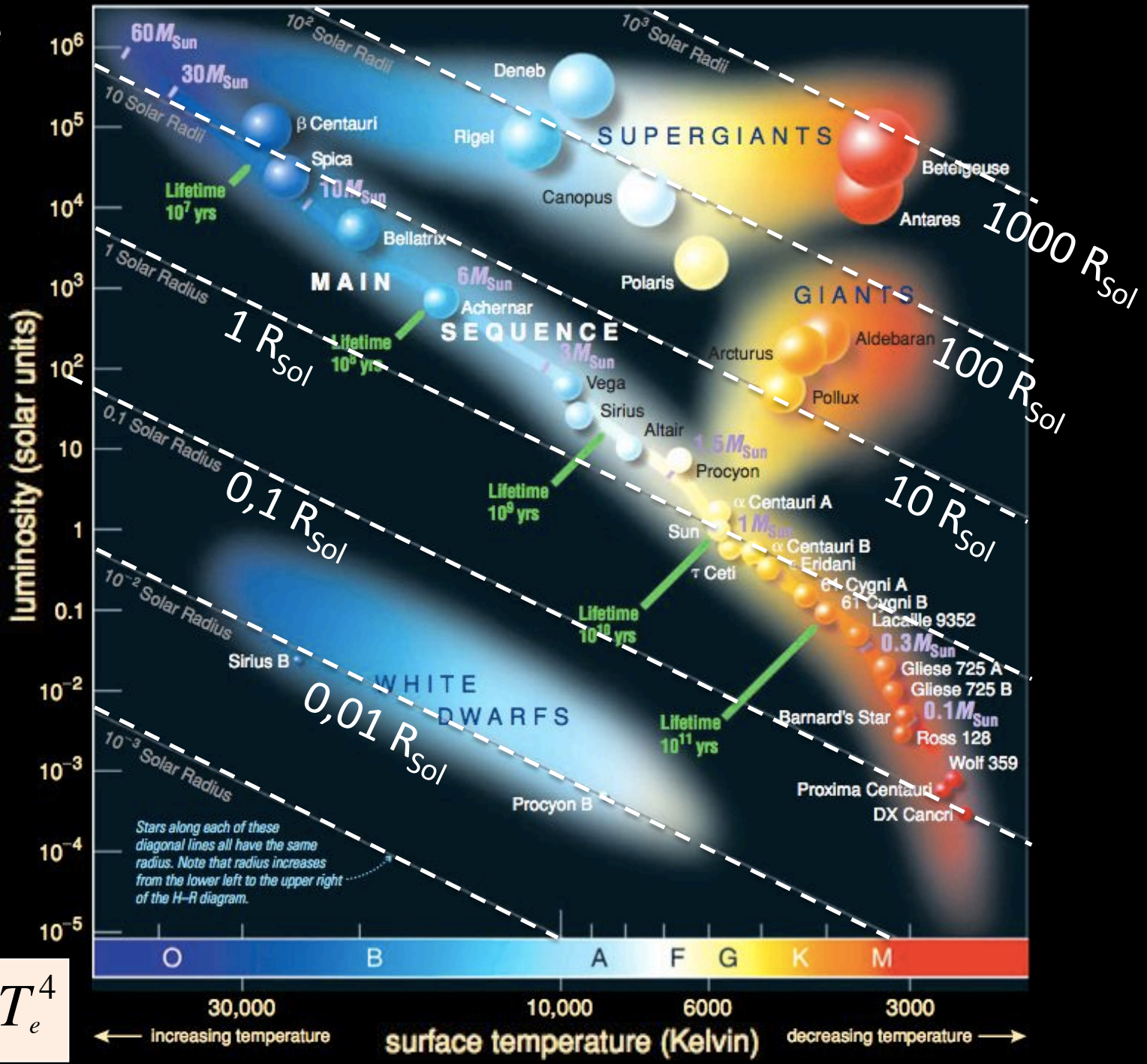
Surface gravity: $4.6 \times 10^6 \text{ m s}^{-2}$

<http://www.astrogeo.va.it/astronom/spettri/nane-bien.htm>

Anãs Brancas



Não apenas
anãs brancas,
 $T \sim 80\,000$
a 5000K
→ diferentes
cores



$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4$$

Anãs Brancas: tipo D

- DA (~2/3 de todas as anãs brancas): linhas de hidrogênio
- DB (~8%): apenas linhas de hélio
- DC (~14%): sem linhas ou muito fracas (<5 % do contínuo)
- DQ: linhas de carbono (atômicas ou moleculares)
- DZ: linhas de metais

Condições Centrais em Anãs Brancas

Da equação de equilíbrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r \rho}{r^2} = -\frac{G \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) \rho}{r^2} = -\frac{4}{3} \pi G \rho^2 r.$$

Integrando e
supondo $P=0$ na
superfície ($r = R$):

$$P(r) = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 (R^2 - r^2)$$

No centro, $r = 0 \rightarrow P_c \approx \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{\text{wd}}^2$ R_{wd} : raio da
anã branca
 $\approx 3.8 \times 10^{22} \text{ N m}^{-2}$

$\sim 1,5$ milhões de vezes $P_c(\text{Sol})$

Condições Centrais em Anãs Brancas

Podemos ter estimativa da T_c usando o gradiente de temperatura radiativo

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

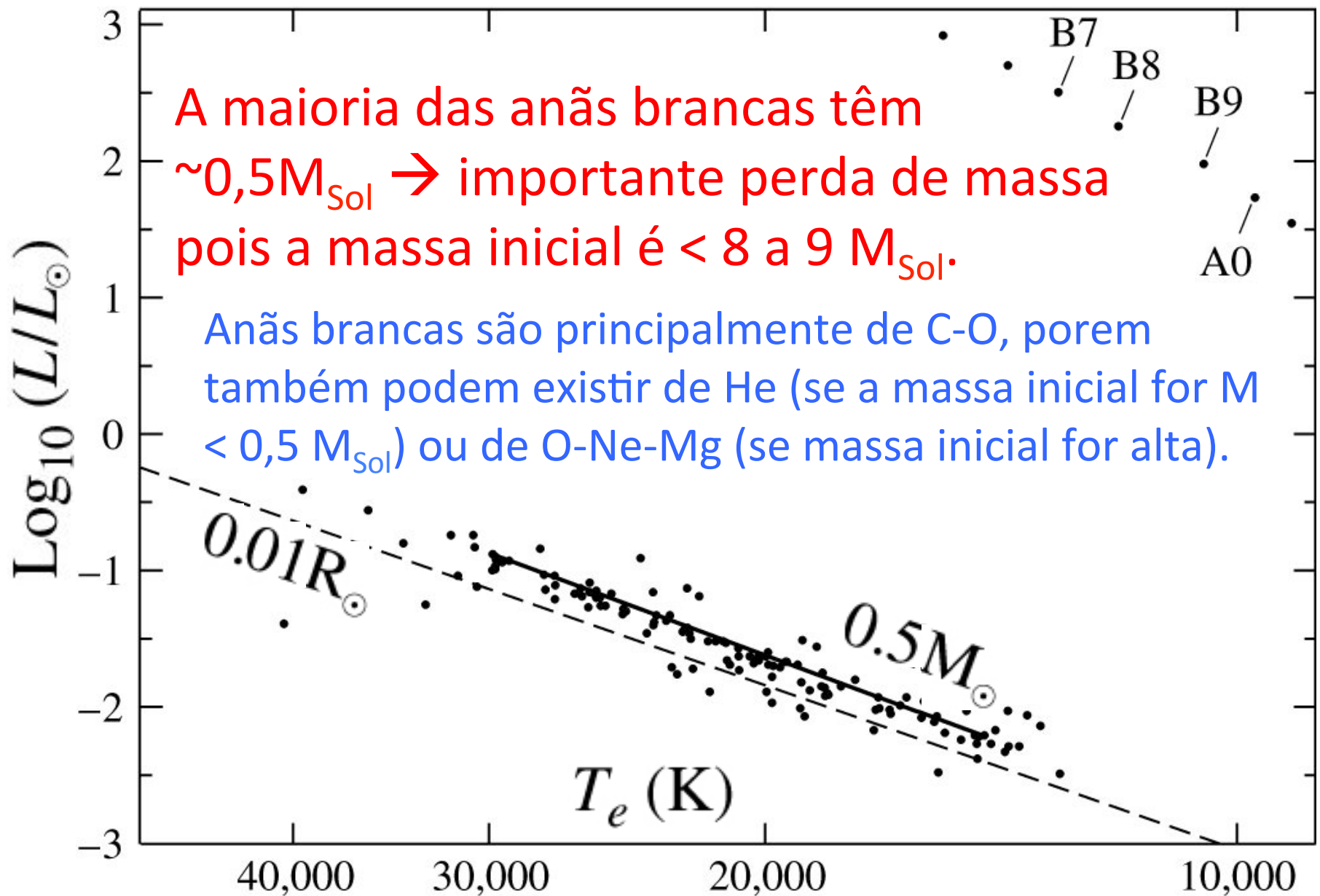
R_{wd} , T_{wd} , L_{wd} :
Raio, Temp. e Lum.
da anã branca

$$\frac{T_{wd} - T_c}{R_{wd} - 0} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T_c^3} \frac{L_{wd}}{4\pi R_{wd}^2}$$

Adotando $\bar{\kappa} = 0.02 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$
(espalhamento e-):

$$T_c \approx \left[\frac{3\bar{\kappa} \rho}{4ac} \frac{L_{wd}}{4\pi R_{wd}} \right]^{1/4} \\ \approx 7.6 \times 10^7 \text{ K}$$

→ Quase sem hidrogênio, ou as anãs brancas seriam muito mais luminosas (queima de H)



A maioria das anãs brancas têm $\sim 0,5M_{\text{Sol}} \rightarrow$ importante perda de massa pois a massa inicial é < 8 a $9 M_{\text{Sol}}$.

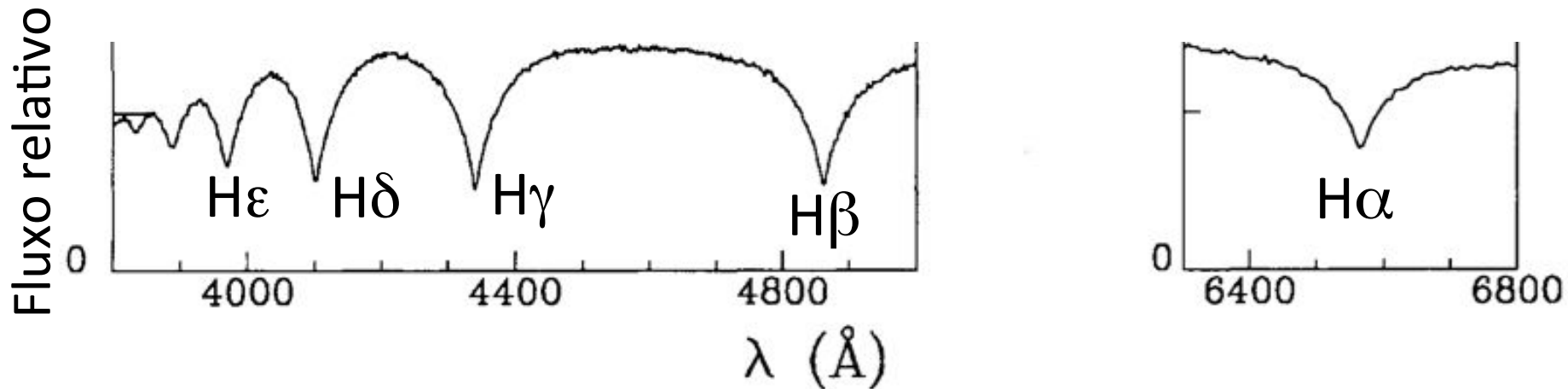
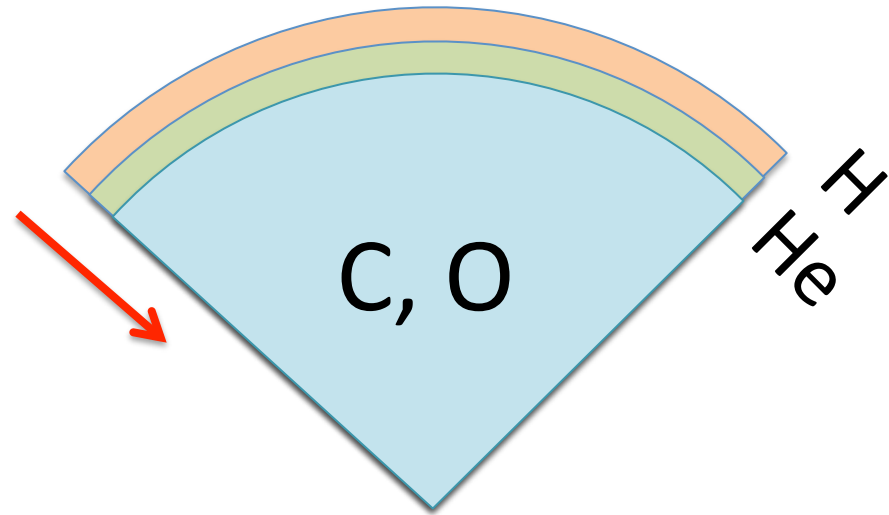
Anãs brancas são principalmente de C-O, porem também podem existir de He (se a massa inicial for $M < 0,5 M_{\text{Sol}}$) ou de O-Ne-Mg (se massa inicial for alta).

FIGURE 16.3 DA white dwarfs on an H–R diagram. A line marks the location of the $0.50 M_{\odot}$ white dwarfs, and a portion of the main sequence is at the upper right. (Data from Bergeron, Saffer, and Liebert, *Ap. J.*, 394, 228, 1992.)

Espectro e composição superficial de Anãs Brancas

Devido à altíssima gravidade → elementos mais pesados para o interior: fina atmosfera do pouco H restante.

Escala de tempo ~100 anos



G 207-9, anã branca de tipo DA4.5

Anãs Brancas Pulsantes:

$T_e \sim 12\,000\text{ K}$ estão na faixa de instabilidade.

M_V

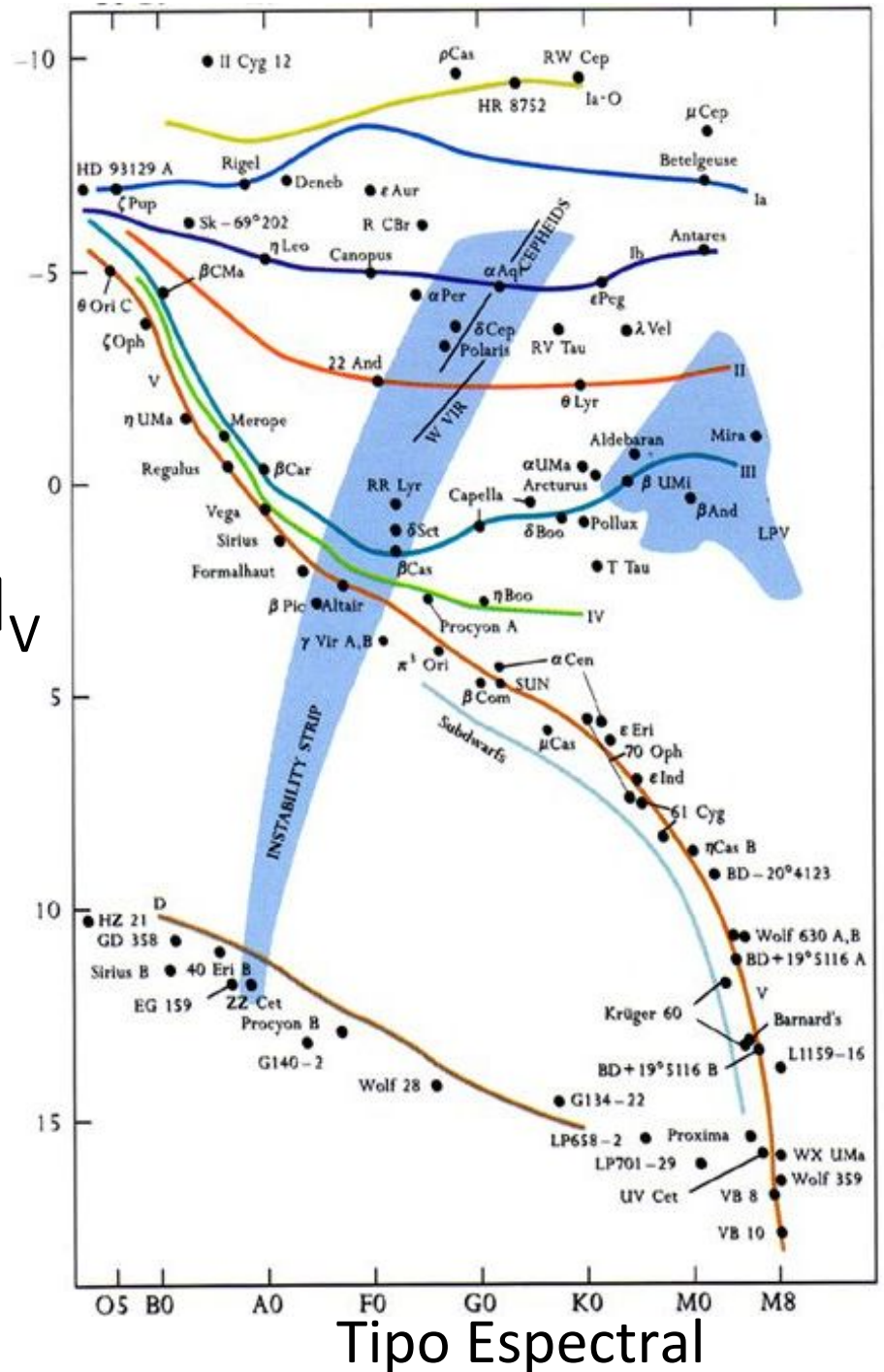


TABLE 14.1 Pulsating Stars. (Adopted from Cox, *The Theory of Stellar Pulsation*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1980.)

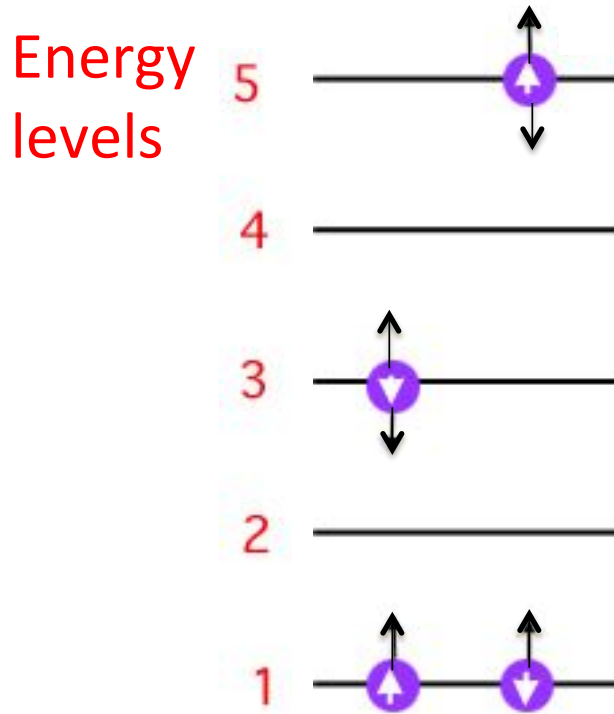
Type	Range of Periods	Population Type	Radial or Nonradial
Long-Period Variables	100–700 days	I,II	R
Classical Cepheids	1–50 days	I	R
W Virginis stars	2–45 days	II	R
RR Lyrae stars	1.5–24 hours	II	R
δ Scuti stars	1–3 hours	I	R,NR
β Cephei stars	3–7 hours	I	R,NR
ZZ Ceti stars	100–1000 seconds	I	NR

Estrelas ZZ Ceti: anãs brancas pulsantes com períodos entre 100 e 1000 segundos.

Anãs brancas variáveis: DAV, DBV

Matéria degenerada

Para $T \gg 0$, o gás pode ocupar diferentes níveis de energia



Porém se $T \rightarrow 0$, temos menor energia e a maioria dos elétrons ocupará os níveis mais baixos

Para $T = 0$, todos os elétrons ocupam os níveis mais baixos de energia: gás completamente degenerado

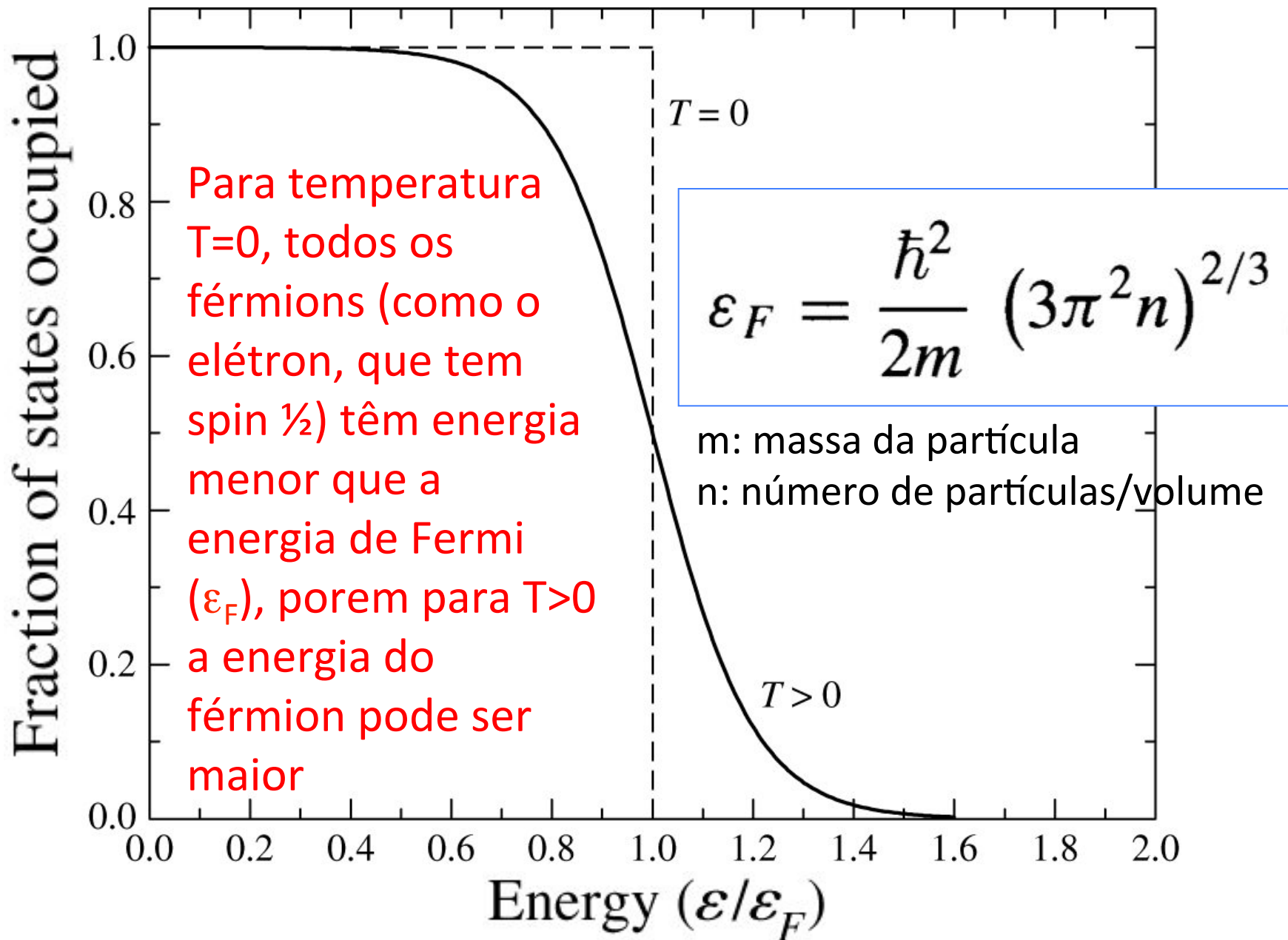
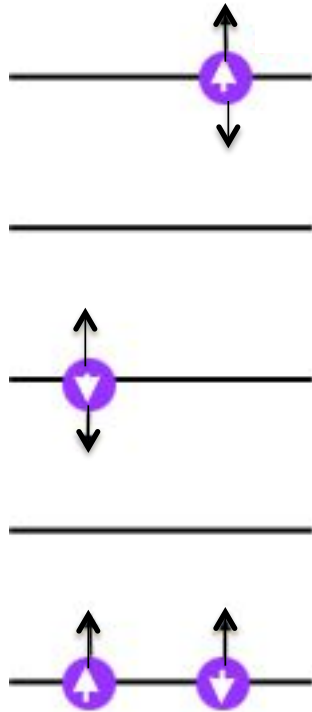


FIGURE 16.5 Fraction of states of energy ε occupied by fermions. For $T = 0$, all fermions have $\varepsilon \leq \varepsilon_F$, but for $T > 0$, some fermions have energies in excess of the Fermi energy.

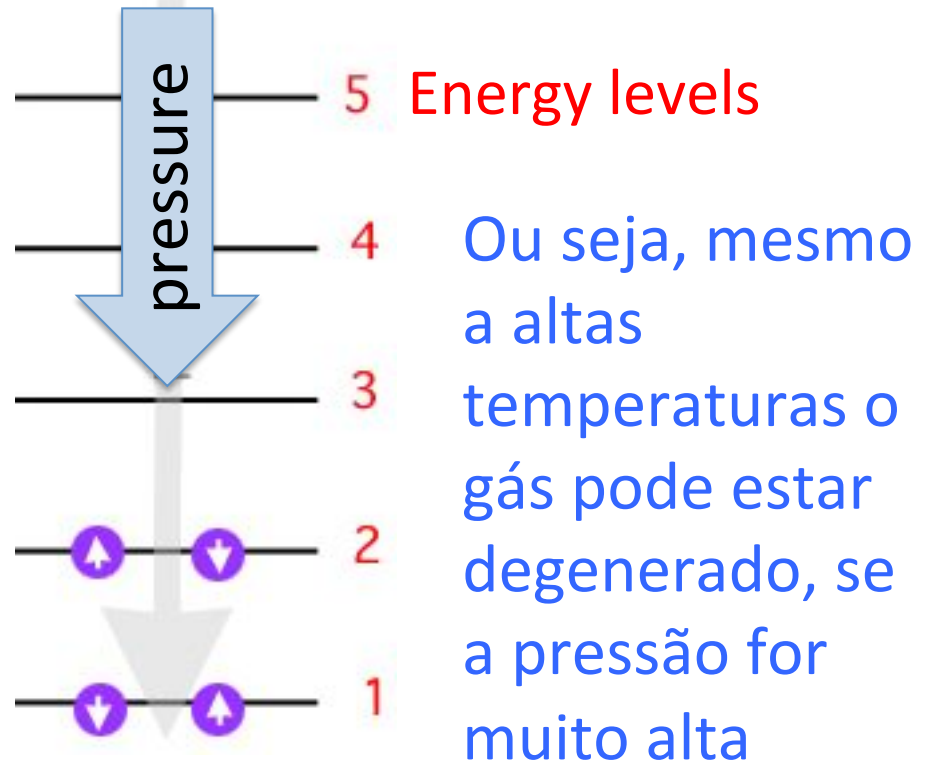
Gás normal

Em um gás normal, os elétrons podem ocupar diversos níveis de energia



Gás degenerado

Alta pressão também pode resultar em um gás degenerado: e- são forçados a ocupar o nível base



Condição para degenerescência

Primeiro, vamos reescrever a energia de Fermi. Para altas temperaturas, a densidade de elétrons:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

$$n_e = \left(\frac{\# \text{ electrons}}{\text{nucleon}} \right) \left(\frac{\# \text{ nucleons}}{\text{volume}} \right) = \left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H}$$

$$\rightarrow \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left[3\pi^2 \left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{2/3}$$

Se a energia térmica ($3/2 kT$) for menor que a energia de Fermi \rightarrow gás degenerado

$$\frac{3}{2} kT < \frac{\hbar^2}{2m_e} \left[3\pi^2 \left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{2/3}$$

Ou, rearranjando em função da T e ρ : $\frac{T}{\rho^{2/3}} < \frac{\hbar^2}{3m_e k} \left[\frac{3\pi^2}{m_H} \left(\frac{Z}{A} \right) \right]^{2/3}$

Definindo:

$$\mathcal{D} \equiv 1261 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3}$$

$$= 1261 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3}$$

para
(Z/A) = 0,5

Condição para degenerescência: $\frac{T}{\rho^{2/3}} < \mathcal{D}$

Condição para
degenerescência:

$$\frac{T}{\rho^{2/3}} < \mathcal{D}$$

$$\mathcal{D} \equiv 1261 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3}$$

Exemplo 16.3.1. Quão importante é a degenerescência no centro do Sol?

No centro do Sol: $T = 1,6 \times 10^7 \text{ K}$ e $\rho = 1,5 \times 10^5 \text{ kg/m}^3$

$$\frac{T_c}{\rho_c^{2/3}} = 5500 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3} > \mathcal{D}$$

→ no Sol, a pressão de degenerescência de elétrons é pequena

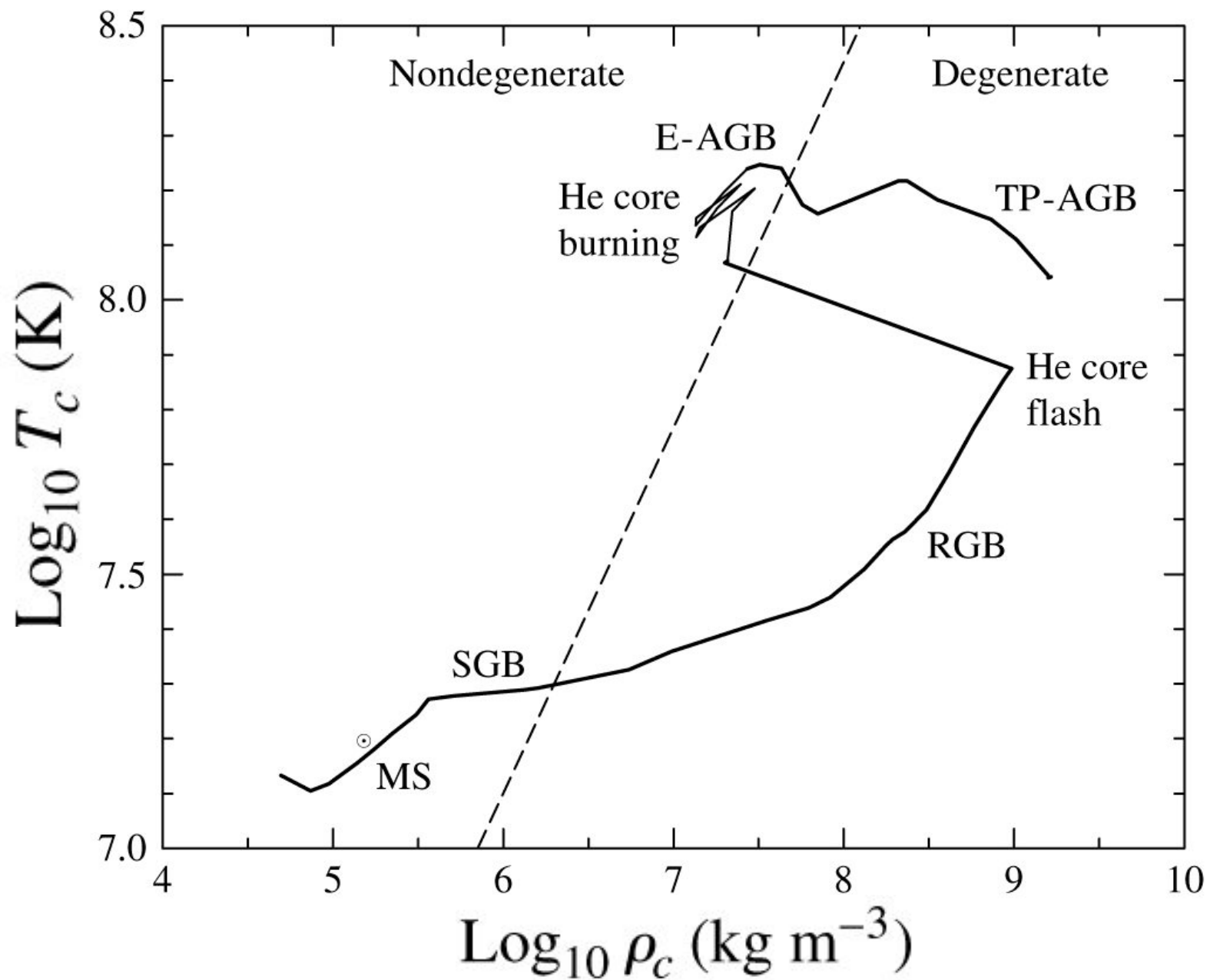


FIGURE 16.6 Degeneracy in the Sun's center as it evolves. (Data from Mazzitelli and D'Antona, *Ap. J.*, 311, 762, 1986.)

Condição para
degenerescência:

$$\frac{T}{\rho^{2/3}} < \mathcal{D}$$

$$\mathcal{D} \equiv 1261 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3}$$

Exemplo 16.3.1. Quão importante é a degenerescência no centro de Sirius B?

Para Sirius B: $T_c \sim 7.6 \times 10^7 \text{ K}$ e $P_c \approx 3.8 \times 10^{22} \text{ N m}^{-2}$

$$\frac{T_c}{\rho_c^{2/3}} = 37 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3} \ll \mathcal{D}$$


→ Anã branca é completamente degenerada

Pressão de degenerescência de e-

Os elétrons são forçados a ocupar os níveis mais baixos de energia (sem violar o Princípio de Exclusão)

Porem os elétrons também têm que respeitar o Princípio de Incerteza:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{1}{2} \hbar.$$


$$P = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{5/3}$$

Usando $(Z/A) = 0,5 \rightarrow$ para Sirius B temos $P = 2 \times 10^{22} \text{ N/m}^2$
 \rightarrow a pressão de degenerescência de e- suporta a anã branca

Relação Massa – Volume em anãs brancas

Pressão do equilíbrio
hidrostático:

Pressão de degenerescência:

$$\frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{\text{wd}}^2 = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{5/3}$$

Assumindo densidade

constante: $\rho = M_{\text{wd}} / \frac{4}{3} \pi R_{\text{wd}}^3$

$$R_{\text{wd}} \approx \frac{(18\pi)^{2/3}}{10} \frac{\hbar^2}{G m_e M_{\text{wd}}^{1/3}} \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{1}{m_H} \right]^{5/3}$$

Para $M = 1 M_{\text{Sol}}$ e $(Z/A) = 0,5 \rightarrow$ raio $R_{\text{WD}} = 3 \times 10^6$ m, muito pequeno por um fator de 2, mas ordem de grandeza OK

$$R_{\text{wd}} \approx \frac{(18\pi)^{2/3}}{10} \frac{\hbar^2}{Gm_e M_{\text{wd}}^{1/3}} \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{1}{m_H} \right]^{5/3}$$

Anãs brancas mais massivas têm um raio menor

$$M_{\text{wd}} R_{\text{wd}}^3 = \text{constante}$$

$$M_{\text{wd}} V_{\text{wd}} = \text{constante}$$

Anãs brancas não podem ter $R \rightarrow 0$. Efeitos da relatividade: velocidade e^- não pode exceder c .

Limite de estabilidade:
$$P = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \hbar c \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{4/3}$$

Limite de Chandrasekhar

(descoberto quando tinha 21 anos)

Para ter uma ideia da massa limite de Chandrasekhar:

Pressão do equilíbrio
hidrostático:

Limite de pressão para
estabilidade da anã branca:

$$\frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{\text{wd}}^2 = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \hbar c \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{4/3}$$

Usando:

$$\rho = M_{\text{wd}} / \frac{4}{3} \pi R_{\text{wd}}^3$$

$$\rightarrow M_{\text{Ch}} \sim \frac{3\sqrt{2\pi}}{8} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{1}{m_H} \right]^2$$

$$\text{Para } (Z/A) = 0,5 \rightarrow M_{\text{Ch}} = 0,44 M_{\text{Sol}}$$

Um procedimento mais rigoroso resulta em $M_{\text{Ch}} = 1,44 M_{\text{Sol}}$

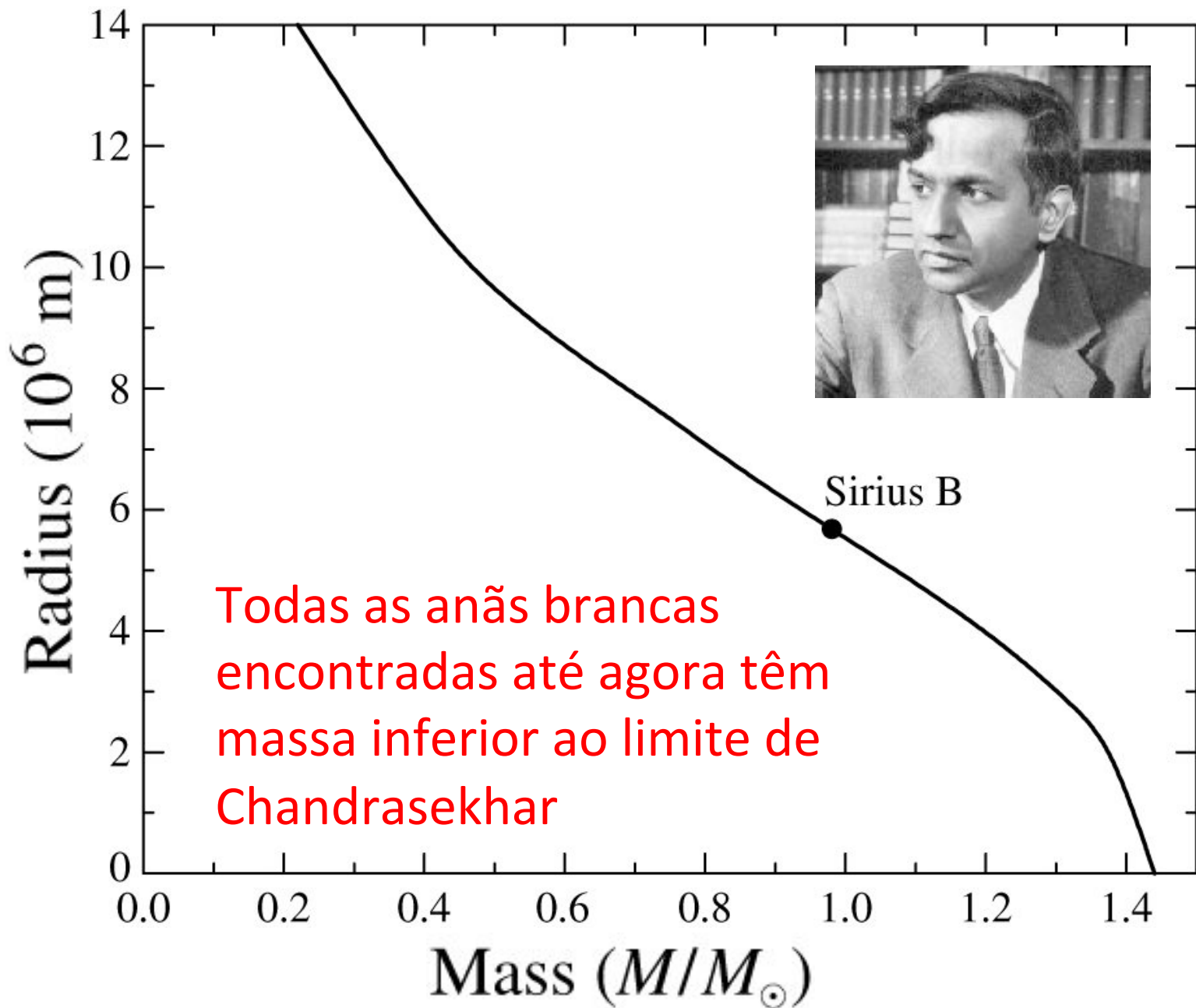


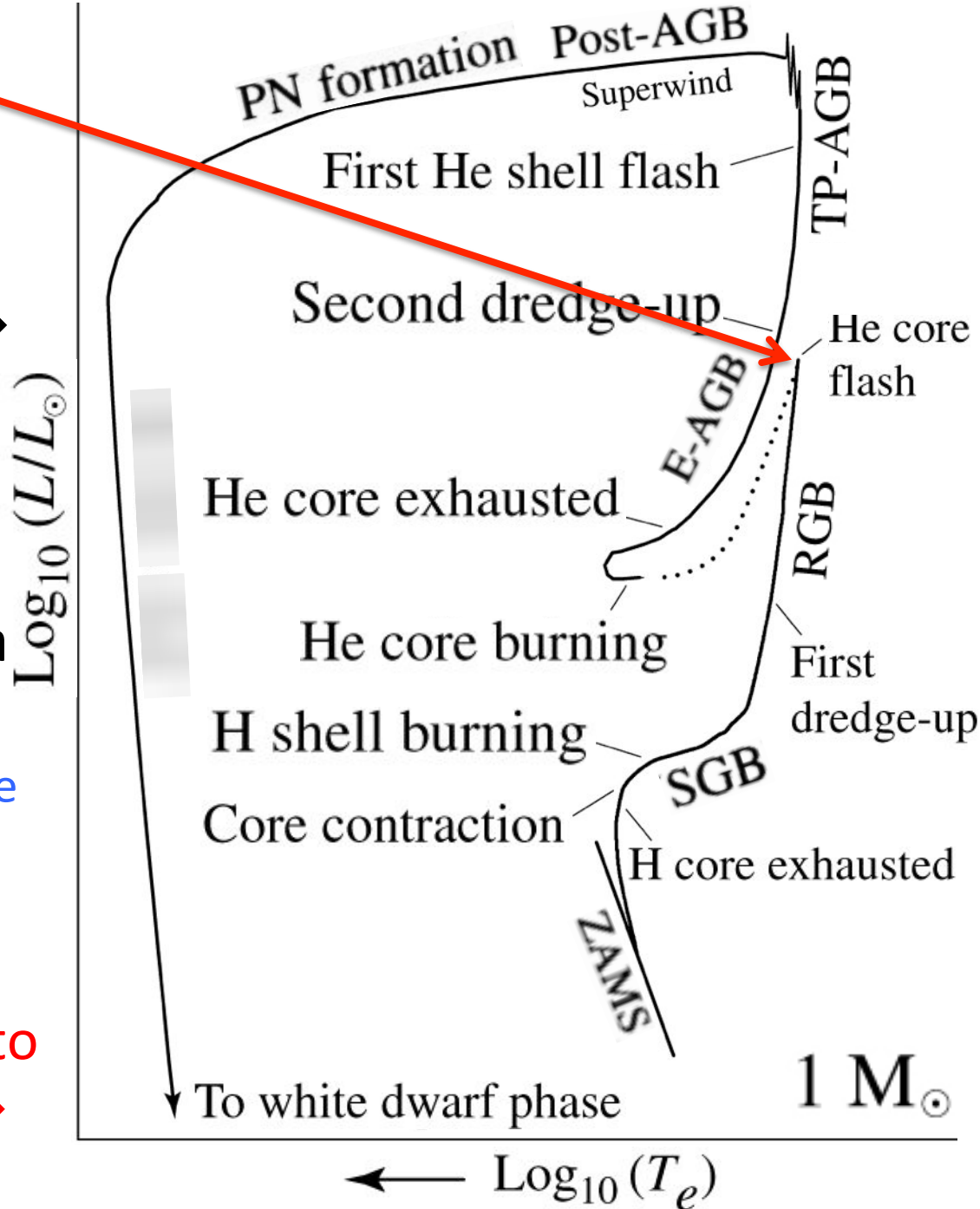
FIGURE 16.7 Radii of white dwarfs of $M_{\text{wd}} \leq M_{\text{Ch}}$ at $T = 0$ K.

O Flash do núcleo de He: *He Core Flash*

$M < 1,8 M_{\text{sol}}$: núcleo de He muito degenerado \rightarrow pressão não depende muito do aumento da T. A temperatura aumenta tanto que temos queima explosiva: **Flash de He**.

Não é observado pois boa parte da E é usada para remover a degenerescência e o resto é absorvida pelo envelope

Se a massa inicial for muito pequena ($M < 0,5 M_{\text{sol}}$) \rightarrow sem combustão do He



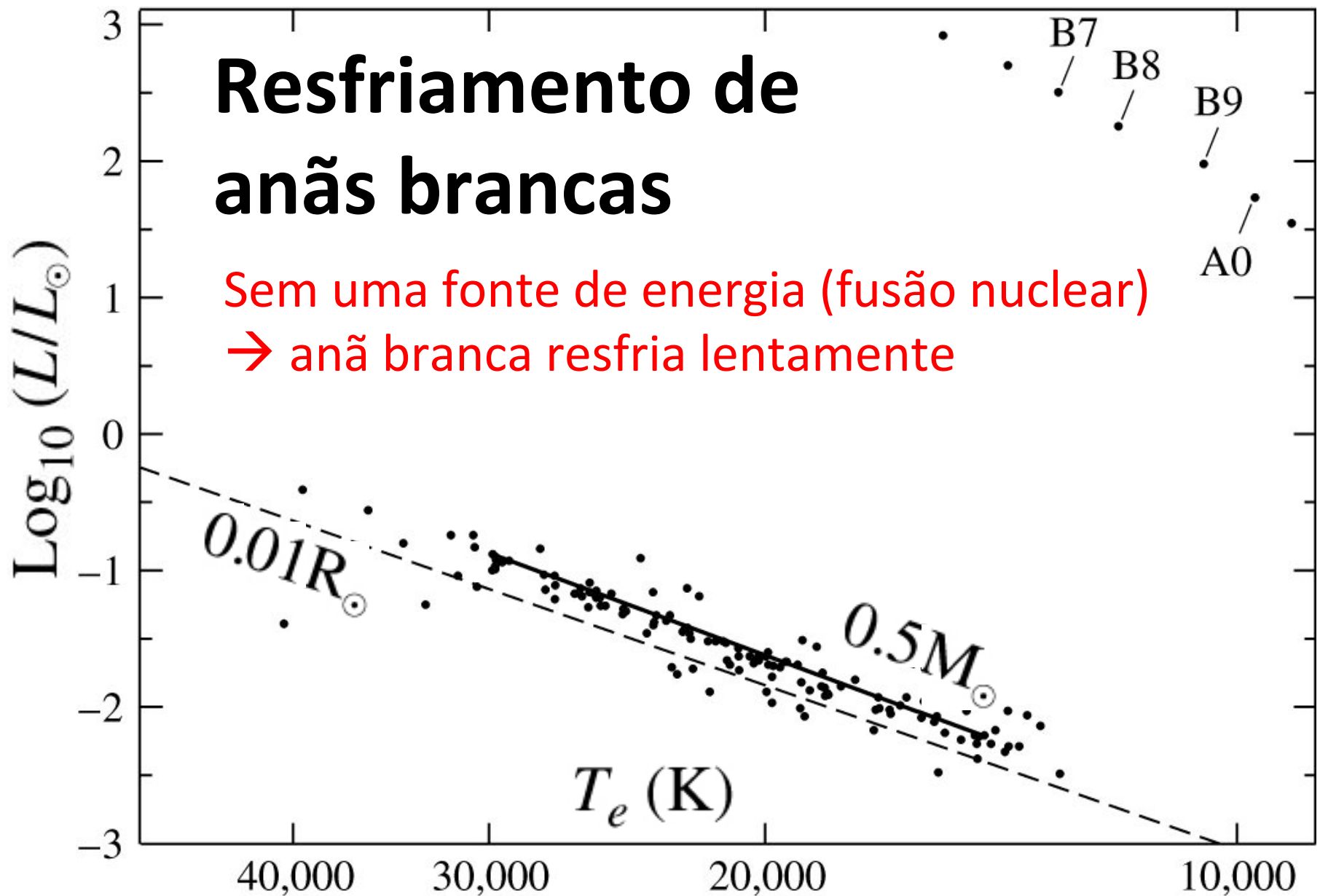


FIGURE 16.3 DA white dwarfs on an H–R diagram. A line marks the location of the $0.50 M_{\odot}$ white dwarfs, and a portion of the main sequence is at the upper right. (Data from Bergeron, Saffer, and Liebert, *Ap. J.*, 394, 228, 1992.)

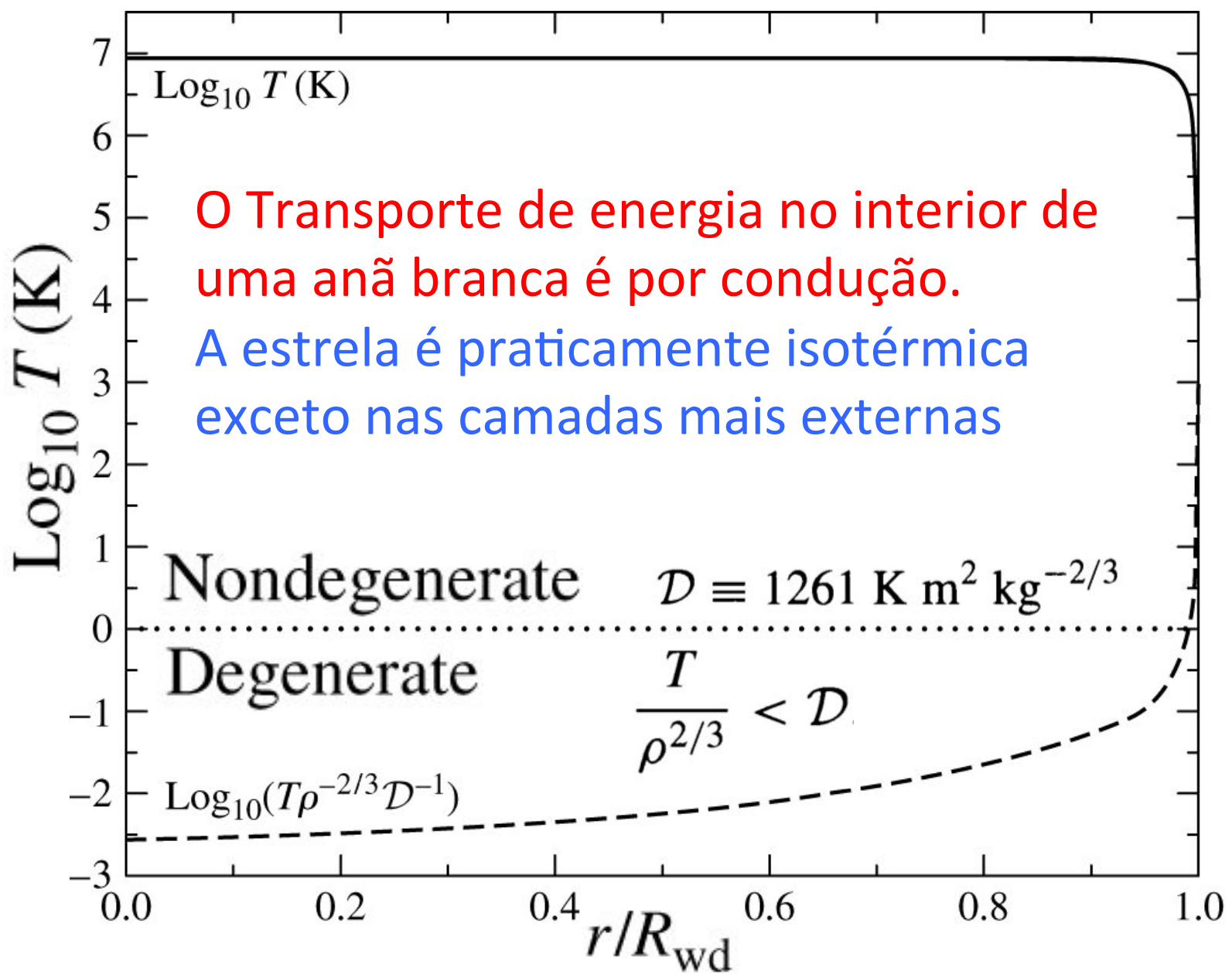


FIGURE 16.8 Temperature and degree of degeneracy in the interior of a white dwarf model. The horizontal dotted line marks the boundary between degeneracy and nondegeneracy as described by Eq. (16.6).

Estrutura das camadas não degeneradas da anã branca

$$P = \left(\frac{4}{17} \frac{16\pi ac}{3} \frac{GM_{\text{wd}}}{L_{\text{wd}}} \frac{k}{\kappa_0 \mu m_H} \right)^{1/2} T^{17/4}$$

bound-free Kramers opacity law

$$\kappa_0 = 4.34 \times 10^{21} Z(1 + X) \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$$

Usando a lei do gás ideal:

$$\rho = \left(\frac{4}{17} \frac{16\pi ac}{3} \frac{GM_{\text{wd}}}{L_{\text{wd}}} \frac{\mu m_H}{\kappa_0 k} \right)^{1/2} T^{13/4}$$

O limite entre o interior degenerado e a superfície é quando a energia térmica ($3/2 kT$) for igual à energia de Fermi:

$$\frac{3}{2} kT = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left[3\pi^2 \left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{2/3}$$

Usando: $\rho = \left(\frac{4}{17} \frac{16\pi ac}{3} \frac{GM_{\text{wd}}}{L_{\text{wd}}} \frac{\mu m_H}{\kappa_0 k} \right)^{1/2} T^{13/4}$

$$L_{\text{wd}} = \frac{4\mathcal{D}^3}{17} \frac{16\pi ac}{3} \frac{Gm_H}{\kappa_0 k} \mu M_{\text{wd}} T_c^{7/2} = C T_c^{7/2}$$

onde $C \equiv 6.65 \times 10^{-3} \left(\frac{M_{\text{wd}}}{M_\odot} \right) \frac{\mu}{Z(1+X)}$

Example 16.5.1. Equation (16.19) can be used to estimate the interior temperature of a $1 M_{\odot}$ white dwarf with $L_{\text{wd}} = 0.03 L_{\odot}$. Arbitrarily assuming values of $X = 0$, $Y = 0.9$, $Z = 0.1$ for the nondegenerate envelope (so $\mu \simeq 1.4$) results in¹⁶

$$T_c = \left[\frac{L_{\text{wd}}}{6.65 \times 10^{-3}} \left(\frac{M_{\odot}}{M_{\text{wd}}} \right) \frac{Z(1+X)}{\mu} \right]^{2/7} = 2.8 \times 10^7 \text{ K.}$$

Densidade na
base do
envelope:

$$\rho = \left(\frac{T_c}{D} \right)^{3/2} = 3.4 \times 10^6 \text{ kg m}^{-3}$$

Muito menor que a densidade média da Sirius B

→ Envelope muito fino

$$3.0 \times 10^9 \text{ kg m}^{-3}$$

Resfriamento das anãs brancas

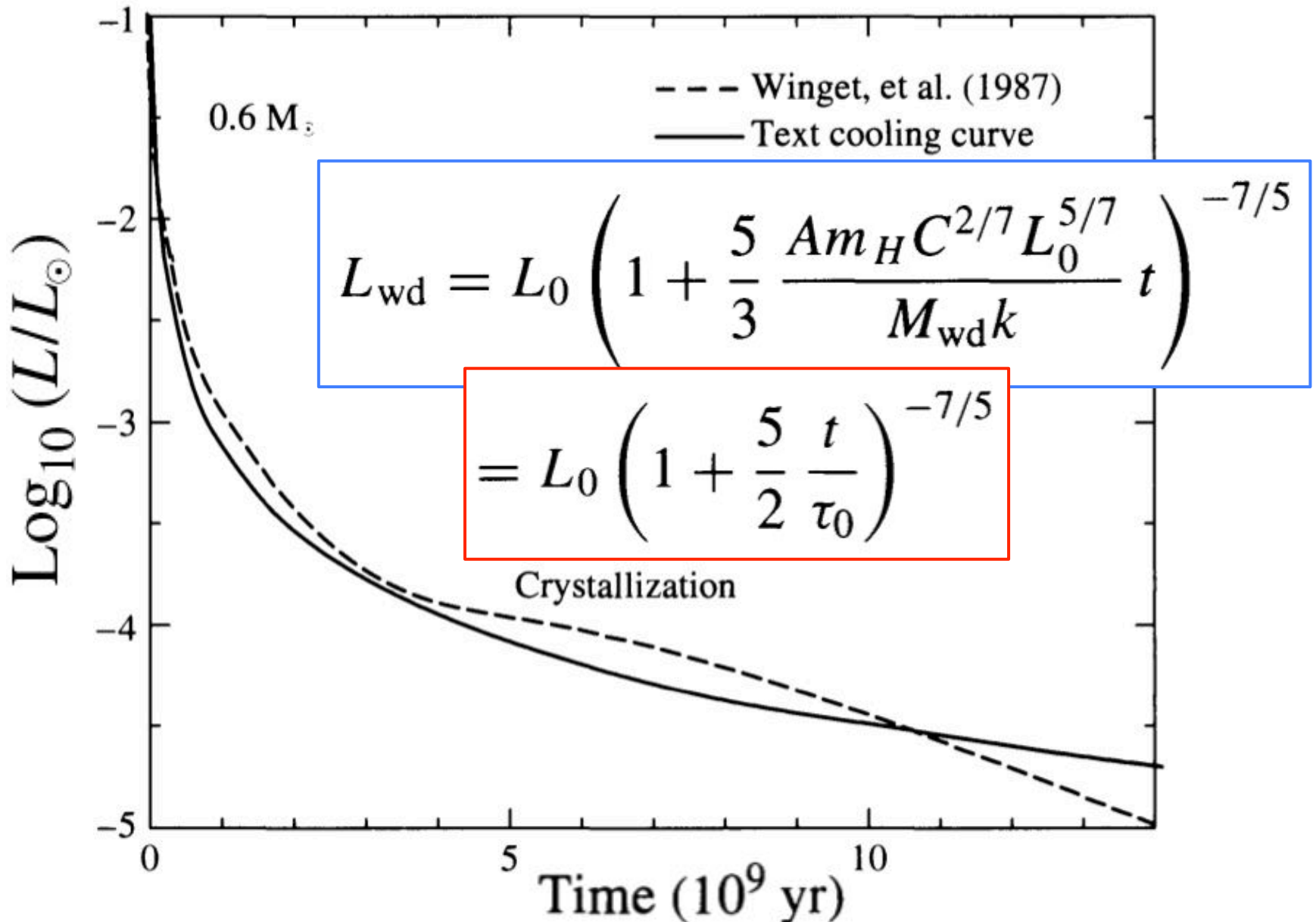


FIGURE 16.9 Theoretical cooling curves for $0.6 M_{\odot}$ white-dwarf models. [The solid line is from Eq. (16.23), and the dashed line is from Winget et al., *Ap. J. Lett.*, 315, L77, 1987.]

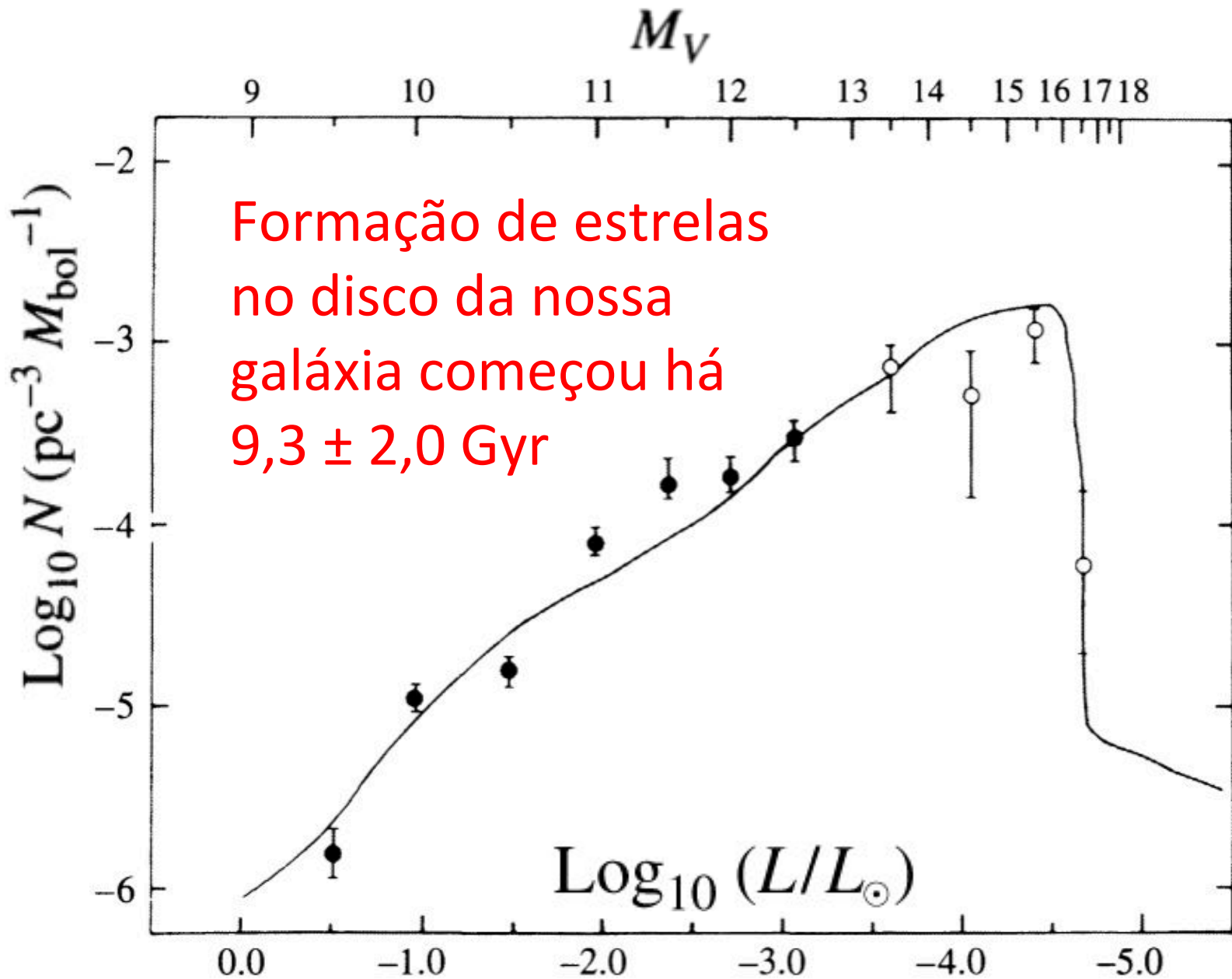
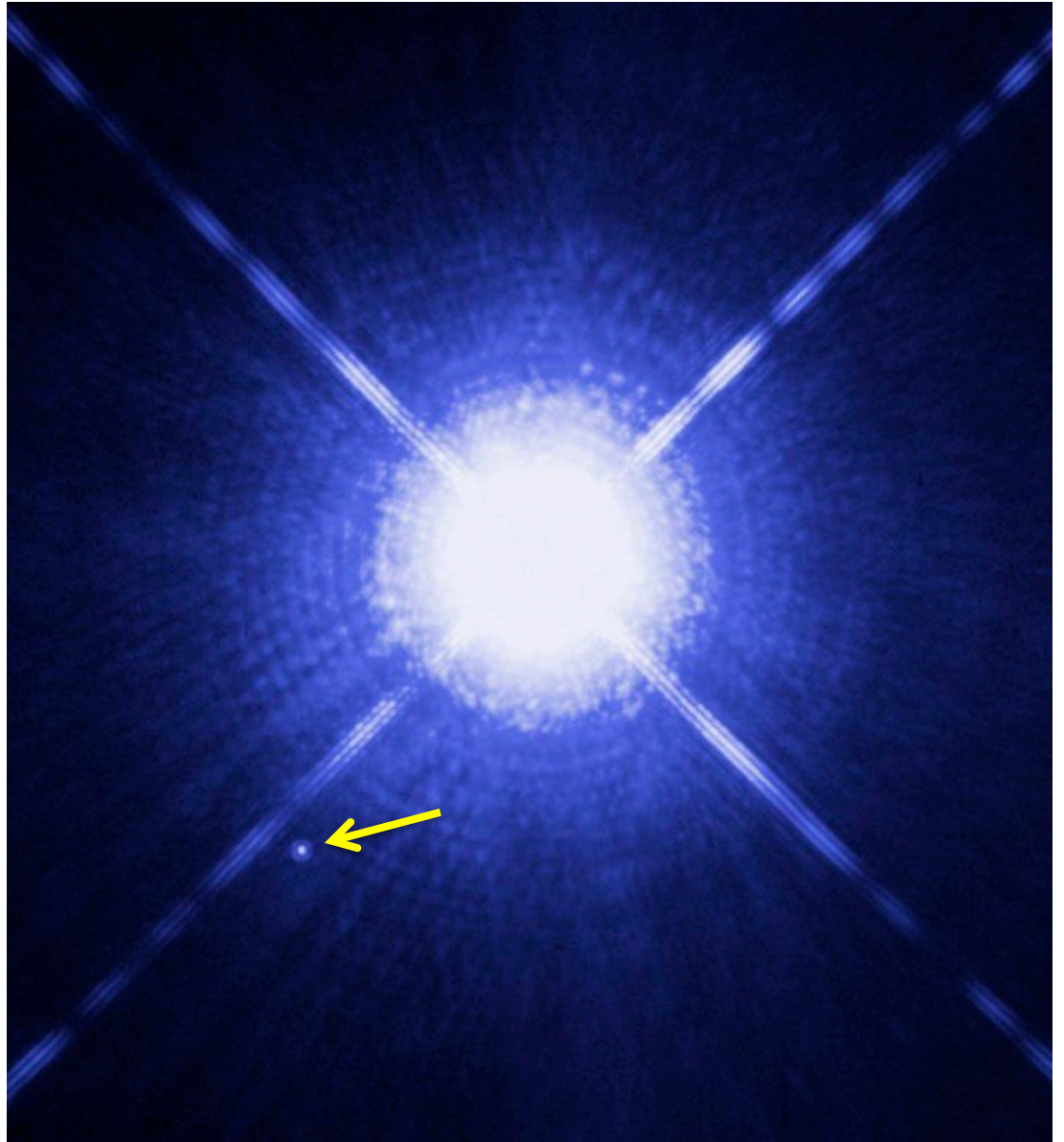


FIGURE 16.10 Observed and theoretical distribution of white-dwarf luminosities. (Figure adapted from Winget et al., *Ap. J. Lett.*, 315, L77, 1987.)

Idade em sistemas binários

(incluindo uma componente anã branca)

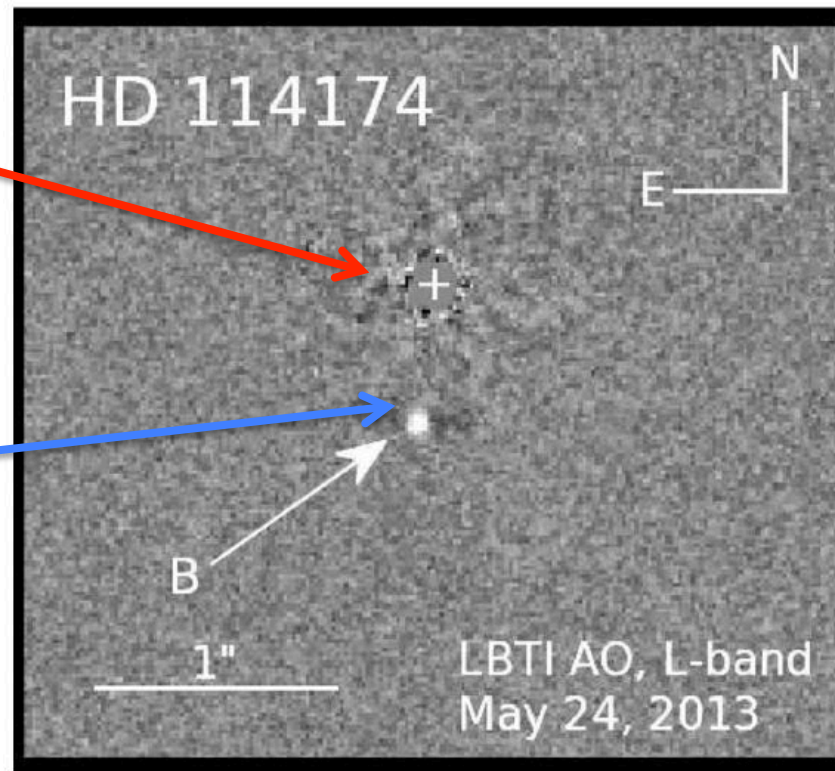


Sirius A e B

MID-INFRARED HIGH-CONTRAST IMAGING OF HD 114174 B: AN APPARENT AGE DISCREPANCY IN A “SIRIUS-LIKE” BINARY SYSTEM

CHRISTOPHER T. MATTHEWS¹, JUSTIN R. CREPP¹, ANDREW SKEMER², PHILIP M. HINZ²,
ALEXANDROS GIANNINAS³, MUKREMIN KILIC³, MICHAEL SKRUTSKIE⁴, VANESSA P. BAILEY²,
DENIS DEFRERE², JARRON LEISENRING², SIMONE ESPOSITO⁵, AND ALFIO PUGLISI⁵

Gêmea solar
(HD114174 A)
foi ocultada
para poder
observar a fraca
anã branca
(HD114174 B)



Sistema binário de
gêmea solar e anã
branca

Figure 1. L' -band recovery image of HD 114174 B after point-spread-function subtraction. The WD companion, HD 114174 B, is detected at an angular separation of $0''.68$ with a measured contrast ratio of $\Delta L' = 10.15 \pm 0.15$ at 10σ . This image represents the deepest high-contrast detection within $1''$ in the L' -band to date.

Table 1

Properties of HD 114174 A from Crepp et al. (2013)

Right ascension (J2000)	13 08 51.02
Declination (J2000)	+05 12 26.06
<i>B</i>	7.47 ± 0.01
<i>V</i>	6.8 ± 0.001
<i>R</i>	6.3 ± 0.02
<i>I</i>	6.0 ± 0.01
<i>Y</i> ^a	5.71 ± 0.01
<i>J</i>	5.613 ± 0.026
<i>H</i>	5.312 ± 0.027
<i>K_s</i>	5.202 ± 0.023
Distance (pc)	26.14 ± 0.37
Mass (<i>M</i> _⊙)	1.05 ± 0.05
Radius (<i>R</i> _⊙)	1.06
Luminosity (<i>L</i> _⊙)	1.13
Age (isochonal) (Gyr)	4.7 ^{+2.3} _{-2.6}
Age (gyrochronological) (Gyr)	4.0 ^{+0.96} _{-1.09}
(Fe/H)	0.07 ± 0.03
log(<i>g</i>) (cm s ⁻²)	4.51 ± 0.06
<i>T</i> _{eff} (K)	5781 ± 44
Spectral type	G5 IV-V
<i>v</i> sin(<i>i</i>) (km/s)	1.8 ± 0.5

Note. ^a We estimate the *Y*-band magnitude of HD 114174 A by fitting a blackbody function to *BVRIJHK_s* photometric measurements (Section 3.2).

Gêmea solar (primária)

Segundo o artigo: 4,7±2.6 Gyr

Nosso grupo: 6,4± 0,7 Gyr

Table 2

Photometry and Best Fit Hydrogen Model for HD 114174 B

ΔY	>8.2 ± 0.7 mag
ΔJ	10.48 ± 0.11 mag
ΔK	10.75 ± 0.12 mag
$\Delta L'$	10.15 ± 0.15 mag
<i>Y</i>	>14.0 ± 0.7
<i>J</i>	16.06 ± 0.11
<i>K_s</i>	15.94 ± 0.12
<i>L'</i>	15.30 ± 0.16
<i>M_Y</i>	>11.85 ± 0.7
<i>M_J</i>	13.98 ± 0.11
<i>M_{K_s}</i>	13.85 ± 0.12
<i>M_L</i>	13.21 ± 0.16
Mass (<i>M</i> _⊙)	0.54 ± 0.01
Radius (<i>R</i> _⊙)	0.01301 ± 0.00019
log <i>L/L</i> _⊙	-4.30 ± 0.02
Age (Gyr)	7.77 ± 0.24
log <i>g</i>	7.94 ± 0.03
<i>T</i> _{eff} (K)	4260 ± 360
<i>M_v</i>	7.90 ± 0.03
<i>M</i> _{bol}	15.49 ± 0.03

Anã branca: 7,7 Gyr.

Porem, se a atmosfera for de He → idade 6,2 Gyr (em excelente acordo com nossa idade da gêmea solar)

Estudo de anãs brancas no Brasil

- Kepler Oliveira (UFRGS)



- Alejandra Romero (UFRGS)



Grupo da UFRGS: observações e teoria de anãs brancas.