Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física para Engenharia II - 4320196
Lista de exercícios 3 - 2012*

(Quando necessário utilize $c = 3 \times 10^8$ m/s)

Cinemática Relativística

1. Uma régua tem o comprimento próprio de 1 m e se move ao longo do próprio eixo com uma velocidade V em relação a um observador. O comprimento da régua medido pelo observador é 0,914 m. Qual a velocidade V?

R: 0,406 c.

2. Considere um universo em que a velocidade da luz é $c = 120$ km/h. Um Honda Civic correndo a uma velocidade v relativa à estrada ultrapassa um Gol se movendo a uma velocidade de $\frac{c}{2}$ em relação à estrada. A velocidade do Civic é tal que seu comprimento é medido por um observador fixo na estrada como sendo o mesmo que o do Gol. Sabe-se que o comprimento próprio do Civic é o dobro do comprimento próprio do Gol. Qual é a velocidade do Honda Civic?

R: $v = 108{,}2$ km/h.

3. Um estudante vai realizar uma prova que deve durar 1 hora. Seu professor está em viagem e passará (sem parar) pela Terra com velocidade constante $v = 0{,}6$ c. O aluno propõe que a prova inicie quando o professor passar pela Terra e quando o professor, em seu próprio relógio, verificar que se passou 1 hora do início da prova ele envie um sinal luminoso à Terra. O aluno terminaria a prova quando recebesse o sinal luminoso. Quanto tempo o aluno teria para realizar a prova de acordo com seu relógio?

(a) Quanto tempo o aluno teria para realizar a prova, de acordo com seu relógio?

(b) E quanto tempo o aluno teve para fazer a prova, de acordo com o relógio do professor?

(c) Qual desses intervalos de tempo realmente importa?

R: (a) 2 horas, (b) 2,5 horas, (c) O horário medido pelo aluno, claro!.

4. Um evento ocorre no sistema de referência S em $x = 40$ m, $y = z = 0$, $t = 10^{-8}$ s. S' é um sistema de referência com uma velocidade de 0,8 c ao longo do eixo x positivo de S. Ache as coordenadas espaço-tempo do acontecimento em S' se os eixos x, y, z de ambos os sistemas forem paralelos.

R: $x' = 62{,}7$ m, $y' = z' = 0$ e $t' = -1{,}6 \times 10^{-7}$ s.

5. Uma barra de comprimento próprio l_0 no sistema S', move-se com velocidade constante v relativamente ao sistema S. A extremidade da frente da barra, A', passa pelo ponto A de S no instante de tempo $t = t' = 0$ e neste instante é emitido de A' um sinal de luz que viaja de A' para B' (a extremidade de trás).

(a) Em qual instante de tempo t_0, medido em S' (em repouso com relação à barra), o sinal chega em B'?

(b) Em qual instante de tempo t_1, medido em S, o sinal alcança B'?

(c) Em qual instante de tempo t_2, medido em S, a extremidade B' da barra passa pelo ponto A?

R: (a) $t_0 = \frac{l_0}{c}$, (b) $t_1 = \frac{l_0}{c}\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}$ e (c) $t_2 = \frac{l_0}{\gamma v}$

6. Quando visto de um sistema inercial S, um evento ocorre no ponto x_A sobre o eixo x, e 10^{-6} s mais tarde um outro evento ocorre no ponto x_B, tal que $x_A - x_B = 600$ m, quando visto de S.

(a) Existe um outro sistema inercial S', movendo-se com uma velocidade menor do que c paralela ao eixo x, para o qual os dois eventos são simultâneos? Se assim for, qual é o módulo e o sentido da velocidade de S' com relação a S?

(b) Repita a parte (a) para o caso em que A e B estão separados somente de 100 m quando vistos de S.

R: (a) Sim, $\vec{v} = -0{,}5\,c\,\hat{x}$ e (b) $\vec{v} = -3\,c\,\hat{x}$ (???), impossível!.

7. Uma espaçonave inimiga está perseguindo sua espaçonave Starfighter com velocidade, medida em relação a você, igual a 0,4c. A espaçonave inimiga dispara um míssil para atingir a Starfighter com uma velocidade, em relação à espaçonave inimiga, de 0,7c.

(a) Qual é a velocidade do míssil em relação a você? Expresse sua resposta em termos da velocidade da luz.

*Nota: os exercícios especialmente desafiantes estão marcados com **(*)**.

(b) Se você mediu uma distância igual a $8{,}0\times10^6$ km entre você e a espaçonave inimiga no instante em que o míssil foi disparado, qual será o tempo que o míssil levará para atingir você?

R: (a) 0,86c ; (b) 31s

8. Um astronauta observa duas espaçonaves viajando em direção a ele em sentidos opostos. Uma das espaçonaves (S_1) se aproxima com uma velocidade escalar $v_1 = 0{,}6\,\mathrm{c}$, enquanto a segunda (S_2) se aproxima com uma velocidade escalar $v_2 = 0{,}8\,\mathrm{c}$. Com que velocidade escalar um observador em S_2 vê a espaçonave S_1 se aproximando?

R: $v = 0{,}95\,\mathrm{c}$.

9. Duas naves espaciais, A e B, viajam na mesma direção em sentidos contrários, com velocidade de magnitude $0{,}8\,\mathrm{c}$ em relação à Terra ($v_A = 0{,}8\,\mathrm{c}$ e $v_B = -0{,}8\,\mathrm{c}$). Cada nave tem o comprimento, $L_0 = 100\,\mathrm{m}$, no referencial em que está em repouso.

(a) Qual o comprimento de cada nave medido por um observador na Terra?

(b) Qual o comprimento e a velocidade da nave B medidos por um observador na nave A?

(c) Qual o comprimento e a velocidade da nave A medidos por um observador na nave B?

(d) No instante de tempo $t = 0$ (relógio da Terra) as proas das naves estão alinhadas e elas começam a passar uma pela outra. Em que instante de tempo (no relógio da Terra) estarão as popas alinhadas?

R: (a) $L_A = L_B = 60\,\mathrm{m}$, (b) $L'_B = 21{,}8\,\mathrm{m}$ e $v'_B = -0{,}98\,\mathrm{c}$, (c) $L'_A = 21{,}8\,\mathrm{m}$ e $v'_A = 0{,}98\,\mathrm{c}$ e(d) $t = 2{,}5\times10^{-7}\,\mathrm{s}$.

10. Dois eventos, um na posição (x_A, y_A, z_A), e outro na posição (x_B, y_B, z_B) ocorrem no mesmo instante t_1 para um observador que está no sistema inercial de referência S. Esses eventos serão simultâneos para um observador que está no sistema inercial de referência S', que se move com velocidade v ao longo do eixo x em relação a S? Se não, qual o intervalo de tempo entre a ocorrência destes eventos? Discuta a dependência do intervalo de tempo com v e com a distância entre os eventos.

R: Para $x_A \neq x_B$ os dois eventos não serão simultâneos, pois $t'_B - t'_A = \frac{\gamma v}{c^2}(x_A - x_B)$.

11. Dilatação do tempo na vida cotidiana. Dois relógios atômicos são cuidadosamente sincronizados. Um deles permanece em Nova York e o outro é montado em um avião que se desloca com velocidade média igual a 250 m/s e posteriormente volta para Nova York. Quando o avião retorna, o intervalo de tempo total medido pelo relógio no solo é igual a 4 h. Qual é a diferença entre os intervalos de tempo medidos pelos dois relógios e qual deles indica o intervalo de tempo mais curto?(*Sugestão:* como u << c, você pode simplificar $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ usando a série binomial.)

R: 5×10^{-9}s, o relógio do avião.

12. Uma nave espacial S é alcançada por uma nave espacial S' com S' passando por S com uma velocidade relativa $v = \frac{c}{2}$. O capitão de S saúda o capitão de S' piscando as luzes da proa e popa, simultaneamente do ponto de vista de S. Quando medida por S, a distância entre as luzes é de 100 m. Qual a diferença entre os tempos de emissão dos sinais das luzes, quando medidos por S'?

R: $\Delta t' = 1{,}92\times10^{-7}\,\mathrm{s}$.

13. Em um referencial S um observador vê duas partículas idênticas (A e B) emergirem da origem do sistema de referência, com velocidades iguais $u = 0{,}5\,\mathrm{c}$, formando um ângulo de $+30°$ e $-30°$ com o eixo x.

(a) Determine as velocidades de A e B quando observadas no referencial do centro de massa das duas partículas.

(b) Determine a velocidade da partícula A em relação à partícula B.

R: (a) $\vec{v}_A = \frac{\sqrt{13}}{13}\,\mathrm{c}\,\hat{\jmath}$ e $\vec{v}_B = -\frac{\sqrt{13}}{13}\,\mathrm{c}\,\hat{\jmath}$ e (b) $\vec{v}'_A = \frac{\sqrt{13}}{7}\,\mathrm{c}\,\hat{\jmath}$.

14. (*) Num sistema de referência S, uma barra de comprimento L_0 se move na direção y, com velocidade (0, u, 0), mantendo-se sempre paralela ao eixo x. Em $t = 0$ o centro da barra coincide com a origem do sistema de referência e eventos 1 e 2 ocorrem nas extremidades direita e esquerda da barra, respectivamente.

(a) Quais são as coordenadas espaços-temporais dos eventos 1 e 2, conforme um observador em S?

(b) Determine as coordenadas espaços-temporais dos eventos 1 e 2 observadas num referencial S', que se move com velocidade (v, 0, 0) relativamente a S. Em $t = t' = 0$ os dois sistemas de coordenadas se superpõem.

(c) Determine a velocidade da barra no sistema S'.

(d) Para um observador em S' a barra estará inclinada de um ângulo θ' em relação ao eixo x'. Determine esse ângulo.

R: (a) $x_1 = \frac{L_0}{2}$, $y_1 = z_1 = 0$, $t_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{L_0}{2}$, $y_2 = z_2 = 0$, $t_2 = 0$, (b) $x'_1 = \frac{\gamma L_0}{2}$, $y'_1 = z'_1 = 0$, $t'_1 = -\frac{\gamma v L_0}{2c^2}$ e $x'_2 = -\frac{\gamma L_0}{2}$, $y'_2 = z'_2 = 0$, $t'_2 = \frac{\gamma v L_0}{2c^2}$, (c) $u'_x = -v$, $u'_y = \frac{u}{\gamma}$, $u'_z = 0$ e (d) $\tan(\theta') = \frac{\gamma u v}{c^2}$.

15. Duas espaçonaves, cada uma com comprimento próprio L_0, passam uma pela outra viajando em direções opostas. Um astronauta na frente de uma das naves mede um intervalo de tempo T para que a outra passe

totalmente por ele. Expresse a velocidade relativa entre as naves em termos de L_0, c e T.
R: $v = \frac{L_0}{T}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{L_0^2}{T^2c^2}}}$.

16. (Poli 2007) Um trem de comprimento próprio L_0 move-se com velocidade $v = 0{,}8$ c em relação à estrada e dirige-se para uma ponte com extensão d, medida no referencial da estrada (S). No momento em que a dianteira do trem (A) passa pelo ponto O, no início da ponte, dois flashes de luz são disparados simultaneamente no referencial do trem (S'), nas extremidades do trem (A e B). Nesse instante, dois observadores, um em A e outro em O, sincronizam seus cronômetros em $t = t' = 0$ com a origem dos sistemas de referência S e S' coincidentes.

(a) No referencial da estrada, qual o intervalo de tempo Δt entre os flashes de luz emitidos em A e B?

(b) No referencial da estrada, em que instante t_1 o flash emitido em A atinge o ponto B?

(c) No referencial do trem, quanto tempo ele leva para percorrer completamente a ponte?

R: (a) $|\Delta t| = \frac{4}{3}\frac{L_0}{c}$, (b) $t_1 = \frac{1}{3}\frac{L_0}{c}$ e (c) $\delta t' = \frac{5L_0+3d}{4c}$.

17. Um feixe de mésons que se move com velocidade $v = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c em relação ao laboratório passa diante de dois contadores separados por uma distância $d = 9\,\mathrm{m}$ no laboratório. As partículas não sofrem perda alguma, seja em velocidade ou em energia, ao passarem diante dos contadores. Observa-se que o primeiro contador registra 1000 mésons e o segundo assinala somente 250. Admitindo-se que a diminuição no número de mésons resulta da desintegração destes em vôo, pergunta-se qual é a meia vida dessas partículas no seu sistema próprio. Admita que os mésons se desintegram segundo a lei $N(t) = N_0 \times 2^{-t/T}$, onde T é a meia vida dos mésons (não confundir com a vida média t_m, que é $t_m = T/\ln(2)!$).
R: $T' = 0{,}87 \times 10^{-8}$ s.

18. (Poli 2007) Num referencial S duas espaçonaves A e B movem-se com velocidades de módulo $u = 0{,}5\,\mathrm{c}$ na mesma direção, mas em sentidos opostos. Cada espaçonave tem comprimento próprio igual a $100\,\mathrm{m}$. Quando a espaçonave A passa pela origem O, um feixe de luz é emitido partindo de O, formando um ângulo de $\theta = 60°$ em relação ao eixo Ox.

(a) Determine a velocidade da espaçonave A em relação a B.

(b) Qual a inclinação θ' do feixe de luz medido pelo observador na espaçonave B?

(c) Os resultados obtidos nos itens anteriores são compatíveis com os postulados da relatividade? Explique.

R: (a) $u'_a = 0{,}8\,\mathrm{c}$, (b) $\theta' = \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$ e (c) Sim, é compatível: a velocidade escalar do raio de luz permanece sendo c.

19. Por que somos bombardeados por múons? Múons são partículas subatômicas instáveis que sofrem decaimento e se transformam em elétrons com uma vida média de 2,2 μs. Eles são gerados quando raios cósmicos bombardeiam as camadas superiores da atmosfera, a cerda de 10 km acima da superfície da Terra, e deslocam-se com uma velocidade muito próxima à da luz. O problema que gostaríamos de discutir é por que vemos múons na superfície da Terra.

(a) Qual é a maior distância que um múon poderia percorrer durante sua vida média?

(b) De acordo com a sua resposta à parte (a), seria de imaginar que os múons nunca chegariam à superfície. Mas a vida média é medida no sistema do múon, e múons se movem muito rápido. A uma velocidade de 0,999c, qual é a vida média de um múon em referência a um observador em repouso na Terra? Que distância o múon percorreria nesse tempo? Esse resultado explica por que encontramos múons em raios cósmicos?

(c) Do ponto de vista do múon, ele continua vivendo apenas durante 2,2 μs, então como ele alcança o solo? Qual é a densidade dos 10 km de atmosfera que o múon precisa atravessar, em relação ao múon? Está claro agora como o múon consegue chegar ao solo?

R: (a) $6{,}6 \times 10^2$m , (b) $4{,}92 \times 10^{-5}s$; $1{,}48 \times 10^4$m; sim e (c) 447m

20. A relatividade e a equação de onda

(a) Considere uma transformação galileana ao longo do eixo Ox: $x' = x - vt$ e $t' = t$. No sistema de referência S, a equação da propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo é dada por

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

onde E representa o campo elétrico da onda. Mostre que, usando uma transformação galileana no sistema de referência S', obtemos

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 E(x',t')}{\partial x'^2} + \frac{2v}{c^2}\frac{\partial^2 E(x',t')}{\partial x'\partial t'} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E(x',t')}{\partial t'^2} = 0$$

A forma da equação anterior é diferente da forma da equação de onda no sistema S. Logo, a transformação galileana viola o primeiro postulado da relatividade segundo o qual todas as leis físicas devem possuir a mesma forma em todos os sistemas de referência inerciais.

(b) Repita a análise do item (a) usando agora as transformações de Lorentz e mostre que no sistema de referência S' a equação da onda possui a mesma forma da equação da onda no sistema S. Explique por que esse resultado mostra que a velocidade da luz no vácuo é igual a c tanto no sistema de referência S quanto no sistema S'.

Dinâmica Relativística

1. Um elétron, cuja energia é 0,511 MeV quando em repouso, está com velocidade $u = 0{,}8\,\mathrm{c}$. Achar sua energia total, a sua energia cinética e o seu momento.
R: $E = 0{,}852\,\mathrm{MeV}$, $K = 0{,}341\,\mathrm{MeV}$ e $p = 0{,}681\,\mathrm{MeV}/c$.

2. A vida média de múons μ em repouso é $T_0 = 2{,}2 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}$. Uma medida realizada no laboratório forneceu uma vida média $T_0 = 6{,}9 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}$. Responda às seguintes perguntas também considerando medidas realizadas no laboratório.

(a) Qual a velocidade dos mésons?

(b) A massa de repouso de um méson-μ é 207 vezes a massa de repouso do elétron ($m_e = 0{,}511\,\mathrm{MeV/c^2}$). Qual é a massa relativística dos mésons criados no laboratório?

(c) Qual é a energia cinética dos mésons?

(d) Qual é o momento linear dos mésons?

R: (a) $v = 0{,}95\,\mathrm{c}$, (b) $m = 332\,\mathrm{MeV/c^2}$, (c) $K = 226\,\mathrm{MeV}$ e (d) $p = 315\,\mathrm{MeV/c}$.

3. Uma caixa retangular em repouso tem arestas com comprimentos a, b, e c. A massa de repouso da caixa é m_0 e sua massa de repouso por unidade de volume é $\rho_0 = \frac{m_0}{abc}$.

(a) Qual é o volume da caixa, visto por um observador que se move em relação à caixa com velocidade de magnitude v na direção da aresta a?

(b) Qual é a massa relativística da caixa medida por este observador?

(c) Qual é a densidade da caixa, em termos de ρ_0, quando medida pelo observador?

R: (a) $V_0' = \frac{abc}{\gamma}$, (b) $m = \gamma m_0$ e (c) $\rho_0' = \gamma^2 \rho_0$.

4. Um núcleo de ^{12}C é composto de 6 prótons (p) e 6 nêutrons (n), mantidos em estreita associação por forças nucleares intensas. As massas de repouso do núcleo ^{12}C, do próton e do nêutron são, respectivamente, $m_C = 12{,}000000\,u$, $m_p = 1{,}007825\,u$ e $m_n = 1{,}008665\,u$, onde $u = 931{,}4815\,\mathrm{MeV/c^2}$. Qual é a quantidade de energia que devemos fornecer a um núcleo de ^{12}C para separá-lo em seus prótons e nêutrons constituintes?
R: $\Delta E = 92{,}1608\,\mathrm{MeV} = 1{,}48 \times 10^{-11}\,\mathrm{J}$.

5. Para um avião supersônico voando a 2400 km/h, ache o erro percentual feito no cálculo da sua energia cinética, quando se utiliza a aproximação não relativística.
R: $\frac{\Delta K}{K} = 3{,}7 \times 10^{-12} = 3{,}7 \times 10^{-10}\,\%$.

6. Um próton com energia cinética $E_K = 437\,\mathrm{MeV}$ colide elasticamente com um próton em repouso e, após a colisão, os prótons emergem com energias cinéticas iguais. Determine o ângulo entre as direções definidas pelas trajetórias dos prótons após a colisão.
R: $\theta = 84{,}0°$.

7. Um corpo de massa de repouso m_0 caminhando inicialmente com uma velocidade de magnitude $v = 0{,}6\,\mathrm{c}$ em relação ao referencial do laboratório, efetua uma colisão perfeitamente inelástica com um corpo idêntico, inicialmente em repouso no referencial do laboratório.

(a) Qual é a velocidade do corpo resultante?

(b) Qual é a massa de repouso do corpo resultante?

R: (a) $u = \frac{1}{3}\,\mathrm{c}$ e (b) $M_0 = \frac{3\sqrt{2}}{2}\,m_0$.

8. Uma partícula de massa de repouso m_0 tem uma energia cinética K. Prove que seu momento linear obedece à equação

$$p = \sqrt{2m_0K + \frac{K^2}{c^2}}.$$

9. Um elétron e um pósitron (anti-elétron) movem-se juntos, formando um sistema ligado conhecido como positrônio, com velocidade $v_0 = 0{,}6\,\mathrm{c}$. Num certo instante de tempo o pósitron e o elétron se aniquilam, criando dois fótons que se movem em direções que formam ângulos θ iguais em relação à direção definida pela trajetória do positrônio. Fótons são partículas de massa de repouso igual a zero. As energias de repouso do elétron e do pósitron são iguais e valem $0{,}5\,\mathrm{MeV/c^2}$. Despreze a energia de ligação do positrônio.

(a) Qual a energia do positrônio?

(b) Qual a energia e o momento linear de cada fóton?

(c) Qual o valor do ângulo θ?

R: (a) $E_p = 1{,}25\,\mathrm{MeV}$, (b) $E_f = 0{,}625\,\mathrm{MeV}$ e $p_f = 0{,}625\,\mathrm{MeV/c}$ e (c) $\theta = \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$.

10. No referencial do laboratório, qual a mínima energia cinética que um próton deve ter para que ao colidir com outro próton de mesma energia, mas movendo-se em sentido contrário, crie no estado final mais um próton e um antipróton? (No estado final haverá três prótons e um antipróton e a mínima energia corresponde à situação em que todas as partículas estão em repouso em relação ao laboratório). Use para a massa de repouso do próton e do antipróton $M_0 = 1\,\mathrm{GeV/c^2}$.
R: $K = 1\,\mathrm{GeV}$.

11. Uma partícula é criada a 20 km acima do nível do mar com energia $E = 1{,}35 \times 10^5$ MeV em relação à Terra, e passa a se deslocar verticalmente para baixo. No seu sistema próprio (sistema que se desloca com a mesma velocidade da partícula) ela se desintegra no intervalo de tempo $\Delta t = 2{,}0 \times 10^{-8}$ s após a sua criação. A energia de repouso da partícula é $E_0 = 140$ MeV. Determine, para um observador na Terra:

(a) Quanto tempo demora para a partícula se desintegrar?

(b) A que altura acima do nível do mar se dá a desintegração?

R: (a) $T = 1{,}93 \times 10^{-5}$ s e (b) $h = 14{,}2$ km.

12. Duas partículas de mesma massa de repouso $m_0c^2 = 1$ GeV caminham em sentidos opostos com velocidade de magnitudes $v_1 = 0{,}6$ c e $v_2 = 0{,}8$ c. Num determinado instante de tempo elas colidem formando uma única partícula de massa de repouso M_0 e velocidade de magnitude v.

(a) Determine o valor de v.

(b) Determine o valor de M_0.

(c) Qual é a energia cinética da partícula formada na colisão?

R: (a) $|v| = 0{,}20$ c, (b) $M_0 = 2{,}9\,\mathrm{GeV/c^2} = 5{,}3 \times 10^{-27}$ kg, e (c) $K = 58$ MeV.

13. Em relação a um referencial S uma partícula possui energia de 5 GeV e momento linear de 3 GeV/c.

(a) Qual é a massa de repouso da partícula?

(b) Qual é a energia da partícula em um referencial S' onde seu momento linear é igual a 4 GeV/c?

(c) Qual é a velocidade relativa dos dois referenciais S e S' (S e S' se movem em sentidos opostos)?

R: (a) $m_0 = 4{,}0\,\mathrm{GeV/c^2}$, (b) $E' = \sqrt{32}$ GeV e (c) $u = 0{,}19$ c.

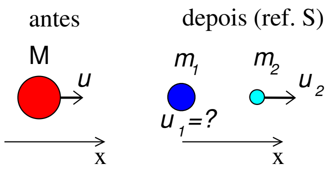
14. Uma partícula de massa de repouso M_0 estacionária, cinde-se em duas partículas cujas massas de repouso são m_0 e $2m_0$. A velocidade da partícula de massa m_0 é 0,8 c.

(a) Determine a velocidade da partícula de massa $2m_0$.

(b) Obtenha a razão $\frac{M_0}{m_0}$.

R: $v_{2m_0} = \frac{2}{\sqrt{13}}$ c e (b) $\frac{M_0}{m_0} = \frac{5+2\sqrt{13}}{3}$.

15. (Poli 2011) Um objeto de massa de repouso M tem velocidade $u = \frac{3c}{5}$ em relação a um referecial inercial S. Em um dado momento, o objeto se quebra em dois corpos com massas de repouso m_1 e m_2 e velocidades u_1 e u_2 (em relação a S) respectivamente (vide figura). Sendo $m_2 = \frac{M}{4}$ e $u_2 = \frac{4c}{5}$:



(a) Calcule u_1 e m_1.

(b) Calcule a variação de energia cinética do sistema no referencial S.

(c) Calcule as velocidades dos corpos 1 e 2 em relação a um outro referencial inercial S' que se move com velocidade $v = \frac{3c}{5}$ (na direção x positiva) em relação a S.

R: (a) $u_1 = \frac{c}{2}$, $m_1 = \frac{5\sqrt{3}}{12}M$ (b) $\Delta K = \left(9 - 5\sqrt{3}\right)\frac{Mc^2}{12}$ (c) $u_1' = \frac{-c}{7}$; $u_2' = \frac{5c}{13}$.

16. Uma partícula de massa em repouso $2\,\mathrm{MeV}/c^2$ e energia cinética 3 MeV colide com uma partícula estacionária de massa de repouso $4\,\mathrm{MeV/c^2}$. Depois da colisão, as duas partículas ficam unidas. Achar

(a) o momento inicial do sistema,

(b) a velocidade final do sistema de duas partículas e

(c) a massa em repouso do sistema de duas partículas.

R: (a) 4,58 MeV/c, (b) 0,509 c e (c) $7{,}75\,\mathrm{MeV/c^2}$.

17. Um elétron move-se livremente na direção x positiva no sistema inercial 1 com velocidade $v = 0{,}8$ c. Qual o valor de seu momento e de sua energia neste sistema? Considere agora um outro sistema inercial 2 que se move na direção x positiva com velocidade 0,6 c em relação ao sistema 1. Ache o momento e a energia do elétron neste sistema. Deixe suas respostas em termos da massa de repouso do elétron m_0 e da velocidade da luz c.
R: No sistema 1: $\vec{p}_1 = \frac{4}{3}m_0c\,\hat{x}$ e $E_1 = \frac{5}{3}m_0c^2$. No sistema 2: $\vec{p}_2 = \frac{5}{12}m_0c\,\hat{x}$ e $E_2 = \frac{13}{12}m_0c^2$.

18. (*) Considere a seguinte colisão elástica observada em um dado referencial S: uma partícula A tem massa de repouso m_0 e uma partícula B massa de repouso $M_0 = 2m_0$. Antes da colisão a partícula A move-se com velocidade $\vec{v} = 0{,}6\,c\,\hat{\imath}$ e a partícula B está em repouso. Depois da colisão, a partícula A move-se ao longo da direção y, no sentido positivo, com velocidade de magnitude v_A e a partícula B move-se segundo um ângulo θ em relação à direção x com velocidade de magnitude v_B. **Dica:** use o fato de que $\gamma^2 v^2 = (\gamma^2 - 1)c^2$.

(a) Determine as magnitudes das velocidades v_A e v_B das partículas A e B.

(b) Determine o ângulo θ.

R: (a) $v_A = 0{,}371$ c e $v_B = 0{,}392$ c e (b) $\theta = 28{,}0°$.

19. O Grande Colisor de Hádrons (LHC). Físicos e engenheiros do mundo todo se juntaram para construir o maior acelerador de partículas do mundo, o Grande Colisor de Hádrons (*Large Hadron Collider* - LHC) nos laboratórios da CERN em Geneva, Suíça. O aparelho irá acelerar prótons (massa de repuso 938,3 MeV/c^2) a energias cinéticas de 7 TeV em um anel subterrâneo de 27 km de circunferência. (Leia as últimas notícias e informações sobre o LHC no site www.cern.ch).

(a) Qual a velocidade que os prótons alcançarão no LHC? (Como o valor de v é muito próximo à da luz, use $v = (1 - \Delta)c$ e encontre a sua resposta em termos de Δ.)

(b) Encontre a massa ralativística, m_{rel} dos prótons acelerados em termos de sua massa de repouso.

R: (a) $v = (1 - 9 \times 10^{-9})c$; (b) $m = 7 \times 10^3 m_0$.

20. Radiação Čerenkov. A velocidade de propagação da luz em um meio material com índice de refração n é dada por c/n. O físico russo P. A. Čerenkov descobriu que ocorre uma emissão de ondas eletromagnéticas quando uma partícula carregada se desloca em um meio material com velocidade superior à velocidade de propagação da luz no material. (Esse efeito é análogo ao estrondo sônico produzido por um avião que se desloca no ar com velocidade superior à velocidade do som no ar. Čerenkov ganhou em 1958 o Prêmio Nobel por essa descoberta). Qual é a energia cinética mínima (em elétrons-volt) que um elétron (massa de repouso 0,511 MeV/c^2) deve possuir ao se deslocar ao longo de uma barra de vidro crown (n=1,52) para que ele possa emitir radiação Čerenkov?
R: $1{,}68 \times 10^5$ eV .

21. (*) Em um acelerador de partículas como o Pelletron do IFUSP é feita uma colisão entre um núcleo-feixe e um núcleo-alvo. Os dois núcleos se fundem formando um outro núcleo em estado excitado, que emerge com uma certa velocidade V no laboratório, na direção e sentido do feixe original. Esse núcleo resultante é instável e, portanto, ele eventualmente decai (o processo de decaimento é uma transição entre estados quânticos nucleares). Nesse decaimento, um certo raio gama (ou seja, um *fóton*, ou partícula de luz, de alta energia) é emitido, de tal modo que, no referencial do núcleo instável, a energia desse raio gama é sempre a mesma, mas a direção em que ele é emitido é arbitrária. No laboratório esse experimento é repetido muitas vezes, com detectores dispostos a 0° e 90° com relação à direção do feixe. Sabendo que o detector que está a 0° (ou seja, na linha de frente do feixe) sempre mede a energia do raio-gama como sendo 1010 keV, e que o detector a 90° sempre mede uma energia de 1000 keV, determine: a **velocidade de recuo** V do núcleo instável em termos da velocidade da luz c e a **energia do raio gama** no referencial de repouso do núcleo instável. Note que a energia de um fóton é proporcional à sua frequência, $E = h\nu$ (onde ν é a frequência da radiação, e h é uma constante, denominada constante de Planck).

R: $V \cong 0{,}01\,c$, $E' = 1000\,\text{keV}$.

Efeito Doppler Relativístico

1. O maior comprimento de onda da luz emitida pelo hidrogênio, na série de Balmer, tem o comprimento de onda $\lambda_0 = 656\,\text{nm}$. Na luz emitida por uma galáxia distante, este comprimento de onda é medido como $\lambda' = 1458\,\text{nm}$. Achar a velocidade de recessão da galáxia em relação à Terra.
R: 0,663 c.

2. (*) Considere a colisão de um fóton de energia $h\nu$ com um elétron que está em repouso em um dado referencial. Após a colisão, parte da energia é transferida ao elétron, e um outro fóton de energia menor $h\nu'$ é gerado, sendo que sua trajetória forma um ângulo θ com a direção de incidência do fóton original. Utilizando a conservação de energia e momento relativísticos, determine a relação entre a energia do fóton "espalhado" e o ângulo de espalhamento $h\nu'(\theta)$. Este processo de espalhamento de fótons por elétrons é denominado "Efeito Compton".
Sugestão: considere a conservação de energia total, e das componentes x e y do momento linear total no plano do espalhamento (sendo x, por exemplo, a direção de incidência do fóton original).
R: $h\nu'(\theta) = \frac{h\nu}{1+\frac{h\nu}{m_e c^2}[1-\cos(\theta)]}$, onde m_e é a massa de repouso do elétron.

3. Diga isso ao juiz

(a) Qual deve ser a velocidade com a qual você tem de se aproximar de um sinal de trânsito vermelho ($\lambda = 675$ nm) para que ele aparente uma cor amarela ($\lambda = 575$ nm)? Expresse sua resposta em termos da velocidade da luz.

(b) Se você usou isso como desculpa para não pagar a multa pelo avanço do sinal vermelho, quanto você teria de pagar de multa pelo excesso de velocidade? Suponha que seja cobrada uma multa de R$ 1,00 para cada km/h de excesso de velocidade acima da velocidade permitida de 90 km/h.

R: (a) 0,159c ; (b) R$ $1{,}72 \times 10^8$.

4. Um dos comprimentos de onda emitido pelos átomos de hidrogênio submetidos a condições normais de laboratório é $\lambda = 656{,}3$ nm, na região vermelha do espectro eletromagnético. Observando-se essa mesma luz emitida por uma galáxia distante, verifica-se que ela sofre um deslocamento Doppler para $\lambda = 953{,}4$ nm, na região infravermelha do espectro eletromagnético. Qual é a velocidade dessa galáxia em relação à Terra? Ela está se aproximando ou se afastando da Terra?

R: 0,357c, afastando-se.