

Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física para Engenharia II - 4320196 Lista de exercícios 1 - 2013

(Quando necessário utilize $g = 10 \text{ m/s}^2$)

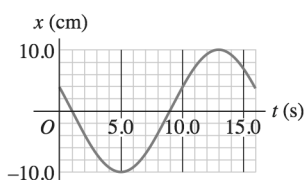
1. A corda de um piano emite um lá médio vibrando com uma frequência primária igual a 220 Hz.

- (a) Calcule o período e a frequência angular.
(b) Calcule a frequência angular de uma soprano emitindo um lá uma oitava acima, que é igual a duas vezes a frequência da corda do piano.

R: (a) $4,54 \times 10^{-3} \text{ s}$, $1,38 \times 10^3 \text{ rad/s}$; (b) $2,27 \times 10^{-3} \text{ s}$, $2,76 \times 10^3 \text{ rad/s}$.

2. O deslocamento de um objeto oscilando em função do tempo é mostrado na figura abaixo. Quais são

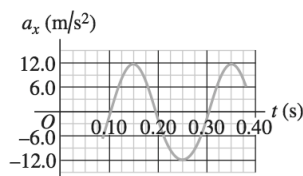
- (a) a frequência?
(b) a amplitude?
(c) o período?
(d) a frequência angular desse movimento?



R: (a) $1/16 \text{ s}$; (b) 10 cm ; (c) 16 s ; (d) $\pi/8 \text{ s}$

3. Sobre um trilho de ar sem atrito, horizontal, um corpo oscila na extremidade de uma mola ideal de constante $2,50 \text{ N/cm}$. O gráfico abaixo mostra a aceleração do corpo em função do tempo. Encontre

- (a) a massa do corpo;
(b) o deslocamento máximo do corpo a partir do ponto de equilíbrio;
(c) a força máxima que a mola exerce sobre o corpo;



R: (a) $0,253 \text{ kg}$; (b) $1,22 \text{ cm}$; (c) $3,05 \text{ N}$.

4. Uma massa de $1,50 \text{ kg}$ oscilando em uma mola tem o deslocamento em função do tempo dado pela equação

$$x(t) = (7,40 \text{ cm}) \cos[(4,16 \text{ s}^{-1})t - 2,42]$$

Encontre

- (a) O tempo de uma vibração completa;
(b) a constante da mola;
(c) a velocidade máxima da massa;
(d) a força máxima sobre a massa;
(e) a posição, velocidade e aceleração da massa em $t = 1,00 \text{ s}$;
(f) a força sobre a massa nesse instante;

R: (a) $1,51 \text{ s}$; (b) $26,0 \text{ N/m}$; (c) $0,308 \text{ m/s}$; (d) $1,92 \text{ N}$; (e) $-0,0125 \text{ m}$; $0,303 \text{ m/s}$; $0,216 \text{ m/s}^2$.

5. Uma pequena plataforma oscila com uma frequência de 4 Hz e com amplitude de 7 cm , presa numa mola vertical. Uma pequenina conta é pousada na plataforma no exato momento em que esta se encontra na posição mais baixa (figura abaixo). Admita que a conta seja tão leve que não altere perceptivelmente a oscilação.

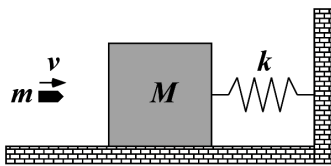
- (a) A que distância da posição de equilíbrio da plataforma sobre a mola a conta perde contato com a plataforma?
(b) Qual a velocidade da conta no instante em que abandona a plataforma?



R: (a) $1,55 \text{ cm}$ acima da posição de equilíbrio; (b) $1,72 \text{ m/s}$.

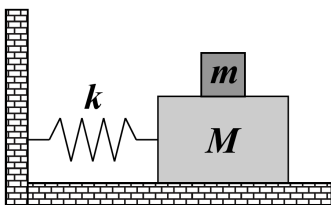
6. A figura abaixo mostra um bloco de massa M , em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, preso a uma mola de constante k . Uma bala de massa m e velocidade v atinge o bloco em $t = 0$, conforme é indicado na figura abaixo. A bala permanece dentro do bloco. Determine:

- (a) a velocidade do bloco imediatamente após a colisão;
 (b) a expressão do deslocamento x do sistema para $t > 0$.



R: (a) $V = \frac{m}{m+M}v$ e (b) $x = A \text{sen}(\omega t)$, com $A = \frac{mv}{(m+M)\omega}$ e $\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}$.

7. Um disco de massa M , preso por uma mola de constante elástica k e massa desprezível a uma parede vertical, desliza sem atrito sobre uma mesa de ar horizontal. Um bloquinho de massa m está colocado sobre o disco, com cuja superfície tem um coeficiente de atrito estático μ_e . Qual é a amplitude máxima de oscilação do disco para que o bloquinho não escorregue sobre ele?



R: $x_{max} = \frac{\mu_e(m+M)g}{k}$.

8. Certa mola sem massa está suspensa no teto com um pequeno objeto preso a sua extremidade inferior. O objeto é mantido inicialmente em repouso, numa posição y_i tal que a mola não fique esticada. O objeto é então liberado e oscila para cima e para baixo, sendo sua posição mais baixa 10 cm de y_i .

- (a) Qual a frequência da oscilação?
 (b) Qual a velocidade do objeto quando está 8 cm abaixo da posição inicial?
 (c) Um objeto de massa 300 g é ligado ao primeiro objeto; logo após, o sistema oscila com metade da frequência original. Qual a massa do primeiro objeto?
 (d) Com relação a y_i , onde é o novo ponto de equilíbrio (repouso) com ambos os objetos presos a mola?

R: (a) $\omega = 14 \text{ rad/s}$, (b) $|v| = 0,56 \text{ m/s}$ e (c) $m = 100 \text{ g}$ e (d) 0,2 m abaixo de y_i .

9. Um prédio em São Francisco tem enfeites luminosos que consistem em pequenos bulbos de 2,35 kg com

quebra-luzes pendendo do teto na extremidade de cordas leves e finas de 1,50 m de comprimento. Se um terremoto de fraca intensidade ocorrer, quantas oscilações por segundo farão esses enfeites?

R: 0,407 oscilações/s.

10. Depois de pousar em um planeta desconhecido, uma exploradora do espaço constrói um pêndulo simples de 50,0 cm de comprimento. Ela verifica que o pêndulo simples executa 100 oscilações completas em 136 s. Qual o valor de g nesse planeta?

R: $10,7 \text{ m/s}^2$.

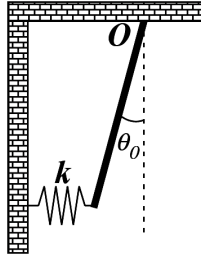
11. Um macaco mecânico de 1,80 kg é suspenso por um pivô localizado a uma distância de 0,250 m de seu centro de massa e começa a oscilar como um pêndulo físico. O período da oscilação com ângulo pequeno é igual a 0,940 s.

- (a) Qual o momento de inércia do macaco em relação a um eixo passando pelo pivô?
 (b) Quando ele é deslocado 0,400 rad da sua posição de equilíbrio, qual é sua velocidade angular quando ele passa pela posição de equilíbrio?

R: (a) $0,1007 \text{ kgm}^2$; (b) $2,656 \text{ rad/s}$.

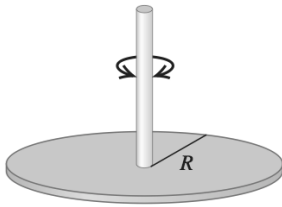
12. Uma haste rígida de comprimento L e massa M está suspensa, podendo girar em torno do ponto O , por uma das suas extremidades, como mostra a figura abaixo. Na outra extremidade a barra está ligada a uma mola de constante k que está na posição relaxada quando a barra se encontra na posição vertical. No instante $t = 0$, a barra é deslocada para a esquerda, até um ângulo θ_0 com a direção vertical, e abandonada a partir do repouso. Dado que $I_O = \frac{1}{3}ML^2$ e considerando que a mola sempre permanece na horizontal,

- (a) obtenha a equação diferencial que descreve o movimento da barra.
 (b) Determine a frequência angular ω de oscilação da barra, considerando oscilações de pequenas amplitudes.
 (c) Obtenha a equação $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra.



R: (a) $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left[\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}\cos(\theta)\right]\sin(\theta) = 0$, (b) $\omega = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}}$ e (c) $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$.

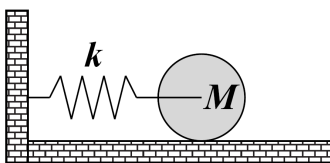
13. Um disco metálico fino de massa igual a $2,0 \times 10^{-3} \text{ kg}$ e raio igual a $2,20 \text{ cm}$ está suspenso em seu centro por uma longa fibra. O disco, depois de torcido e libertado, oscila com um período igual a $1,0 \text{ s}$. Calcule a constante de torção da fibra.



14. Uma mola horizontal sem massa está ligada ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa de um cilindro sólido, de massa M , de forma que ele possa rolar, sem deslizamento, sobre uma superfície horizontal (figura abaixo). A constante da mola é $k = 3,0 \text{ N/m}$. Se o sistema for liberado de uma posição de repouso em que a mola esteja esticada de $0,25 \text{ m}$, ache

- a energia cinética translacional e a energia cinética rotacional do cilindro quando ele passa pela posição de equilíbrio.
- Mostre que nessas condições o centro de massa do cilindro executa um movimento harmônico simples com período

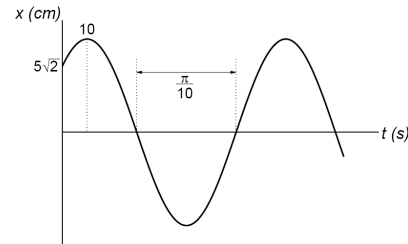
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3M}{2k}}$$



R: (a) $T_{trans} = 0,063 \text{ J}$ e $T_{rot} = 0,031 \text{ J}$.

15. (Poli 2007) A figura abaixo mostra a oscilação de um corpo com massa $0,5 \text{ kg}$ preso a uma mola.

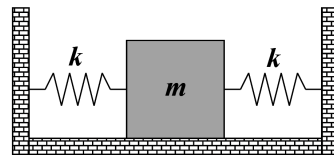
- Quanto vale a constante elástica da mola?
- Escreva a equação que descreve $x(t)$.
- Obtenha expressões para as energias potencial, cinética e mecânica total do oscilador em função do tempo.



R: (a) $k = 50 \text{ kg/s}^2 = 50 \text{ N/m}$, (b) $x(t) = 10 \cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$ e (c) $U(t) = \frac{1}{4} \cos^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ J}$, $T(t) = \frac{1}{4} \sin^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ J}$ e $E = \frac{1}{4} \text{ J}$.

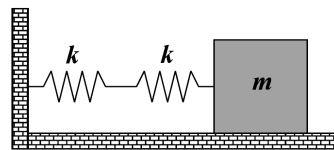
16. Na figura abaixo, mostramos duas molas idênticas (de constante k) ligadas a um mesmo bloco de massa m , sendo que as outras extremidades das molas estão fixas em suportes rígidos. Mostre que a frequência de oscilação do bloco sobre a superfície horizontal sem atrito é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

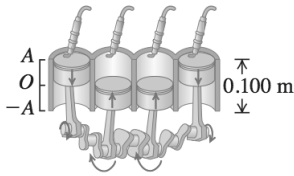


Suponha agora que as duas molas sejam conectadas ao bloco de massa m , conforme é indicado na figura abaixo. Mostre que a frequência de oscilação é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{2m}}$$



17. O movimento do pistão no interior do motor de um carro é aproximadamente um MHS.



- (a) Sabendo que o percurso (o dobro da amplitude) é igual a 0,100 m e que o motor gira com 3500 rev/min, calcule a aceleração do pistão no ponto final do percurso.
- (b) Sabendo que a massa do pistão é igual a 0,450 kg, qual a força resultante exercida sobre ele nesse ponto?
- (c) Calcule a velocidade e a energia cinética do pistão no ponto médio do percurso.
- (d) Qual é a potência média necessária para acelerar o pistão do repouso até a velocidade calculada no item (c)?
- (e) Se o motor girar a 7000 rev/min, quais serão as respostas das partes (b), (c) e (d)?

R: (a) $6,72 \times 10^3 \text{ m/s}^2$; (b) $3,02 \text{ kN}$; (c) $18,3 \text{ m/s}$; $75,6 \text{ J}$; (d) $17,6 \text{ kW}$; (e) $12,1 \text{ kN}$; $36,7 \text{ m/s}$; 302 J ; 141 kW .

18. Uma esfera sólida de 95 kg com um raio de 12 cm é suspensa por um fio vertical preso ao teto de uma sala. Um torque de 0,02 Nm é necessário para girar a esfera de um ângulo de 0,85 rad. Qual o período da oscilação, quando a esfera é liberada dessa posição?

R: $T = 9,6\pi \text{ s}$.

19. (Poli 2006) Uma plataforma de massa m está presa a duas molas iguais de constante elástica k . A plataforma pode oscilar sobre uma superfície horizontal sem atrito. Um bloco de massa $M = 2m$ é colocado sobre a plataforma. O sistema "bloco + plataforma" oscila com frequência angular ω .

- (a) Determine, em função de m e ω , o valor da constante k das molas.
- (b) Calcule, em termos da amplitude A , a força horizontal máxima exercida no bloco de massa M durante o movimento.
- (c) Se o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a plataforma é μ_e , encontre o valor máximo da amplitude para o qual o bloco não desliza sobre a plataforma durante a oscilação.

R: (a) $k = \frac{3}{2}m\omega^2$, (b) $F_{max} = 2m\omega^2 A$ e (c) $A_{max} = \frac{\mu_e g}{\omega^2}$.

20. Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção, dados por: $x_1 = \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})$ e $x_2 = \text{sen}(\omega t)$. Represente graficamente os respectivos vetores girantes.

21. Um pêndulo com fio de comprimento 1,00 m é abandonado do repouso de um ângulo inicial de 15° . Após 1000 s, sua amplitude é reduzida para $5,5^\circ$. Qual é o valor da constante de amortecimento γ ?

R: $\gamma = 0,002 \text{ s}^{-1}$.

22. Um ovo de 50,0 g fervido durante muito tempo está preso na extremidade de uma mola cuja constante é $k = 25,0 \text{ N/m}$. Seu deslocamento inicial é igual a 0,300 m. Uma força de amortecimento $F_x = -b_{vx}$ atua sobre o ovo e a amplitude do movimento diminui para 0,100 m em 5,0 s. Calcule o módulo da constante de amortecimento b .

23. Um oscilador harmônico amortecido consiste em um bloco ($m = 2 \text{ kg}$), uma mola ($k = 10,0 \text{ N/m}$) e uma força de amortecimento $F = -\rho v$. Inicialmente, ele oscila com amplitude de 25,0 cm; devido ao amortecimento, a amplitude é reduzida para três quartos do seu valor inicial, quando são completadas quatro oscilações.

(a) Qual o valor de ρ ?

(b) Quanta energia foi perdida durante essas oscilações?

R: (a) $\rho = 0,102 \text{ kg/s}$ e (b) $\Delta E = 0,136 \text{ J}$.

24. Em um sistema oscilatório com uma força de atrito temos:

$$F_{mola} + F_{atrito} = -kx - \rho \frac{dx}{dt},$$

onde k é a constante da mola e ρ é a constante de amortecimento. Logo, a equação de movimento fica:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + \rho \frac{dx}{dt} + kx = 0.$$

Considere o oscilador como estando no regime subcrítico e resolva a equação diferencial para as condições iniciais $x(0) = 0$ e $v(0) = v_0$.

R: $x(t) = \frac{v_0}{\omega} e^{-\frac{\rho t}{2M}} \text{sen}(\omega t)$, com $\omega = \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{\rho^2}{4M^2}}$.

25. (Poli 2007) Um corpo de massa $m = 40 \text{ g}$ está preso a uma mola de constante elástica $k = 100 \text{ N/m}$. Este sistema é colocado para oscilar e depois imerso num meio cujo coeficiente de atrito viscoso é $\rho = 0,08 \text{ kg/s}$.

(a) Determine a frequência natural do sistema.

- (b) Escreva a equação diferencial que descreve o movimento, explicitando os valores numéricos dos coeficientes (indicando suas unidades).
- (c) Qual é o regime de oscilação? (justifique)
- (d) Qual é a frequência de oscilação?

R: (a) $\omega_0 = 50 \text{ rad/s}$, (b) $\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ com $\gamma = 2 \text{ s}^{-1}$ e $\omega_0^2 = 2500 \text{ rad}^2/\text{s}^2$, (c) Regime Subcrítico pois, $\omega_0 > \frac{\gamma}{2}$ e (d) $\omega = \sqrt{2499} \text{ rad/s}$.

26. (Poli 2006) Um corpo de massa $m = 1,0 \text{ kg}$ oscila livremente, quando preso a uma mola, com frequência angular $\omega_0 = 2,0 \text{ rad/s}$. Posteriormente este conjunto é colocado num líquido, cujo coeficiente de resistência viscosa é $\rho = 2\sqrt{3} \text{ kg/s}$.

- (a) Escreva a equação diferencial do movimento harmônico amortecido, e a sua solução com as condições iniciais $x(0) = 0,50 \text{ m}$ e $v(0) = 0$.
- (b) Determine o tempo necessário T para que a amplitude do movimento diminua de um fator $1/e$ em relação ao valor inicial.

R: (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\sqrt{3} \frac{dx}{dt} + 4x = 0$, $x(t) = e^{-\sqrt{3}t} \cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ m}$ e (b) $T = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ s}$.

27. Considere uma situação em que você está examinando as características do sistema de suspensão de um automóvel. A suspensão “cede” 10 cm , quando o peso do automóvel inteiro é colocado sobre ela. Além disso, a amplitude da oscilação diminui 50% durante uma oscilação completa. Estime os valores de k e ρ para o sistema de mola e amortecedor em uma roda, considerando que cada uma suporta 500 kg .

R: $k = 5,0 \times 10^4 \text{ N/m}$ e $\rho = 1,1 \times 10^3 \text{ kg/s}$.

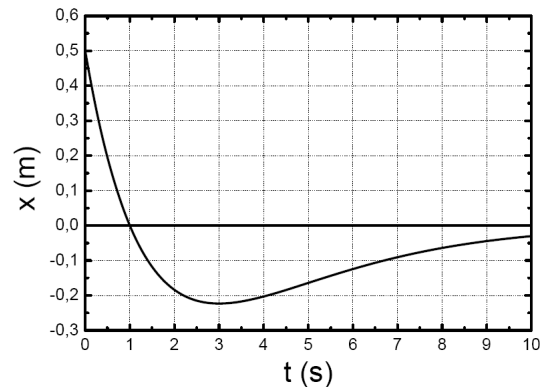
28. Um oscilador criticamente amortecido, partindo da posição de equilíbrio, recebe um impulso que lhe comunica uma velocidade inicial v_0 . Verifica-se que ele passa por seu deslocamento máximo, igual a $3,68 \text{ m}$, após 1 segundo.

- (a) Qual é o valor de v_0 ?
- (b) Se o oscilador tivesse um deslocamento inicial $x_0 = 2 \text{ m}$ com a mesma velocidade inicial v_0 , qual seria o valor de x no instante t ?

R: (a) $v_0 = 10 \text{ m/s}$ e (b) $x(t) = e^{-t}(2 + 12t)$.

29. (Poli 2006) O gráfico de $x(t)$, mostrado na figura abaixo, representa a equação horária de um oscilador

criticamente amortecido, para um sistema composto de um corpo de massa $m = 1,0 \text{ kg}$ preso a uma mola de constante elástica k e imerso em um líquido viscoso, de coeficiente de resistência viscosa ρ .



- (a) Em que instante de tempo a velocidade do corpo será nula, no intervalo de tempo mostrado no gráfico?
- (b) A equação horária $x(t)$ pode ser escrita como

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}(a + bt)$$

Determine os valores de a e b da equação.

- (c) Determine o coeficiente de resistência viscosa ρ e a constante elástica k da mola.
- (d) Determine o valor da velocidade inicial do oscilador.

R: (a) $t = 3 \text{ s}$, (b) $a = 0,5 \text{ m}$ e $b = 0,5 \text{ m/s}$, (c) $\rho = 1 \text{ kg/s}$ e $\gamma = 1 \text{ s}^{-1}$ e (d) $v_0 = -0,75 \text{ m/s}$.

30. Um corpo de massa $m = 1000 \text{ kg}$ cai de uma altura $H = 1 \text{ m}$ sobre uma plataforma de massa desprezível. Deseja-se projetar um sistema constituído por uma mola e um amortecedor sobre o qual se montará a plataforma de modo que ela fique em equilíbrio a uma distância $d = 2 \text{ m}$ abaixo de sua posição inicial, após o impacto. O equilíbrio deve ser atingido tão rápido quanto possível, sem oscilações.

- (a) Obtenha a constante k da mola e a constante de amortecimento ρ do amortecedor.
- (b) Obtenha a equação que descreve o movimento do bloco após entrar em contato com a plataforma.

R: (a) $k = 5 \times 10^3 \text{ N/m}$ e $\rho = 2\sqrt{5} \times 10^3 \text{ kg/s}$ e (b) $x(t) = 2(e^{-\sqrt{5}t} - 1) \text{ m}$.

31. Um oscilador não amortecido de massa m e frequência própria ω_0 move-se sob a ação de uma força externa $F = F_0 \sin(\omega t)$, partindo da posição de equilíbrio com velocidade inicial nula. Ache o deslocamento $x(t)$.

R: $x(t) = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \left[\sin(\omega t) - \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right]$.

32. (Poli 2006) Um corpo de massa m desliza sobre um plano horizontal sem atrito sujeito a três forças: uma força elástica resultante da ação de uma mola de constante elástica k , uma força devido à resistência viscosa do meio, caracterizada pela constante de resistência viscosa ρ e uma força externa periódica $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$, sendo Ω a frequência externa.

- (a) Escreva a equação diferencial que descreve o movimento do corpo e encontre a sua solução estacionária.
- (b) Considerando que $m = 50 \text{ kg}$, $k = 5000 \text{ N/m}$, $F_0 = 50 \text{ N}$ e $\rho = 500 \text{ kg/s}$, calcule a frequência natural do sistema e o seu fator de qualidade.
- (c) No regime estacionário, usando os valores do item anterior, determine o valor de Ω para o qual a amplitude do movimento é máxima.
- (d) No regime estacionário, usando os valores do item (b), determine o valor da amplitude máxima.

R: (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos(\Omega t)$, $x(t) = A(\Omega) \cos[\Omega t + \Phi(\Omega)]$, $A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \gamma^2 \Omega^2}}$ e $\Phi(\Omega) = -\arctan\left(\frac{\gamma \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}\right)$, (b) $\omega_0 = 10 \text{ s}^{-1}$ e $Q = 1$, (c) $\Omega_R = 5\sqrt{2} \text{ s}^{-1}$ e (d) $A_{max} = \frac{1}{50\sqrt{3}} \text{ m}$.

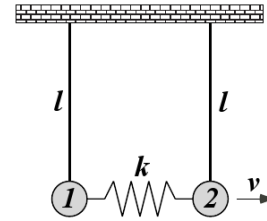
33. (Poli 2007) Um corpo de massa 50 g está preso a uma mola de constante $k = 20 \text{ N/m}$ e oscila, inicialmente, livremente. Esse oscilador é posteriormente colocado num meio cujo coeficiente de atrito viscoso é $\rho = 0,9 \text{ kg/s}$. Depois disso o oscilador, ainda no meio viscoso, é excitado por uma força externa $F = F_0 \cos(\Omega t)$, onde $F_0 = 9,0 \text{ N}$ e $\Omega = 20,0 \text{ rad/s}$.

- (a) Determine a frequência natural do sistema.
- (b) Qual o regime de oscilação do sistema quando imerso no meio viscoso, mas antes de ser excitado pela força externa? Justifique a resposta.
- (c) Depois que a força externa é aplicada e que o sistema entrou no regime estacionário, qual o valor da amplitude do movimento?
- (d) Qual deveria ser o valor exato da frequência externa de excitação para que a amplitude de oscilação, no regime estacionário, fosse máxima?

R: (a) $\omega_0 = 20 \text{ s}^{-1}$; (b) Regime subcrítico ($\omega_0 > \frac{\gamma}{2}$); (c) $A = 0,5 \text{ m}$ e (d) $\Omega_R = \sqrt{238} \text{ s}^{-1}$.

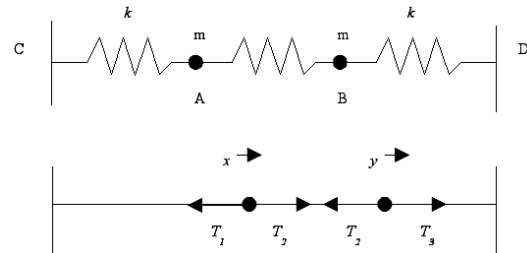
34. Duas partículas de mesma massa $m = 250 \text{ g}$, estão penduradas no teto por barras idênticas, de comprimento $l = 0,4 \text{ m}$ e massa desprezível, e estão ligadas uma à outra por uma mola de constante elástica $k = 25 \text{ N/m}$.

No instante $t = 0$, a partícula 2 (figura abaixo) recebe um impulso que lhe transmite uma velocidade $v = 15 \text{ cm/s}$. Determine os deslocamentos $x_1(t)$ e $x_2(t)$ das posições de equilíbrio das duas partículas (em cm) para $t > 0$.



R: $x_1(t) = 1,5 \text{ sen}(5t) - 0,5 \text{ sen}(15t)$ e $x_2(t) = 1,5 \text{ sen}(5t) + 0,5 \text{ sen}(15t)$.

35. Considere duas partículas A e B cada uma com massa m conectadas por uma mola de constante elástica k e comprimento natural a . Cada partícula está ligada a dois suportes C e D por duas molas com as mesmas características da primeira mola. Os dois suportes são separados por uma distância $3b$, como mostrado na figura abaixo. Em um dado instante de tempo t o deslocamento das partículas A e B é x e y a partir da posição de equilíbrio, resultando nas forças mostradas na figura. Calcule as frequências de oscilação do sistema.



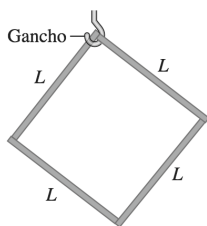
R: $\omega_1 = \frac{k}{m}$ e $\omega_2 = \frac{3k}{m}$.

36. Quando deslocados das posição de equilíbrio, os dois átomos da molécula de H_2 são submetidos a uma força restauradora $F_x = -kx$ com $k = 580 \text{ N/m}$. Calcule a frequência da oscilação da molécula de H_2 .

37. Um dispositivo experimental e sua estrutura de suporte para instalação a bordo da *International Space Station* deve funcionar como um sistema massa-mola com subamortecimento com massa de 108 kg e constante de mola igual a $2,1 \times 10^6 \text{ N/m}$. Uma exigência da Nasa é que não ocorra ressonância das oscilações forçadas em nenhuma frequência menor do que 35 Hz . O dispositivo experimental satisfaz essa exigência?

38. Um objeto quadrado de massa m é formado de quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L ,

amarradas juntas. Esse objeto é pendurado em um gancho pelo seu canto superior. Se ele for girado levemente para a esquerda e depois solto, em que frequência ele irá oscilar para a frente e para trás?



R: $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{5}} \sqrt{\frac{g}{L}} = 0,921 \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}\right)$.

39. Uma mola de massa desprezível e constante $k = 400\text{N/m}$ está suspensa verticalmente, e um prato de $0,200\text{ kg}$ está suspenso em sua extremidade inferior. Um açougueiro deixa cair sobre o prato, de uma altura de $0,40\text{ m}$, uma posta e carne de $2,2\text{ kg}$. A posta de carne produz uma colisão totalmente inelástica com o prato e faz o sistema executar um MHS. Calcule

- (a) a velocidade do prato de carne logo após a colisão;
- (b) a amplitude da oscilação subsequente;
- (c) o período do movimento.

R: (a) $2,6m/s$; (b) $0,21m$; (c) $0,49s$.

40. Dois corpos puntiformes de massa m são mantidos a uma distância d um do outro. Outro corpo puntiforme de massa M está a meio caminho entre eles. M é então deslocado de uma pequena distância x perpendicular à linha que une os dois corpos fixos e é libertado.

- (a) Mostre que o módulo da força gravitacional resultante sobre M exercida pelos corpos fixos é dada aproximadamente por $F_x = \frac{16GmMx}{d^3}$, se x é pequeno. Qual a direção e sentido dessa força? Trata-se de uma força restauradora ou não?
- (b) Mostre que a massa M irá oscilar com frequência angular $(4/d)\sqrt{Gm/d}$ e período $\pi d/2\sqrt{d/Gm}$.
- (c) Qual seria o período se $m = 100\text{kg}$ e $d = 25,0\text{cm}$? Será que você poderia medir facilmente esse período? O que impede que esse experimento seja facilmente executado em um laboratório de física comum?
- (d) M oscilará se for deslocada do centro de uma pequena distância x no sentido de qualquer um dos corpos fixos? Por quê?

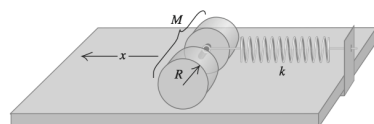
R: (a) sim ; (c) $2,40 \times 10^3\text{s}$; (d) não.

41. Dois átomos idênticos de uma molécula diatômica vibram como osciladores harmônicos. Contudo, o centro

de massa situado na metade da distância entre os átomos permanece em repouso.

- (a) Mostre que em qualquer instante os momentos lineares dos átomos são dados por \mathbf{p} e $-\mathbf{p}$.
- (b) Mostre que a energia cinética K dos dois átomos em qualquer instante é igual à energia cinética de um objeto de massa $m/2$ com um momento linear de módulo igual a p .
- (c) Se os átomos não forem idênticos, mas possuírem massas m_1 e m_2 , mostre que o resultado da parte (a) ainda permanece válido e na parte (b) a massa do único objeto é dada por $m_1m_2/(m_1 + m_2)$, denominada de massa *reduzida* do sistema.

42. Dois cilindros homogêneos de raio R e massa total M são conectados ao longo de seu eixo comum por uma barra leve e curta, e estão em repouso sobre uma mesa horizontal. Um mola cuja constante é k possui uma extremidade presa na mesa por uma braçadeira e sua outra extremidade é ligada a um anel sem atrito no centro de massa dos cilindros, ver figura. Os cilindros são puxados para a esquerda esticando a mola até uma distância x , e a seguir são libertados. Existe entre o topo da mesa e os cilindros um atrito suficiente para fazer os cilindros rolarem sem deslizar. À medida que eles oscilam na extremidade da mola. Mostre que o movimento do centro de massa dos cilindros é um MHS, e calcule o seu período em termos de M e de k . (Sugestão: O movimento é harmônico simples quando a aceleração e a posição satisfazem $a = -\omega^2x$ e o período é então dado por $T = 2\pi/\omega$)



R: $2\pi\sqrt{3M/2k}$.

43. Muitas moléculas diatômicas são mantidas unidas por ligações covalentes que são muito mais fortes do que a interação de van der Waals. Exemplos dessas moléculas incluem H_2 , O_2 e N_2 . As experiências mostram que, em muitas dessas moléculas, a interação pode ser descrita por uma força da forma

$$F_r = A[e^{-2b(r-R_0)} - e^{-b(r-R_0)}]$$

onde A e b são constantes positivas, r é a distância entre os centros dos dois átomos e R_0 é a separação de equilíbrio. Para a molécula de hidrogênio, $A = 2,97 \times 10^{-8}\text{N}$, $b = 1,95 \times 10^{10}\text{m}$ e $R_0 = 7,4 \times 10^{-11}\text{m}$. Calcule a constante da força para pequenas oscilações em torno do equilíbrio. (Sugestão: utilize a série de Taylor da função e^x).