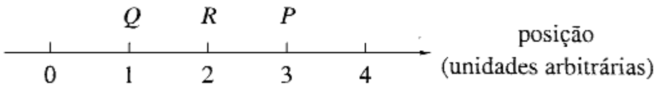
Fundamentos de Mecânica – 4300151

Primeira prova – Diurno

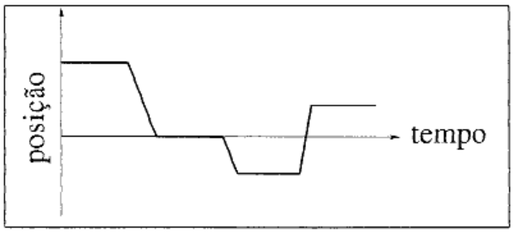
29 de abril de 2013

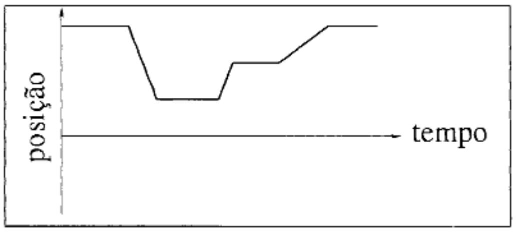
Nome: GABARITO Número USP:____________

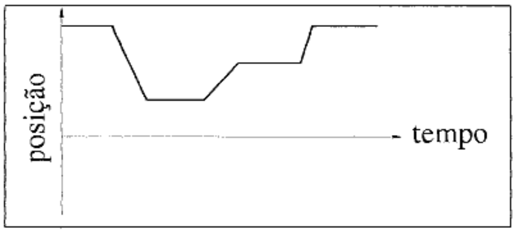
1. (1,0 ponto) Uma pessoa inicialmente no ponto P da ilustração permanece ali por algum tempo, em seguida move-se ao longo do eixo até o ponto Q, e ali permanece por um momento. Ela então corre apressadamente até o ponto R, descansa por um momento, e caminha lentamente de volta ao ponto P.

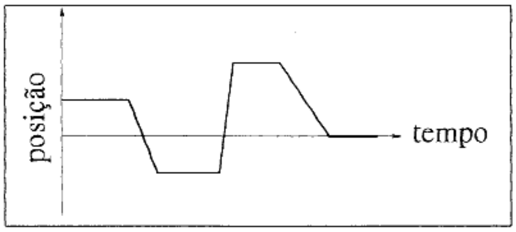


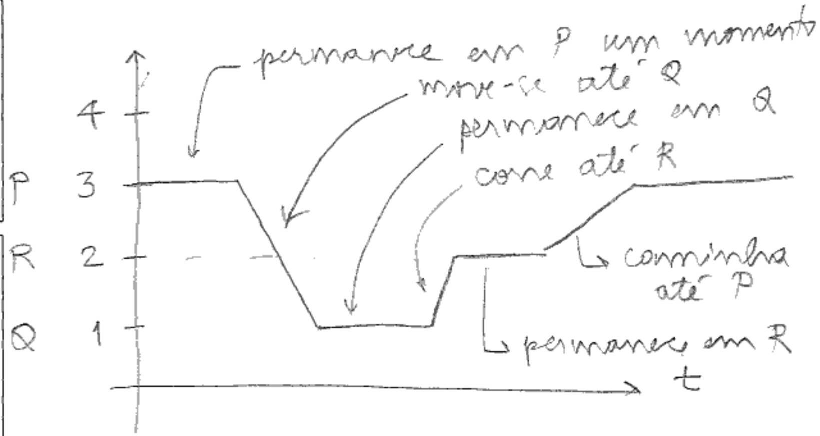
Qual dos diagramas de posição como função do tempo, mostrados abaixo, representa corretamente o movimento da pessoa? **Explique o raciocínio que guiou sua escolha!**

(a)


(b)


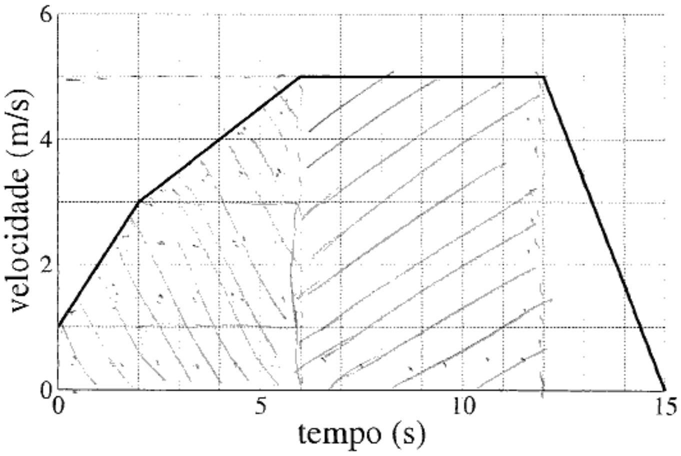
(c)


(d)




a inclinação da curva de posição X tempo mede a velocidade

2. (2,0 pontos) O gráfico abaixo representa o movimento de um objeto ao longo de uma reta.



(a) Qual a aceleração média do objeto entre $t = 0$ e $t = 6\,\text{s}$?

(b) Qual o deslocamento do objeto entre $t = 0$ e $t = 6\,\text{s}$?

(c) Qual a velocidade média do objeto nos primeiros 6 segundos?

(d) Qual aceleração média do objeto entre $t = 6\,\text{s}$ e $t = 12\,\text{s}$?

(e) Qual o deslocamento do objeto entre $t = 6\,\text{s}$ e $t = 12\,\text{s}$?

(a) $a_{0\to 6} = \dfrac{\Delta v_{0-6}}{6-0} = \dfrac{5-1}{6-0} = \dfrac{4}{6} = 0{,}67\,\text{m/s}$

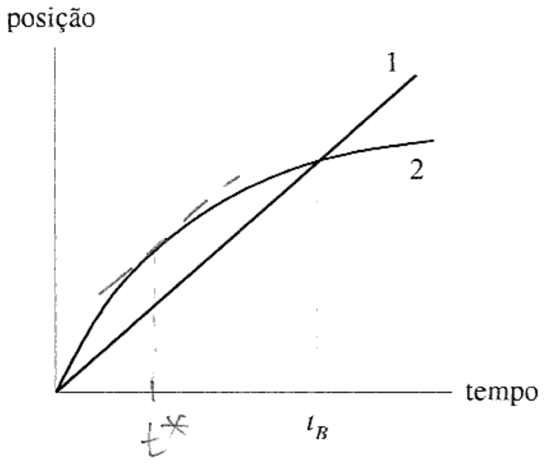
(b) $\Delta x_{0\to 6}$ = área sob o gráfico de $v \times t$
= área hachurada em \\\\ = 20 m

(c) $v_{0\to 6} = \dfrac{\Delta x_{0\to 6}}{6-0} = \dfrac{20}{6} = \dfrac{10}{3} = 1{,}3\,\text{m/s}$

(d) $a_{6\to 12} = \dfrac{\Delta v_{6\to 12}}{12-6} = \dfrac{5-5}{6} = 0$

(e) $\Delta x_{6\to 12}$ = área hachurada em //// = 30 m

3. (1,0 ponto) O gráfico abaixo mostra as posições como funções do tempo para dois trens percorrendo trilhos paralelos.



Responda **sim** ou **não** a cada pergunta, **justificando sua resposta**. Se julgar necessário, indique no gráfico aspectos relevantes para seus argumentos.

(a) No instante t_B, ambos os trens têm a mesma velocidade?

(b) Ambos os trens ganham velocidade em todos os instantes?

(c) Ambos os trens têm a mesma velocidade em algum instante anterior a t_B?

(d) Em algum ponto do gráfico os trens têm a mesma aceleração?

(a) Não, pois as inclinações das curvas são diferentes, e a inclinação da curva $x \times t$ mede a velocidade.

(b) Não. O trem 1 move-se com velocidade constante, e o trem 2 move-se com velocidade de módulo decrescente.

(c) Sim. Nas proximidades do instante t^* as inclinações das curvas são iguais, logo as velocidades dos trens são iguais.

(d) Não. A aceleração do trem 1 é nula, enquanto a do trem 2 é negativa.

4. (2,0 pontos) Uma bola é arremessada <u>verticalmente</u> para cima, com velocidade inicial v_0, atingindo uma altura máxima h com relação à posição de arremesso. O módulo da aceleração da gravidade no local do arremesso é g.

   (a) Adotando um referencial orientado verticalmente para cima, com origem na posição de arremesso, escreva a equação horária da velocidade para a bola.

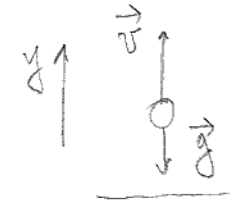
   (b) No mesmo referencial do item anterior, escreva a equação horária da posição da bola.

   (c) Determine, em termos de v_0 e g, o tempo para que a bola atinja a altura máxima.

   (d) Expresse a altura máxima h em função da velocidade inicial v_0 e do módulo da aceleração da gravidade g.

   (e) Eliminando a velocidade inicial v_0 dos resultados para o tempo de subida e a altura máxima, obtidos nos dois últimos itens, expresse o tempo de subida apenas em função da altura máxima h e do módulo da aceleração da gravidade g.

(a) $$v(t) = v_0 - gt$$



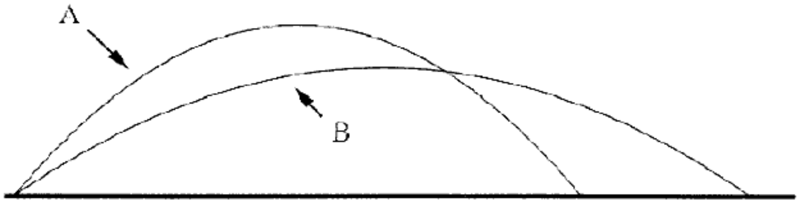
(b) $$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

(c) $$v(t_s) = 0 \Rightarrow v_0 - g t_s = 0 \Rightarrow \boxed{t_s = \frac{v_0}{g}}$$

(d) $$h = y(t_s) = v_0 t_s - \frac{1}{2} g t_s^2$$
$$= v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$$
$$\boxed{h = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}}$$

(e) $$v_0 = g t_s \Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{(g t_s)^2}{g} = \frac{1}{2} g t_s^2$$
$$\boxed{t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

5. (1,0 ponto) Uma pessoa lança simultaneamente dois objetos no ar. Os objetos deixam as mãos das pessoas em ângulos diferentes e percorrem as trajetórias parabólicas indicadas por A e B na figura abaixo. Qual das afirmações abaixo melhor descreve o movimento dos dois objetos? **Justifique sua resposta.**



(a) O objeto que se move ao longo da trajetória mais alta A atinge o solo em um instante anterior ao objeto que se move ao longo da trajetória mais baixa B.

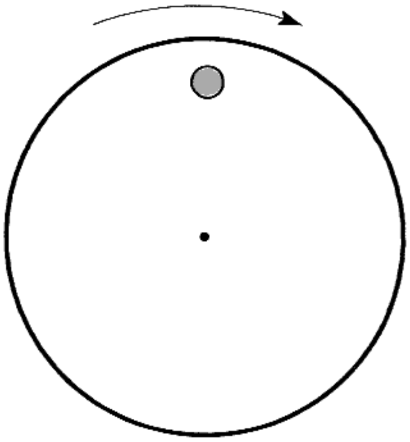
(b) O objeto que se move ao longo da trajetória mais alta A atinge o solo em um instante posterior ao objeto que se move ao longo da trajetória mais baixa B.

(c) Ambos os objetos atingem o solo ao mesmo tempo.

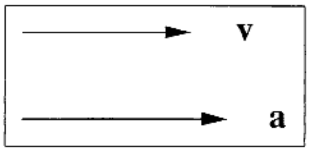
(d) Não há informação suficiente para determinar qual objeto atinge o solo primeiro.

Para cada objeto, o tempo de subida é igual ao tempo de descida. Logo, o objeto que tiver o menor tempo de subida será o primeiro a atingir o solo. Do item (e) do problema 4, vemos que o tempo de subida será menor para o objeto que atingir a menor altura máxima. Logo, este será o objeto B.

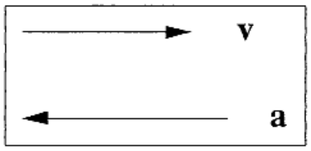
6. (1,0 ponto) Um pequeno cilindro metálico repousa sobre uma plataforma circular, que gira com velocidade angular constante, conforme ilustrado no diagrama abaixo. Qual dos conjuntos de vetores de (a) a (e) melhor descreve os vetores velocidade **v** e aceleração **a** atuando sobre o cilindro na posição mostrada no diagrama? **Justifique sua resposta.**



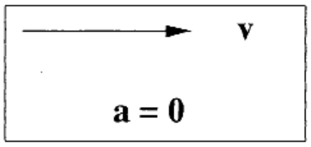
(a)



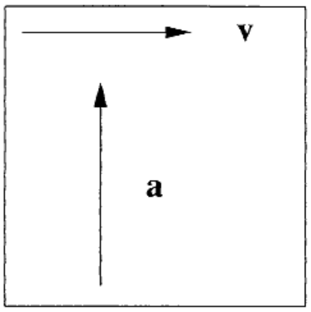
(b)



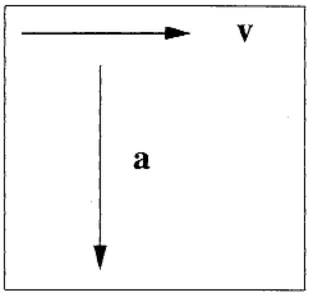
(c)



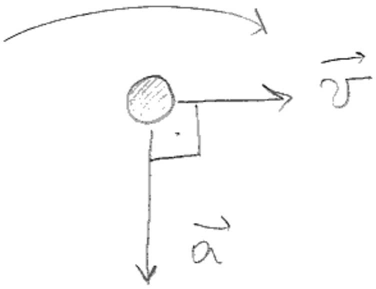
(d)



(e)



Um objeto movendo-se em círculo com velocidade angular constante tem que experimentar uma aceleração resultante centrípeta.



7. (2,0 pontos) Uma partícula se desloca ao longo de uma linha com sua posição x dada em função do tempo t por

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 + \frac{1}{6} B t^3,$$

com x_0, v_0, a_0 e B constantes. Se necessário, você pode fazer uso das identidades

$$\frac{d}{dt} t^n = n t^{n-1} \qquad \text{e} \qquad \int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1},$$

com $n \geq 0$.

(a) Quais as unidades das constantes x_0, v_0, a_0 e B no Sistema Internacional? Não dê apenas a resposta; **explique seu raciocínio!**

(b) Determine a velocidade instantânea da partícula como função do tempo, e calcule seu valor para $t = 0$.

(c) Determine a aceleração instantânea da partícula como função do tempo, e calcule seu valor para $t = 0$.

(d) Qual a interpretação física das constante x_0, v_0 e a_0?

(e) Qual a interpretação física da constante B? Que tipo de movimento a partícula executaria se $B = 0$, com as demais constantes positivas?

(a) $[x(t)] = L$ ∴ unidade no SI é o metro

$\Rightarrow [x_0] = [v_0 t] = [a_0 t^2] = [B t^3] = L$

$[x_0] = L$

$[v_0 t] = [v_0][t] = [v_0] \cdot T = L \Rightarrow [v_0] = LT^{-1}$

$[a_0 t^2] = [a_0][t]^2 = [a_0] \cdot T^2 = L \Rightarrow [a_0] = LT^{-2}$

$[B t^3] = [B][t]^3 = [B] \cdot T^3 = L \Rightarrow [B] = LT^{-3}$

x_0 medido em m, v_0 medido em m/s, a_0 medido em m/s^2, B medido em m/s^3

(b) $\boxed{v(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 + a_0 t + \frac{1}{2} B t^2}$ $\boxed{v(0) = v_0}$

(c) $\boxed{a(t) = \frac{dv}{dt} = a_0 + Bt}$ $\boxed{a(0) = a_0}$

(d) x_0 é a posição inicial, v_0 a velocidade inicial e a_0 a aceleração inicial

(e) B é a taxa de variação temporal da aceleração. Se $B = 0$, o movimento tem aceleração constante.