Física Experimental IV

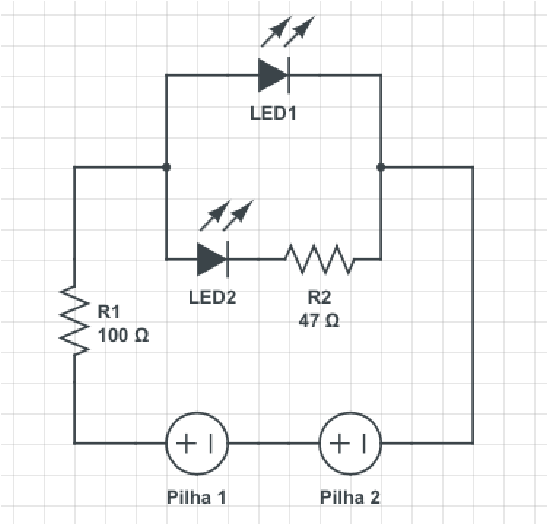
Primeiro semestre de 2016

Aula 2 - Experimento I - semana 2

Página da disciplina:
http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=10374

01 de Março de 2016

Experimento I - Circuitos elétricos de corrente contínua



Sumário

Sumário

Sumário

Objetivos do experimento

- Estudar alguns elementos simples de circuitos elétricos a partir de suas curvas características
  - Resistores
  - Diodos LED
  - Baterias recarregáveis
- Utilizar estas curvas para resolver um circuito elétrico proposto em sala

Cronograma

- 4 semanas
  - Semana 1
    - ★ Medida da curva característica de um resistor ôhmico e do LED

Cronograma

- 4 semanas
  - Semana 1
    - Medida da curva característica de um resistor ôhmico e do LED
  - Semana 2
    - Medida da curva característica de uma pilha comum

Cronograma

- 4 semanas
  - Semana 1
    - Medida da curva característica de um resistor ôhmico e do LED
  - Semana 2
    - Medida da curva característica de uma pilha comum
  - Semana 3
    - Montagem de um circuito proposto, medidas diversas e comparações com previsões

Cronograma

- 4 semanas
  - Semana 1
    - Medida da curva característica de um resistor ôhmico e do LED
  - Semana 2
    - Medida da curva característica de uma pilha comum
  - Semana 3
    - Montagem de um circuito proposto, medidas diversas e comparações com previsões
  - Semana 4
    - Estudo da resistividade de condutores e semicondutores com a temperatura

IMPORTANTE!

- Síntese da semana (até 1 ponto)
  - Tabela com os dados brutos (exemplo no site da disciplina)
  - Arquivo em PDF com os gráficos das curvas obtidas, ajustes realizados e eventuais comentários
  - A data máxima para upload é 18h00 da segunda-feira
    - Upload no site de reservas como “síntese”
- Muitas atividades são feitas através da comparação dos resultados de toda a turma
- Banco de dados no site da disciplina (até 1 ponto)
  - Grupos DEVEM fazer upload de resultados no site
  - A data máxima para upload é 18h00 da última segunda-feira do experimento

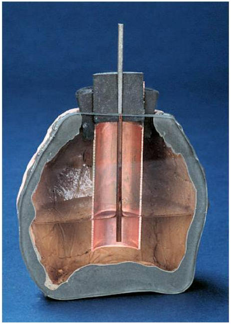
Sumário

Geradores

- Um gerador é qualquer dispositivo que possa gerar e manter uma tensão elétrica a partir da conversão de outras formas de energia.
- Um **gerador ideal** é aquele que fornece sempre a mesma diferença de potencial independente da carga: ele mantém a diferença de potencial para qualquer valor de corrente.
  - Esse gerador não existe, é um modelo que é útil para descrever um gerador real

Pilha comum

- Gerador que converte energia química em elétrica
  - Uso de reações químicas para gerar eletricidade data desde o Egito antigo
  - Alessandro Volta (1798)
    - ⋆ Duas tiras de metais diferentes em solução levemente ácida $\Rightarrow$ tensão elétrica
  - Pilha seca $\Rightarrow$ Georges Lelanché em 1866
  - A tensão elétrica depende dos elementos químicos que compõem a pilha

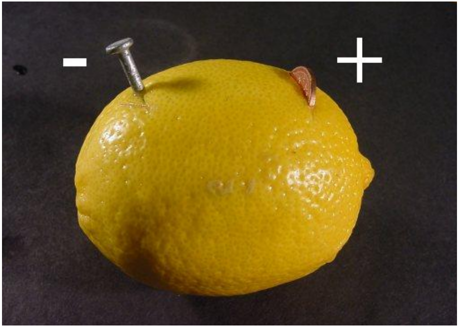


Construindo um gerador

- Geradores podem ser dispositivos muito simples:
  - Um prego galvanizado (recoberto de zinco)
  - Moedas de cobre
  - Um limão

Construindo um gerador

- Geradores podem ser dispositivos muito simples:
  - Um prego galvanizado (recoberto de zinco)
  - Moedas de cobre
  - Um limão
- e tem-se um gerador



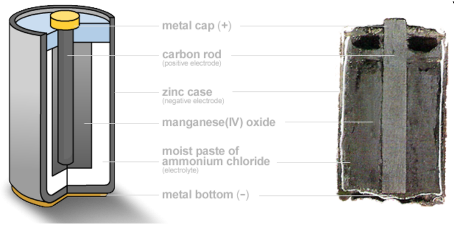
Construindo um gerador

- O prego e a moeda são os eletrodos do gerador e o suco do limão é o eletrólito:
  - Os elétrons vão fluir do terminal negativo para o terminal positivo através do eletrólito

- 1 limão siciliano = 0,9 V !

A pilha ácida

- A pilha moderna usa, em geral, Zinco e Cobre (ou carvão) como eletrodos. Contudo, o Zinco é o elemento principal para gerar a tensão entre os terminais
  - A tensão é sempre 1,5 V, independente do tamanho da pilha ⇒ características químicas dos eletrodos

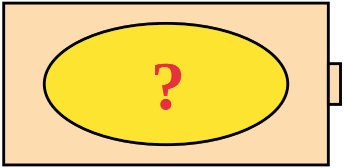


A pilha alcalina

- O cloreto de amônia é substituído por hidróxido de potássio (KOH) ou hidróxido de sódio (NaOH)
- A pilha alcalina dura muito mais que a ácida, porque o Zn é corroído muito mais lentamente num meio alcalino que num meio ácido.

O que é uma pilha?

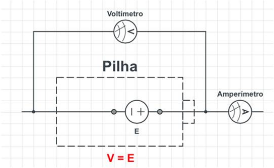
- Qual o modelo elétrico que pode-se utilizar nos projetos de circuitos para uma pilha comum?



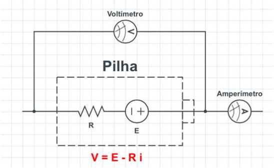
- Como testar?
  - Tomar dados e analisá-los. Um dos objetivos desta aula.

O que é uma pilha?

- Qual o modelo elétrico que a gente pode utilizar nos projetos de circuitos para uma pilha comum?

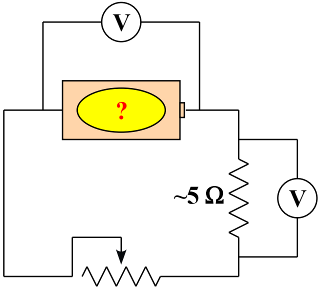


ou



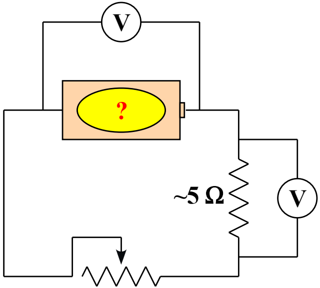
- Como testar?
  - Medindo a curva característica e verificando qual modelo se aplica. $R = 0$ ou $R > 0$?

- A pilha é um gerador no qual não podemos variar a tensão.



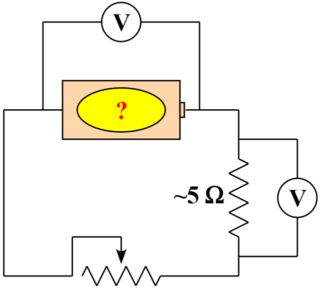
Medindo curvas características de pilhas

- A pilha é um gerador no qual não podemos variar a tensão.
- Como fazer uma medida de tensão em função da corrente?
  - Resistor variável



Medindo curvas características de pilhas

- A pilha é um gerador no qual não podemos variar a tensão.
- Como fazer uma medida de tensão em função da corrente?
  - Resistor variável
- A resistência interna do amperímetro ($\sim 10\ \Omega$) pode limitar a corrente gerada
  - Substituir por um resistor $(3 - 5\ \Omega)$ + voltímetro



Sumário

Objetivos da semana

- Medir a curva característica de uma pilha AA
- Criar um modelo elétrico simples que descreva o comportamento da pilha em um circuito

Atividades pré-lab

- Verificar no roteiro do experimento no site
- OS GRUPOS somente poderão usar o laboratório após apresentar esta atividade resolvida

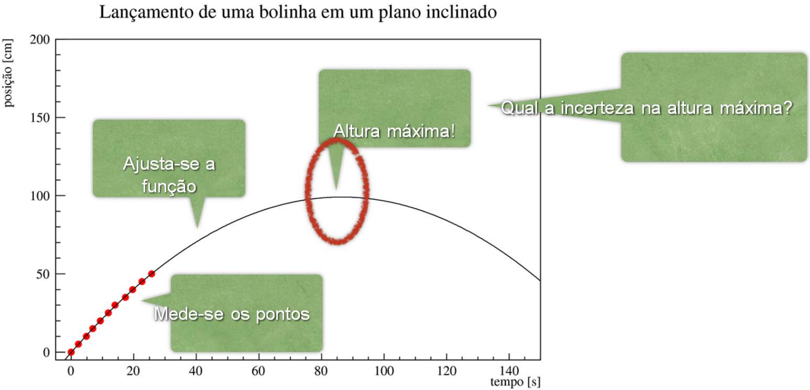
Atividades da semana

- Medir a curva característica da pilha
  - Comece com valores altos de resistência para não "gastar" a pilha e vá diminuindo a resistência
  - Obtenha, da análise da curva, o valor de E da pilha e sua resistência interna. Discuta qual modelo para a pilha descreve melhor os dados
  - Qual a corrente máxima que a pilha pode fornecer para um circuito?
  - Obtenha, da curva característica, a curva de potência fornecida pela pilha em função da corrente.
    - ⋆ Qual a potência máxima que a pilha pode fornecer ao circuito? Isto ocorre na condição de corrente máxima?

Sumário

O problema clássico

- Extrapolações de funções
  - Ex: lançamento de uma bolinha em um plano inclinado. Qual altura máxima ela atinge?



Fórmula geral de propagação de incertezas

(ver notas de aula de Fís. Exp. III)

- Dada uma função

$$y = f(x_1, x_2, \ldots x_n) = f(\tilde{x})$$

Fórmula geral de propagação de incertezas

(ver notas de aula de Fís. Exp. III)

- Dada uma função

$$y = f(x_1, x_2, \ldots x_n) = f(\tilde{x})$$

- A variância de y é dada por

$$\sigma_y^2 = \left\langle \left[\sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_i - \mu_i) \right]^2 \right\rangle$$

Fórmula geral de propagação de incertezas

(ver notas de aula de Fís. Exp. III)

- Dada uma função

$$y = f(x_1, x_2, \ldots x_n) = f(\tilde{x})$$

- A variância de y é dada por

$$\sigma_y^2 = \left\langle \left[\sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_i - \mu_i) \right]^2 \right\rangle$$

- Expandindo f em Taylor em 1^a ordem

$$\sigma_y^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \left\langle (x_i - \mu_i)^2 \right\rangle + \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \left\langle (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) \right\rangle$$

Fórmula geral de propagação de incertezas

(ver notas de aula de Fís. Exp. III)

- Dada uma função

$$y = f(x_1, x_2, \ldots x_n) = f(\tilde{x})$$

- A variância de y é dada por

$$\sigma_y^2 = \left\langle \left[\sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_i - \mu_i) \right]^2 \right\rangle$$

- Expandindo f em Taylor em 1^a ordem

$$\sigma_y^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \left\langle (x_i - \mu_i)^2 \right\rangle + \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \left\langle (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) \right\rangle$$

$$\sigma_y^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \mathrm{cov}_{ij}$$

Fórmula geral de propagação de incertezas

$$\sigma_y^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\mathrm{cov}_{ij}$$

- Esta fórmula geral de propagação de incertezas pode ser escrita em uma forma matricial do tipo

Fórmula geral de propagação de incertezas

$$\sigma_y^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\mathrm{cov}_{ij}$$

- Esta fórmula geral de propagação de incertezas pode ser escrita em uma forma matricial do tipo

$$\sigma_y^2 = \Gamma^T \Sigma \Gamma$$

Fórmula geral de propagação de incertezas

$$\sigma_y^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\mathrm{cov}_{ij}$$

- Esta fórmula geral de propagação de incertezas pode ser escrita em uma forma matricial do tipo

$$\sigma_y^2 = \Gamma^T \Sigma \Gamma$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \partial_{x_1} \\ \partial_{x_2} \\ \dots \\ \partial_{x_n} \end{pmatrix} \ \ \mathrm{com}\ \partial_{x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

Fórmula geral de propagação de incertezas

$$\sigma_y^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_j \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\mathrm{cov}_{ij}$$

- Esta fórmula geral de propagação de incertezas pode ser escrita em uma forma matricial do tipo

$$\sigma_y^2 = \Gamma^T \Sigma \Gamma$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \partial_{x_1} \\ \partial_{x_2} \\ \ldots \\ \partial_{x_n} \end{pmatrix} \ \mathrm{com}\ \partial_{x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \qquad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \mathrm{cov}_{12} & \cdots & \mathrm{cov}_{1n} \\ \mathrm{cov}_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \mathrm{cov}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{cov}_{n1} & \mathrm{cov}_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

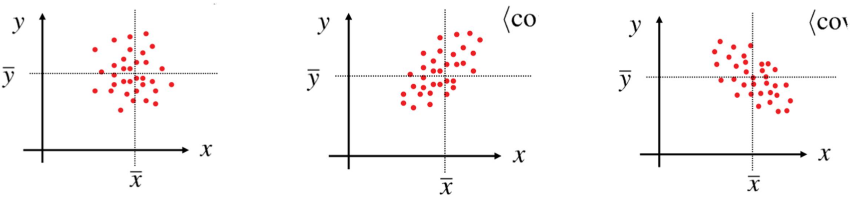
Σ é chamada de matriz de covariância

O significado da covariância

- Considere duas medidas x, y
- Considere que podemos repetir o experimento e medir várias vezes x e y
- Considere que a cada medida, colocamos um ponto no gráfico de y em função de x
  - Calculamos o valor médio de x e de y
  - Calculamos a covariância entre x e y

$$\mathrm{cov}_{xy} = \langle (x - \mu_x)(y - \mu_y) \rangle$$

Há três possibilidades



$\mathrm{cov}_{xy} = 0$ $\mathrm{cov}_{xy} > 0$ $\mathrm{cov}_{xy} < 0$

$$\mathrm{cov}_{xy} = \langle (x - \mu_x)(y - \mu_y) \rangle$$

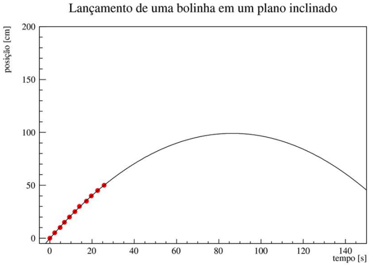
Coeficiente de correlação

- Muitas vezes é melhor expressar a dependência entre duas grandezas através do coeficiente de correlação, definido como:

$$\rho_{xy} = \frac{\mathrm{cov}_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$-1 \leqslant \rho_{xy} \leqslant 1$$

- Um bom programa de ajuste fornece a matriz de covariância dos parâmetros ajustados



$$f(x) = [0] + [1]x + [2]x^2$$

Resultados do ajuste

Número de parâmetros	3
Chi²	5.3756
Número de graus de liberdade	8

parâmetro	Valor	Incerteza
0	-0.211885	0.39859
1	2.29672	0.0700687
2	-0.0132831	0.00256606

Matriz de covariância

$$\begin{bmatrix} 0.158874 & -0.0232467 & 0.000711744 \\ -0.0232467 & 0.00490963 & -0.000173525 \\ 0.000711744 & -0.000173525 & 6.58469E-06 \end{bmatrix}$$

Coeficiente de correlação

- Quão correlacionados estão os parâmetros [1] e [2]?

Resultados do ajuste

Número de parâmetros	3
Chi^2	5.3756
Número de graus de liberdade	8

parâmetro	**Valor**	**Incerteza**
0	-0.211885	0.39859
1	2.29672	0.0700687
2	-0.0132831	0.00256606

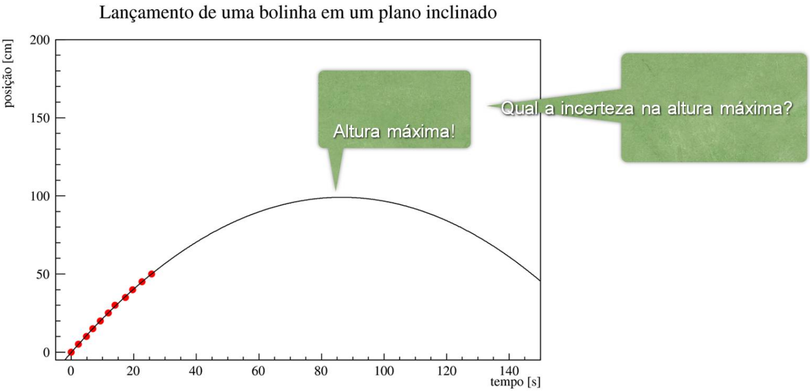
Matriz de covariância

$$\begin{bmatrix} 0.158874 & -0.0232467 & 0.000711744 \\ -0.0232467 & 0.00490963 & -0.000173525 \\ 0.000711744 & -0.000173525 & 6.58469E\text{-}06 \end{bmatrix}$$

$$\rho_{12} = \frac{\mathrm{cov}_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} = -0.96$$

- Estes parâmetros estão altamente correlacionados

Voltando ao problema original



$$f(x) = [0] + [1]x + [2]x^2 \quad \longrightarrow \quad H_{max} = [0] - \frac{1}{4}\frac{[1]^2}{[2]}$$

Voltando ao problema original

$$H_{max} = [0] - \frac{1}{4}\frac{[1]^2}{[2]}$$

$$\sigma^2_{H_{max}} = \Gamma^T \Sigma \Gamma$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \partial_0 \\ \partial_1 \\ \partial_2 \end{pmatrix} \;\; \text{com} \;\; \partial_i = \frac{\partial H_{max}}{\partial_{[i]}} \qquad \Sigma = \begin{pmatrix} 0.158874 & -0.0232467 & 0.000711744 \\ -0.0232467 & 0.00490963 & -0.000173525 \\ 0.000711744 & -0.000173525 & 6.58469E-06 \end{pmatrix}$$

Façam esta propagação como exercício!
Façam também considerando $\mathrm{cov} = 0$ e vejam a diferença.

Perguntas em aberto

- Como a matriz de covariância é calculada? O que ela tem a ver com o ajuste de uma função?
  - O que o χ^2 tem a ver com isto?
- Como eu sei se duas grandezas estão correlacionadas ou não?
  - No caso de um ajuste é fácil mas e no caso de duas grandezas medidas em um experimento?