Índice

Capítulo 1

Informações Gerais

Este texto contém informações importantes sobre a disciplina de Introdução à Física - 4300100. Nele estão apresentados, entre outros, o programa da disciplina, a bibliografia recomendada, os critérios de avaliação e de aprovação, o calendário das provas, a equipe de professores e estagiários, assim como uma coletânea de exercícios, que foi planejada para auxiliar o aprendizado de todo o conteúdo da disciplina.

1.1 Introdução

A disciplina de Introdução à Física (4300100) tem um papel importante, para os alunos ingressantes, que vai além do ensino do conteúdo da ementa. Revisitando a mecânica newtoniana, os alunos terão a oportunidade de se adaptar a novas exigências, a um novo ritmo de estudo e, em muitos casos, preencher as lacunas deixadas em sua formação. Esta disciplina revisita conteúdos conhecidos, mas com um formalismo matemático mais rigoroso, baseado no Cálculo Diferencial e Integral, onde os conceitos introdutórios de limite, derivada e integral de funções serão apresentados, assim como de grandezas vetoriais. Para um melhor aprendizado, sugerimos a leitura de um ou mais dos livros apresentados na bibliografia, a solução dos exercícios propostos e o uso sistemático dos plantões de dúvidas.

A disciplina de Introdução à Física contará com o apoio de vários estagiários, alunos de pós-graduação e graduação do IFUSP. Os estagiários serão responsáveis pela manutenção da página da disciplina, na internet, por plantões para resolver dúvidas e eventuais aulas de exercícios.

1.2 Resumo do programa

1. O método científico: leis e teorias $\Longrightarrow$ domínio de validade; ordens de grandeza; notação científica; dimensões.

2. Movimento unidimensional: cinemática $\Longrightarrow$ posição; velocidade e aceleração médias e instantâneas; noções e interpretações geométricas de derivada e integral de uma função; aplicações.

3. Movimento em duas e três dimensões: cinemática $\Longrightarrow$ grandezas vetoriais; movimento de projéteis e movimento circular.

4. Força e movimento: dinâmica $\Longrightarrow$ leis de Newton, forças de contato e atrito; referenciais inerciais e não inerciais; aplicações.

5. Trabalho e Energia: teorema da energia cinética, trabalho de forças conservativas e não conservativas, energia potencial, energia mecânica e conservação de energia; aplicações.

1.3 Bibliografia

A bibliografia básica do curso engloba seis livros:

1. *Física I*, H. D. Young e R. A. Freedman, vol. 1, 10ª edição, Editora Addison Wesley (Sears e Zemansky);

2. *Física*, P. A. Tipler, vol. 1, Editora Guanabara Dois;
3. *Física*, D. Halliday e F. Resnick, vol. 1, 4ª Edição, Editora LTC;
4. *Física 1 - Mecânica e Gravitação*, R. Serway, Editora LTC;
5. *Física: Uma abordagem estratégica*, Randall D. Knight, vol. 1, 2ª Edição, Editora Bookman Companhia;
6. *Curso de Física Básica*, H. M. Nussenzveig, vol. 1, 2ª Edição, Editora Blucher Ltda.

O primeiro livro tem como característica uma boa apresentação da teoria com exemplos e um grande número de problemas. Apresenta também um texto agradável e com ótimas ilustrações. Os quatro livros seguintes têm como principal característica uma razoável apresentação da teoria, frequentemente acompanhada de exemplos, contando no fim de cada capítulo com um grande número de questões e problemas. O sexto livro, embora com menor número de exemplos e problemas, é extremamente preciso na apresentação do conteúdo. A biblioteca do Instituto de Física dispõe de vários exemplares desses livros, bem como de outros textos que poderão ser usados como bibliografia complementar.

As noções de derivada e integral de uma função e de grandezas vetoriais, necessárias para completar a formação dos alunos, serão introduzidas no decorrer do semestre, pelos professores da disciplina. Entretanto, estes conceitos estão muito bem apresentados no livro *Introdução elementar às técnicas do cálculo diferencial e integral*, dos professores Carlos E. I. Carneiro, Carmen P. C. do Prado e Silvio R. A. Salinas, do IFUSP, editado pela Livraria do IFUSP.

1.4 Critério de avaliação

A avaliação será feita através de **Provas Gerais** e **Provas de Exercícios**, ou provinhas. Todas as provas serão realizadas nas segundas-feiras, tanto para o período diurno como para o noturno. As provinhas terão duração de 30 minutos e as provas gerais de 100 minutos.

1. **Provas Gerais**:

   Serão realizadas duas Provas Gerais, $\mathbf{PG}_1$ e $\mathbf{PG}_2$, mais uma Prova Substitutiva, $\mathbf{P}_{\mathrm{S}}$.

   A $\mathbf{P}_{\mathrm{S}}$ é uma prova única, no final do semestre, versando sobre toda a matéria.
   Serão consideradas para a Média Final as **duas melhores notas** escolhidas entre $\mathbf{PG}_1$, $\mathbf{PG}_2$ e a nota da $\mathbf{P}_{\mathrm{S}}$.

2. **Nota de Exercícios**:

   Serão realizadas provinhas quinzenais, em um total de seis, e a Nota de Exercícios, $\mathbf{N}_{\mathrm{E}}$, resulta da média aritmética das cinco maiores notas obtidas. *Não haverá provinha substitutiva* e a nota das provinhas não poderá substituir qualquer nota de prova.

Outras questões que digam respeito ao bom aproveitamento do curso e que não se enquadram dentro das regras acima deverão ser resolvidas pela equipe de professores de Introdução à Física.

OBS.: Nos dias das PROVAS e das PROVINHAS os alunos devem apresentar um documento de identidade.

1.5 Critério de aprovação

A Média Final, $\mathbf{M_F}$, será calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{M_F = 0,35(PG_1 + PG_2) + 0,3\,N_E}$$

de modo que

$$\begin{array}{cc} \mathbf{M_F} \geq 5 & \underline{\textbf{aprovação}} \\ 3 \leq \mathbf{M_F} < 5 & \underline{\textbf{recuperação}} \\ \mathbf{M_F} < 3 & \underline{\textbf{reprovação}} \end{array}$$

O(A) aluno(a) que alcançar frequência mínima às aulas de 70% e média final entre 3,0 (três) e 5,0 (cinco), poderá realizar uma prova de recuperação ($\mathbf{P_{Rec}}$), a qual compreende toda a matéria do semestre e será realizada no mês de julho. Neste caso, a nota final $\mathbf{N_F}$ será calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{N_F = (M_F + 2P_{Rec})/3}$$

de modo que

$$\begin{array}{cc} \mathbf{N_F} \geq 5 & \underline{\textbf{aprovação}} \\ \mathbf{N_F} < 5 & \underline{\textbf{reprovação}} \end{array}$$

1.6 Calendário dos feriados escolares

- 02/abril a 07/abril - Semana Santa
- 21/abril - Tiradentes (sábado)
- 30/abril - Recesso escolar (segunda-feira)

- $1^{\underline{o}}$/maio - Dia do Trabalho (terça-feira)
- 07/junho - Corpus Christi (quinta-feira)
- 08/junho e 09/junho - Recesso Escolar

1.7 Calendário das provas gerais

- **$1^{\underline{a}}$ Prova Geral (PG_1): 07 de maio**
- **$2^{\underline{a}}$ Prova Geral (PG_2): 25 de junho**
- **Prova Substitutiva (P_S): 02 de julho**
- **Prova de Recuperação(P_{Rec}): 16 de julho**

Período Diurno: as provas $\mathbf{PG_1}$, $\mathbf{PG_2}$ e $\mathbf{P_S}$ serão realizadas no Auditório Abraão de Morais.

Período Noturno: as provas $\mathbf{PG_1}$, $\mathbf{PG_2}$ e $\mathbf{P_S}$ serão realizadas no Auditório Abraão de Morais.

A **prova de Recuperação** ($\mathbf{P}_{\mathrm{Rec}}$) será realizada dia **16 de julho** no Auditório Abraão de Morais, às 19:00 horas, para todos os alunos dos períodos **DIURNO** e **NOTURNO**.

1.8 Calendário das provinhas

$1^{\underline{a}}$ provinha: 19 de março
$2^{\underline{a}}$ provinha: 09 de abril
$3^{\underline{a}}$ provinha: 23 de abril
$4^{\underline{a}}$ provinha: 21 de maio
$5^{\underline{a}}$ provinha: 04 de junho
$6^{\underline{a}}$ provinha: 18 de junho

Todas as provinhas serão realizadas nas respectivas salas de aula.

1.9 Equipe de professores da disciplina

Rafael Sá de Freitas (Turma T1)

Professor doutor do Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área experimental de sistemas eletrônicos fortemente correlacionados, incluindo propriedades magnéticas e de transporte elétrico de óxidos de metais de transição e materiais magnéticos geometricamente frustrados.

Escritório: Ed. Mário Schenberg, sala 217

Fone: 3091-6889 e-mail: freitas@if.usp.br

Euzi C. Fernandes da Silva (Turma T2) (Coordenadora)

Professora associada do Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área de materiais semicondutores com ênfase no estudo de heteroestruturas semicondutoras que servem de base para a fabricação de dispositivos (fotodetectores e laseres) do estado sólido que operam no infravermelho.

Escritório: Edifício Mário Schenberg, sala 210

Fone: 3091-6880 e-mail:euzicfs@if.usp.br

Valmir A. Chitta (Turma T3)

Professor associado do Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área de materiais semicondutores, atuando principalmente nos seguintes temas: propriedades ópticas e de transporte, semicondutores magnéticos diluídos, nitretos, heteroestruturas semicondutoras, campos magnéticos intensos e baixas temperaturas.

Escritório: Edifício Alessandro Volta, sala 209

Fone: 3091-7099 e-mail: vchitta@if.usp.br

Roberto Vicençotto Ribas (turma T4)

Professor Titular no Departamento de Física Nuclear, tem graduação, mestrado e doutorado em Física pela Universidade de São Paulo, pós-doutorado no Oak Ridge National Laboratory e nos Laboratori Nazionali Di Legnaro. Desenvolve pesquisa na área de Física Nuclear, atuando principalmente nos seguintes temas: Estrutura Nuclear, Espectroscopia de Raios Gama, Instrumentação Nuclear.

Escritório: Edifício Oscar Sala, sala 120.

Fone: 3091-6840 e-mail: rvribas@if.usp.br

home page: www.dfn.if.usp.br/ ribas

1.10 Equipe de estagiários da disciplina

Alexsander Ramos Duarte (Turma T1)

Aluno de mestrado no Departamento de Física Experimental. Desenvolve pesquisa na área de espectroscopia de impedância em soluções eletrolíticas no intervalo de frequências de 100 a 300 MHz.

Escritório: Edifício van de Graff, sala de bolsistas.

Fone: 3091-6638 e-mail: alexsanderrd@gmail.com

Fábio Henrique Maximiano de Moura (Turma T2)

Aluno no 9º semestre do curso de Bacharelado do IFUSP.

e-mail: fabio.moura@usp.br

Marcelo Victor Pires de Sousa (Turma T3)

Aluno de doutorado no Departamento de Física Nuclear. Desenvolve pesquisa na área de física da radiação aplicada.

Escritório: Edifício Alessandro Volta, Bloco F, sala 204.

Fone: 3091-6975 ou 3091-6993

e-mail: marcelo_slcufc@yahoo.com.br

Bruno Alexandre Serminaro (T4)

Aluno de mestrado no Departamento de Física Nuclear. Desenvolve pesquisa em Física das Radiações e Processos Radiométricos com ênfase na área da Física Médica.

Escritório: Edifício Alessandro Volta, Bloco F, sala 211

Fone: 3091-6993 e-mail: serminaro@gmail.com

Leandro A. Stepien de Moraes (Página da Internet)

Aluno de mestrado no Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área de materias magnéticos em altos campos e baixas temperaturas, com foco em sistemas de elétrons fortemente correlacionados. Dedica-se ao estudo do efeito magnetoelétrico e à frustração magnética.

Escritório: Edifício Mário Schenberg, lab. 104

Fone: 3091-6899 ou 3091-7080

e-mail: leandro.aparecido.moraes@usp.br

Marcela Muniz Gontijo (Diurno)

Aluna concluindo o mestrado no Departamento de Física Matemática. Desenvolve pesquisa na área de operadores de Lindblad e evolução adiabática em sistemas quânticos abertos.

Escritório: Ala Central, sala 337.

e-mail: marcela@fma.if.usp.br

1.11 Horário e local das aulas

Período diurno:

- **Turma T1 - Prof. Rafael Sá de Freitas**
  - $2^{\underline{as}}$, $4^{\underline{as}}$ e $6^{\underline{as}}$ das 14:00 às 16:00h
  - Local: sala 213 do Edifício Principal - Ala Central

- **Turma T3 - Prof. Valmir A. Chitta**
  - $2^{\underline{as}}$, $4^{\underline{as}}$ e $6^{\underline{as}}$ das 14:00 às 16:00h
  - Local: sala 208 do Edifício Principal - Ala Central

Período noturno:

- **Turma T2 - Profa. Euzi C. F. da Silva**
  - $2^{\underline{as}}$ e $5^{\underline{as}}$ das 19:00 às 21:00h e
  - $6^{\underline{as}}$ das 21:00 às 23:00h
  - Local: sala 207 do Edifício Principal - Ala Central

- **Turma T4 - Prof. Roberto Vicençotto Ribas**
  - $2^{\underline{as}}$ e $5^{\underline{as}}$ das 19:00 às 21:00h e
  - $4^{\underline{as}}$ das 21:00 às 23:00h
  - Local: sala 213 do Edifício Principal - Ala Central

1.12 Página da disciplina na internet

A disciplina contará com uma página na internet, onde diversas informações, além das contidas neste livreto, estarão anunciadas, tais como alterações de datas de provas, notas, gabaritos de provinhas e provas, etc. Deste modo, é importante consultá-la periodicamente. Para acessá-la entre na página (**http://stoa.usp.br**), escolha **Cursos**, depois **IF**, depois **Disciplinas para o IFUSP** e, finalmente, **Introdução à Física**.

1.13 Plantões de dúvidas

Os plantões para resolver dúvidas serão:

DIURNO

- Horário: $2^{\underline{as}}$ e $4^{\underline{as}}$ das 13:00h às 14:00h
- Local: sala 208 da Ala Central no Edifício Principal

NOTURNO

- Horário: $2^{\underline{as}}$ e $6^{\underline{as}}$ das 18:00h às 19:00h
- Local: sala 207 da Ala Central no Edifício Principal

Capítulo 2

Coletânea de exercícios

2.1 Grandezas físicas e análise dimensional

1. Assumindo que o coração humano bata 60 vezes por minuto, estime o número de vezes que ele bate durante a vida média de 70 anos de um ser humano.

2. Engenheiros da força aérea, em 1946, determinaram a distância Terra-Lua usando um radar. Se o feixe do radar levou 2,56 s para completar a viagem total Terra-Lua-Terra, qual a distância Terra-Lua em km? (A velocidade das ondas do radar é $3,00 \times 10^8$ m/s.)

3. Um bilionário ofereceu-se para lhe dar R$ 2 bilhões (em notas de R$ 1,00) se você for capaz de contar o dinheiro. Você deveria aceitar a oferta? Assuma que você tem 18 anos e que pode contar uma nota por segundo e que, ainda, necessita de 8 horas por dia para comer e dormir.

4. A lei universal da gravitação de Newton é: $\mathrm{F} = \mathrm{G}\,\dfrac{\mathrm{Mm}}{\mathrm{r}^2}$, onde F é a força gravitacional, M e m são as massas dos corpos e r é a distância entre eles. No SI a unidade de força é kg m/s^2. Qual é a unidade da constante G no SI de unidades?

5. O volume de um objeto é dado por $V = At^3 + B/t$, onde t é o tempo dado em segundos e V está em metros cúbicos. Determine as dimensões das constantes A e B.

6. A aceleração de uma partícula se movendo em um círculo de raio r é proporcional ao raio e à velocidade, tal que $a = kr^p v^q$, onde k é uma constante adimensional. Ache, por análise dimensional os valores de p e q. Com essa análise pode-se obter o valor de k?

7. Uma criatura se move com uma velocidade de 5,0 furlongs por fortnoite. Sabendo que 1,0 furlong = 202 m e 1 fortnoite = 14 dias, determine a velocidade desta criatura em m/s. (A criatura deve ser, provavelmente, uma lesma.)

8. Um metro cúbico de alumínio tem uma massa de $2{,}70 \times 10^3$ kg e um metro cúbico de ferro tem uma massa de $7{,}86 \times 10^3$ kg. Encontre o raio de uma esfera sólida de alumínio, em metros, a qual pode ser balanceada por uma esfera de ferro de raio 2,00 cm em uma balança de braços. (Lembre que o volume de uma esfera é $\frac{4}{3}\pi r^3$)

9. Assumindo que existem 50 milhões de carros em um certo país e que o consumo médio de gasolina seja 8 kilometros por litro, quanta gasolina poderia ser poupada, por ano, se o consumo passasse a ser de 10 km/ℓ? Assuma que a distância média percorrida por um carro seja 16000 km por ano.

10. Sabendo que a densidade média da Terra é 5,5 g/cm^3 e que seu raio médio é de $6{,}37 \times 10^6$ m, calcule a massa da Terra em kg.

2.2 Cálculo diferencial e integral

11. Calcule os limites (se existirem):

(a) $\lim_{x \to 0} (x^3 - 4x + 1)$;

(b) $\lim_{x \to 2} [x(x-2)]$;

(c) $\lim_{y \to 5} \left(\frac{y^2 - 25}{y - 5} \right)$;

(d) $\lim_{x \to 5} \left(\frac{x - 5}{x^2 - 25} \right)$;

(e) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{5x^3 + 8x^2}{3x^4 - 16x^2} \right)$;

(f) $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7} \right)$;

(g) $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 3}{x^3 - 8x + 5} \right)$;

(h) $\lim_{t \to 5} \left(\frac{t + 5}{t^2 - 25} \right)$.

12. Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) $f(x) = 7x^3 + 3x + 2$;

(b) $f(x) = x \cos(x)$;

(c) $f(t) = t + \cos(t)$;

(d) $f(z) = 9z^7 + 6z + 8$;

(e) $f(y) = y / \cos(y)$;

(f) $f(t) = te^{-t}$.

13. Calcule as seguintes integrais:

(a) $\int_1^2 \frac{2}{x^2} \, dx$;

(b) $\int \left(x^7 + 7x + 4 \right) dx$;

(c) $\int_0^3 \left(x^3 + e^x \right) dx$;

(d) $\int (\cos y + y) \, dy$;

(e) $\int_0^{2\pi} \cos\theta \, d\theta$;

(f) $\int_0^2 \left(4 - z^2 \right) dz$;

(g) $\int_1^4 f(x) \, dx \quad \text{onde} \quad f(x) = \begin{cases} 2x & \text{para} \quad x \leq 2 \\ x^2 & \text{para} \quad x \geq 2 \end{cases}$.

2.3 Movimento em uma dimensão

14. A posição de uma pedra que cai do alto de um rochedo, a partir do repouso, é dada por $x(t) = 5t^2$ (m), medidos para baixo a partir da posição inicial $x_o = 0$, no instante $t = t_i$ (s). Determine:

    (a) O deslocamento do corpo para um intervalo de tempo Δt;

    (b) A expressão que nos permite calcular a velocidade média em um intervalo de tempo Δt;

    (c) O deslocamento do corpo e a velocidade média para os intervalos de tempo dados na tabela abaixo, principiando no instante $t_i = 2$ s;

Δt (s)	Δx (m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)
1,00		
0,50		
0,20		
0,10		
0,05		
0,01		
0,005		
0,001		
0,0001		

    (d) O $\lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)$ e avalie este limite em $t_i = 2$ s;

    (e) Calcule $\frac{dx}{dt}$ e avalie esta derivada em $t = 2$ s.

15. A velocidade de uma partícula é dada por $v(t) = 8t - 7$, onde v está em metros por segundo e t em segundos.

(a) Calcular a aceleração média no intervalo que se inicia em t = 3 s e termina em t = 4 s;

(b) Determinar a expressão para a(t) e fazer os gráficos de v(t) e a(t);

(c) Determine x(t) (posição da partícula em função do tempo) por integração e use este resultado para determinar seu deslocamento durante o intervalo t = 2 s até t = 6 s. Qual a velocidade média neste intervalo de tempo?

(d) Qual a distância D percorrida no intervalo de tempo $0 \leq t \leq 2$ s?

16. Um motorista entra em um rua reta, sem saída, com uma velocidade de 12 km/h. Ao se deparar com o fim da rua, pára, dá marcha a ré e retorna. O gráfico da figura 2.1 mostra sua aceleração em função do tempo.

(a) Faça o gráfico da velocidade para $0 \leq t \leq 3,0$ min;

(b) Determine a distância D total percorrida pelo carro para este intervalo de tempo;

(c) Determine o comprimento L da rua.

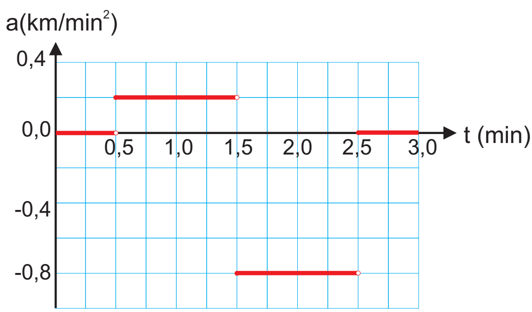


Figura 2.1: Gráfico de a × t do exercício 16.

17. O gráfico da velocidade em função do tempo para uma partícula que sai da origem e se move ao longo do eixo x está representado na figura 2.2.

(a) Trace o gráfico da aceleração a(t) e da posição x(t) para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 16$ s;

(b) Quantos metros a partícula terá percorrido ao todo, para frente e para trás, no fim de 12 segundos? Qual é o valor de x neste instante?

(c) Qual o valor de x em t = 16 s? O que isso significa?

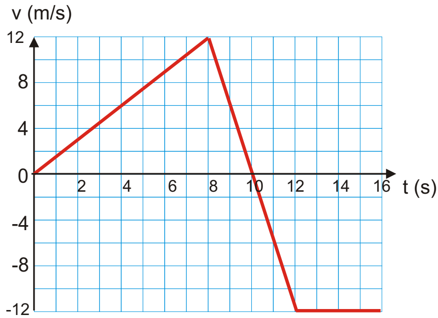


Figura 2.2: Gráfico de v × t do exercício 17.

18. Um carro **A**, inicialmente em repouso, parte do início de uma pista de 1000 m de comprimento. No mesmo instante, um carro **B**, também em repouso, parte do final da mesma pista, no sentido contrário. A tabela abaixo indica a velocidade dos dois carros em alguns instantes.

t (s)	V_A (m/s)	V_B (m/s)
0	0	0
20	16	-9
40	32	-18
60	48	-27
80	64	-36
100	80	-45

(a) Em uma mesma escala faça os gráficos da velocidade dos carros **A** e **B** em função do tempo e calcule suas acelerações no instante t = 40 s;

(b) Em uma mesma escala, faça os gráficos das posições $x_A(t)$ e $x_B(t)$ dos carros para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 50$ s e determine a distância percorrida pelo carro **A** do início do movimento até o instante em que ele cruza com o carro **B**.

19. Um objeto é abandonado, em t=0 s, do alto de um prédio de 80 m de altura. Sua velocidade é dada por $v_y(t) = 10t$ (m/s).

    (a) Usando o processo de integração, calcule o deslocamento do objeto para $0 \leq t \leq 2$ s. Quanto vale y(0)?

    (b) Calcule o deslocamento do objeto para $2 \leq t \leq 4$ s;

    (c) Faça um gráfico de $v_y(t) \times t$ e calcule graficamente o deslocamento do objeto para $2 \leq t \leq 4$ s, indicando as áreas que foram calculadas.

20. Um objeto é lançado verticalmente, em t = 0 s, com uma velocidade de 20 m/s para cima, de uma janela situada a 60 m do solo.

    (a) Determine a expressão de $v_y(t)$ considerando o eixo de referência orientado para cima;

    (b) Faça o gráfico de $v_y(t) \times t$;

    (c) Calcule o deslocamento do objeto para os intervalos $0 \leq t \leq 2$ s e $0 \leq t \leq 6$ s;

    (d) Determine a distância D total percorrida para o intervalo $0 \leq t \leq 6$ s;

    (e) Determine a altura máxima H que o objeto atinge.

21. Uma bola cai do topo de um edifício. No mesmo instante, outra bola é lançada verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade de 9 m/s. As bolas colidem 1,8 segundos depois.

    (a) Qual é a altura H do prédio?
    (b) A que altura do solo D a colisão ocorrerá?
    (c) Você é capaz de explicar o que aconteceu?

22. Uma bola é arremessada verticalmente para cima, partindo do chão, com uma velocidade de 30 m/s.

    (a) Quanto tempo levará para atingir o ponto mais alto da trajetória?
    (b) Que altura a bola atingirá?
    (c) Em que instante a bola estará a 30 m do chão?
    (d) Quanto tempo levará até a bola retornar ao chão?
    (e) Qual a distância total percorrida pela bola?

23. A lebre e a tartaruga iniciam uma corrida de percurso linear de 10 km, no instante $t = 0$ s. A lebre corre com uma velocidade constante de 4 m/s e rapidamente deixa a tartaruga para trás, que corre com uma velocidade constante de 1 m/s. Depois de 5 minutos de corrida, a lebre pára e cai no sono. A soneca dura 135 minutos. Depois a lebre acorda e sai correndo, com a mesma velocidade de 4 m/s.

    (a) Esboce os gráficos da posição, em função do tempo, da tartaruga e da lebre, no mesmo sistema de coordenadas. Quem ganha a corrida?
    (b) Em que instante a tartaruga alcança a lebre?
    (c) A que distância da tartaruga está a lebre quando a vencedora cruza a linha de chegada?

(d) Qual é o tempo máximo que a lebre pode dormir e ainda assim ganhar a corrida?

24. Uma bola de chumbo é largada de um trampolim a 5,5 m acima da superfície de uma piscina. Ela atinge a superfície da água com uma certa velocidade, a qual permanece constante até atingir o fundo da piscina. A bola atinge o fundo da piscina 2 segundos após o instante em que ela é largada.

    (a) Quanto tempo ela leva para atingir a superfície da piscina?
    (b) Com que velocidade a bola atinge a superfície da piscina?
    (c) Qual é a profundidade h da piscina?
    (d) Qual é a velocidade média da bola no intervalo de tempo de 2 s?
    (e) Suponha que a piscina seja esvaziada. Qual deve ser a velocidade inicial da bola para que atinja o fundo da piscina nos mesmos 2 s?

25. Um objeto está se deslocando com velocidade de 20 m/s, no sentido positivo do eixo x, quando passa a sofrer, em t=0 s, uma aceleração dada por $a(t) = (2 + 0,2t)$ m/s^2, durante 10 s.

    (a) Qual é o sentido dessa aceleração em relação ao eixo de referência?
    (b) Qual a expressão da velocidade v(t) no intervalo $0 \leq t \leq 10$ s?
    (c) Calcule a velocidade deste objeto em t=10 s;
    (d) Calcule sua aceleração média durante esses 10 s;
    (e) Determine a expressão da posição x(t), sabendo que em t=3 s o corpo esta passando pela posição 10 m;

(f) Calcule o deslocamento do corpo nos primeiros 5 segundos do movimento;

(g) Calcule a velocidade média do objeto durante os 10 segundos.

26. Um objeto, partindo do repouso em $t = 0$ s, está se deslocando, com velocidade $v(t) = t(4 - t)$ m/s, ao longo do eixo x. Nestas condições, pede-se:

    (a) Faça o gráfico da velocidade em função do tempo para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 6$ s, indicando os instantes em que a velocidade é nula e em que ela é máxima (positiva);

    (b) O deslocamento do corpo até ele atingir a velocidade máxima;

    (c) O deslocamento do corpo nos intervalos $0 \leq t \leq 4$ s, $4 \leq t \leq 6$ s e $0 \leq t \leq 6$ s;

    (d) O caminho total percorrido nos 6 s do movimento;

    (e) O tempo que ele leva para voltar à mesma posição, sabendo que partiu, em $t = 0$ s, da posição x_0.

27. Um trem parte de uma estação com aceleração constante de 0,40 m/s^2. Um passageiro chega à estação 6,0 segundos depois de o trem ter passado pelo mesmo ponto da plataforma. Qual é a menor velocidade constante que o passageiro deve correr para pegar o trem? Resolva o problema de duas maneiras:

    (a) Analiticamente;

    (b) Através dos gráficos dos movimentos do passageiro e do trem.

28. A posição de uma partícula varia com o tempo de acordo com a expressão $x(t) = \alpha t^2 - \beta t^3$ (m).

    (a) Quais as unidades, no SI de unidades, de α e β?

(b) Supondo $\alpha = 3$ e $\beta = 1$, determine em que instante a partícula atinge sua posição máxima (positiva);

(c) Qual é o o deslocamento da partícula nos 3 primeiros segundos do movimento? E o caminho total percorrido D nesse mesmo intervalo de tempo?

(d) Qual é a velocidade da partícula no final de cada um dos 4 primeiros segundos?

(e) Qual é a aceleração da partícula no final de cada um dos 4 primeiros segundos?

2.4 Movimento em duas e três dimensões

2.4.1 Vetores

29. Desenhe os vetores $\vec{\mathrm{A}} = \hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$ e $\vec{\mathrm{B}} = 2\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$, em um sistema de coordenadas cartesianas

30. Dados os vetores $\vec{\mathrm{A}} = 4\hat{\imath} + 12\hat{\jmath}$ e $\vec{\mathrm{B}} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, calcule:

    (a) $\vec{\mathrm{A}}/8$;

    (b) A componente y do vetor $\vec{\mathrm{B}}$;

    (c) $\vec{\mathrm{A}} + \vec{\mathrm{B}}$ e $\vec{\mathrm{A}} - \vec{\mathrm{B}}$;

    (d) Os módulos dos vetores $\vec{\mathrm{A}}$ e $\vec{\mathrm{B}}$;

    (e) O produto escalar $\vec{\mathrm{A}} \cdot \vec{\mathrm{B}}$;

    (f) O ângulo entre os vetores $\vec{\mathrm{A}}$ e $\vec{\mathrm{B}}$.

31. Um observador, localizado na origem de um sistema de referência, acompanha o movimento de um automóvel através de uma luneta. O automóvel passa pelo ponto **P**, cujas coordenadas são $(\mathrm{x_P}, \mathrm{y_P}) = (2, -4)$ km, e se dirige para o ponto **Q**, cujas coordenadas são $(\mathrm{x_Q}, \mathrm{y_Q}) = (-2, -6)$ km. Calcule:

    (a) A distância D entre os pontos **P** e **Q**;

(b) O ângulo θ que a luneta girou acompanhando o movimento do automóvel entre **P** e **Q**.

32. Um ponto material caminha, sempre em movimento retilíneo, 10 metros para leste (trecho 1), depois 20 metros para nordeste (trecho 2) e, em seguida, mais 10 metros para o norte (trecho 3), com velocidade uniforme, gastando 5 segundos em cada trecho. Calcule:

    (a) O vetor deslocamento total;

    (b) A velocidade média em cada trecho;

    (c) O vetor velocidade média do movimento total;

    (d) A distância total percorrida e o módulo do vetor deslocamento total.

33. Uma partícula move-se descrevendo a trajetória ABC da figura 2.3 A velocidade da partícula tem módulo constante v = 2 m/s durante todo o percurso. O início do movimento é em A. Adotando a origem do sistema de referência em 0, determine:

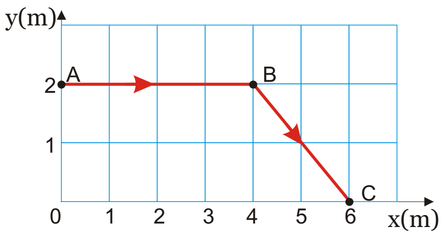


Figura 2.3: Trajetória da partícula do exercício 33.

    (a) O vetor velocidade em função do tempo, no trecho AB da trajetória;

    (b) O vetor posição em função do tempo, no trecho AB da trajetória;

(c) O tempo que a partícula leva para sair de A e chegar em B;

(d) O vetor velocidade em função do tempo, no trecho BC da trajetória;

(e) O vetor posição em função do tempo, no trecho BC da trajetória;

(f) O tempo que a partícula leva para sair de A e chegar em C;

(g) O módulo do vetor deslocamento entre A e C;

(h) A distância total percorrida pela partícula entre os instantes $\mathrm{t} = 0$ e $\mathrm{t} = 3$ s.

34. Um carro percorre uma curva plana de tal modo que suas coordenadas retangulares, em metros, como função do tempo, em segundos, são dadas por:

$$\mathrm{x(t)} = 2\mathrm{t}^3 - 3\mathrm{t}^2 \;\; ; \;\; \mathrm{y(t)} = \mathrm{t}^2 - 2\mathrm{t} + 1$$

Calcular:

(a) O vetor posição do carro quando $\mathrm{t} = 1$ s;

(b) As expressões das componentes retangulares da velocidade, num instante qualquer;

(c) O vetor velocidade nos instantes $\mathrm{t} = 0$ s e $\mathrm{t} = 1$ s;

(d) O instante em que a velocidade é nula;

(e) As expressões das componentes cartesianas da aceleração, num instante qualquer;

(f) O instante que a aceleração é paralela ao eixo y.

35. Um corpo puntiforme, em movimento retilíneo, vai do ponto **A**, na posição $\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{A}} = \hat{\jmath}$ para o ponto **B**, na posição $\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{B}} = 3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$ em 5 segundos (SI de unidades).

(a) Calcule o vetor deslocamento;

(b) Desenhe os vetores $\vec{r}_A$ e $\vec{r}_B$ e o vetor deslocamento calculado no item (a);

(c) Calcule o vetor velocidade média e o seu módulo;

(d) Se o corpo, partindo do ponto **A**, estivesse caminhando em sentido oposto, com o mesmo módulo da velocidade média anterior, em que posição estaria após 10 segundos?

36. Dois objetos **A** e **B** iniciam seus movimentos, simultaneamente, nas posições $\vec{r}_A = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath}\ (m)$ e $\vec{r}_B = \hat{\imath} - \hat{\jmath}\ (m)$. Decorridos 5 segundos o corpo **A** chega em $\vec{r}_{A1} = 10\hat{\imath} + 7\hat{\jmath}\ (m)$ enquanto o corpo **B** chega em $\vec{r}_{B1} = 9\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}\ (m)$.

    (a) Qual dos dois corpos teve o maior deslocamento? Calcule e desenhe esses vetores;

    (b) Supondo que os deslocamentos foram retilíneos e uniformes, calcule a distância entre os dois corpos, em função do tempo, para o intervalo $0 \leq t \leq 5$ s e a distância entre eles para t = 5 s.

37. Uma massa puntiforme, em movimento retilíneo e uniforme, passa pelo ponto $\vec{r}_a = -2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ (m) em t = 0 s e pelo ponto $\vec{r}_b = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ (m) em t = 6 s.

    (a) Calcule a velocidade da massa;

    (b) Escreva a expressão para o vetor posição em função do tempo, para este movimento;

    (c) Faça um gráfico de sua trajetória.

38. Um objeto tem aceleração constante $\vec{a} = 6\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ (m/s^2). No instante t = 0 s, a velocidade é zero e o vetor posição é $\vec{r}_0 = 10\hat{\imath}$ (m).

    (a) Determine o vetor velocidade e o vetor posição em função do tempo;

(b) Determine a equação da trajetória no plano xy e faça um desenho desta.

39. Um ponto move-se no plano xy com $v_y(t) = 4t^3 + 4t$ e $v_x(t) = 2$. Se para $t = 0$, $x = 0$ e $y = 2$ (unidades no SI). Obtenha:

   (a) Os vetores posição e aceleração instantâneos;

   (b) A equação cartesiana da trajetória.

40. Uma partícula **A** move-se ao longo da reta $y = D = 30$ m, com uma velocidade constante $\vec{v}_A(t) = 3\hat{\imath}$ (m/s). Uma segunda partícula, **B**, começa a movimentar-se, a partir da origem, com velocidade inicial nula e com aceleração constante $\vec{a}$, tal que $|\vec{a}| = 0,40$ m/s^2, no mesmo instante em que a partícula **A** passa pelo eixo y. Qual deve ser o valor do ângulo θ, entre o vetor $\vec{a}$ e o eixo y, para que, nesta situação, ocorra uma colisão entre **A** e **B**? Em que posição a colisão ocorre?

41. Uma partícula está, no instante $t = 0$ s, na posição $\vec{r}_0 = 3\,\hat{\imath} + 5\,\hat{k}$ (m), com uma velocidade $\vec{v} = 7\,\hat{\jmath}$ (m/s). Sua aceleração varia com o tempo segundo a expressão $\vec{a}(t) = -10\,\hat{\jmath} + 3\,t\,\hat{k}$ (m/s^2).

   (a) Determine $\vec{v}(t)$ e $\vec{r}(t)$;

   (b) Calcule os vetores posição e velocidade no instante $t = 3,0$ s.

2.4.2 Lançamento de projéteis

42. Uma pedra, que se encontra numa elevação de 60 m sobre uma plataforma horizontal, é arrastada com velocidade de 3 m/s. A que distância horizontal do ponto de projeção ela atinge o solo? Qual é seu vetor velocidade neste instante?

43. Uma mangueira, com o bico localizado 1,5 m acima do solo, é apontada para cima, segundo um ângulo de 30° com o chão. O jato de água atinge um canteiro a 15 m de distância.

(a) Com que velocidade o jato sai da mangueira?
(b) Que altura ele atinge?

44. Uma pedra cai de um balão que se desloca horizontalmente, com velocidade constante. A pedra permanece no ar durante 3 segundos e atinge o solo segundo uma direção que faz um ângulo de 30° com a vertical.

    (a) Qual é a velocidade do balão?
    (b) De que altura caiu a pedra?
    (c) Que distância a pedra percorreu na horizontal?
    (d) Qual o vetor velocidade da pedra quando atinge o solo?

45. Um avião bombardeiro, a 300 m de altitude, mergulha segundo um ângulo de 30° com a horizontal, voando a 180 km/h, em perseguição a um carro, no solo, que viaja a 90 km/h. A que distância horizontal do carro deve ser lançada uma bomba para que acerte o alvo?

46. Um garoto está 4 m à frente de uma parede vertical e lança uma bola. A bola deixa a mão do garoto, a uma altura de 2 m do chão, com velocidade inicial de módulo $v_0 = 10\sqrt{2}$ m/s, fazendo um ângulo de 45° com o chão. Quando a bola bate na parede, a componente horizontal de seu vetor velocidade inverte de sentido e a componente vertical permanece inalterada (módulo, direção e sentido se mantém os mesmos). Onde a bola atinge o solo? Qual a altura máxima H que ela atinge? Qual sua velocidade ao atingir o solo?

47. Um canhão está instalado na borda de um penhasco o qual, por sua vez, está situado na borda do mar. A boca do canhão está a uma altura de 56,25 m do pé do penhasco. Observa-se que a bala disparada na direção do mar atinge 101,25 m no ponto mais alto de sua trajetória e cai no mar a 300 m do pé do penhasco. Determine:

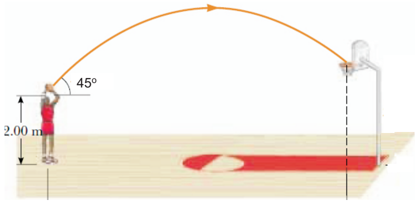


Figura 2.4: Esquema do lançamento do exercício 46.

(a) O vetor velocidade da bala no instante em que abandona o canhão;

(b) O vetor velocidade da bala quando atinge a superfície do mar.

48. Um jogador de futebol, a 20,5 m do gol adversário, dá um chute na bola, levantando-a do chão com uma velocidade inicial de módulo $v_o = 15$ m/s, passando-a ao centro-avante do time, que está alinhado com ele e o gol, posicionado a 5,5 m do gol adversário. O centro-avante, que tem 1,80 m de altura, acerta uma cabeçada na bola, imprimindo-lhe um incremento de velocidade somente na direção horizontal, e marca gol. Responda as perguntas a seguir:

    (a) De que ângulo(s) a bola havia sido levantada do chão?

    (b) Qual foi o incremento de velocidade impresso à bola pela cabeçada? Considere todas as soluções possíveis.

2.4.3 Movimento circular

49. A posição de uma partícula em função do tempo é dada por:

$$\vec{r}(t) = 4\sin(2\pi t)\hat{\imath} + 4\cos(2\pi t)\hat{\jmath}\,,$$

onde r está em metros e t em segundos.

    (a) Mostre que a trajetória desta partícula é um círculo com 4 metros de raio e centro em (0,0);

(b) Calcule o vetor aceleração e mostre que a sua direção é radial e que seu módulo é v^2/r;

(c) Qual é o período do movimento?

50. Qual é a hora entre 9 e 10 horas em que o ponteiro dos minutos de um relógio analógico coincide com o das horas? Depois do meio-dia, qual é a primeira vez que os três ponteiros (hora, minuto e segundo) voltam a coincidir?

51. Uma partícula P percorre, com velocidade constante e no sentido anti-horário, uma circunferência de raio igual a 3,0 m e completa uma volta em 20 segundos. A partícula passa pelo ponto O em t = 0 s. Tomando a origem em O, de acordo com a figura 51, determine:

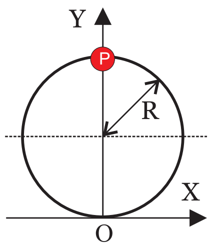


Figura 2.5: Trajetória da partícula P do exercício 51.

(a) O módulo e a direção dos vetores que descrevem a sua posição 5, 7,5 e 10 segundos mais tarde;

(b) O módulo e a direção do vetor deslocamento no intervalo de tempo de 5 segundos a contar do quinto segundo;

(c) O vetor velocidade média no intervalo do item (b);

(d) A velocidade instantânea e a aceleração instantânea para t = 5 e t = 10 s.

52. Um atleta corre em uma pista de corrida circular com uma velocidade de 9,2 m/s com uma aceleração radial de 3,8 m/s^2.

(a) Qual o raio da pista?

(b) Quanto tempo o atleta leva para completar uma volta?

53. Um astronauta gira em uma centrífuga de raio 5 m. Se sua aceleração for de 7g, onde g é a aceleração da gravidade (assuma g = 10 m/s^2), pergunta-se:

    (a) Qual a sua velocidade?

    (b) Quantas rotações por minuto são necessárias para produzir esta aceleração?

54. Calcule a aceleração de uma pessoa em um local de 40° de latitude, devido ao movimento de rotação da Terra. Assuma que o raio da terra vale $R_{\text{Terra}} = 6400$ km e que seu período é T_{Terra} =23h56min.

55. Uma partícula se desloca, no sentido anti-horário, sobre um círculo de raio 50 m, como mostra a figura 2.6. Sua velocidade escalar é descrita pela equação v(t) = 8 + 2t (m/s). Determine o módulo do vetor aceleração e o ângulo que este vetor faz com o eixo y quando t = 1 s, sabendo que neste instante a partícula encontra-se na posição indicada na figura 2.6.

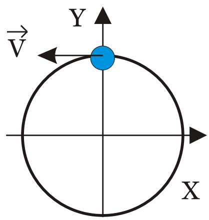


Figura 2.6: Trajetória da partícula do exercício 55.

56. A hélice de um ventilador completa 1200 rotações em cada minuto. Considere um ponto localizado na extremidade da hélice que tem um raio de 0,15 m.

(a) Qual a distância percorrida por este ponto em uma volta?

(b) Qual a sua velocidade e aceleração?

57. Um corpo, inicialmente em repouso, é acelerado em uma trajetória circular de raio 1,5 m, segundo a equação $\alpha = 120$ rad/s^2. Sabe-se que a partícula passa pela posição $\theta = \pi/2$ em t = 0 s. Determinar:

    (a) A velocidade angular do corpo em função do tempo;

    (b) A posição angular do corpo em função do tempo;

    (c) As componentes tangencial e centrípeta de sua aceleração.

58. Na figura 2.7, a polia maior, de 30 cm de raio, transmite seu movimento à menor, de 20 cm de raio, através da corrente sem fim C, que permanece sempre bem esticada e sem deslizamento. A polia maior, partindo do repouso com aceleracão angular uniforme, leva 1 minuto para atingir sua velocidade de regime permanente, e efetua um total de 540 rotações durante esse intervalo. Calcule a velocidade angular da polia menor e a velocidade linear da correia uma vez atingido o regime permanente.

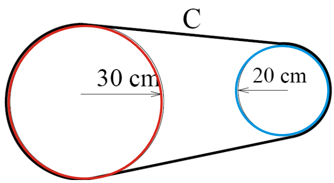


Figura 2.7: Esquema das duas polias do exercício 58.

59. Um corpo percorre uma circunferência de raio R de modo que o arco percorrido até o instante t é dado por $s = t^3 + 2t^2$ onde s é medido em metros e t em segundos. Sabe-se que o módulo da aceleracão total do corpo é $16\sqrt{2}$ m/s^2 quando t = 2 s.

(a) Escreva o vetor aceleracão do corpo, em função do raio R, em termos dos versores radial e tangencial, $\hat{e}_r$ e $\hat{e}_\theta$;

(b) Encontre o raio R da circunferência;

(c) Sabendo que em t = 3 s, o corpo passa a ser freado com desaceleracão angular uniforme α_o, percorrendo a distância de 4680 m, quanto tempo demora para a partícula parar? Qual é o valor de α_o?

60. Na figura 2.8 podemos observar o movimento de três partículas, num certo instante t. Todas elas deslocam-se no sentido anti-horário sobre círculos de raio 5 m, com velocidades variáveis (direção e/ou módulo). Nestes instantes aparecem, indicados nas figuras, também os vetores aceleracão e seus módulos. Em cada um dos instantes assinalados na figura, achar os vetores velocidade e aceleracão.

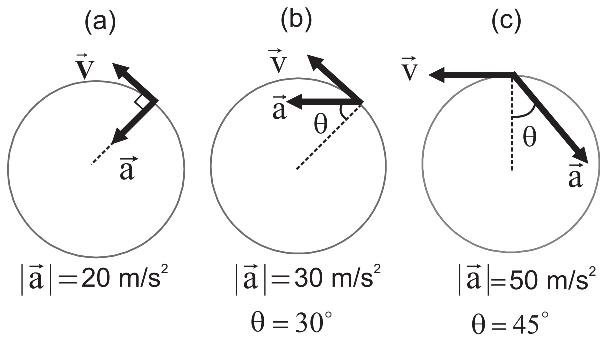


Figura 2.8: Trajetórias das partículas do exercício 60.

61. Um corpo, inicialmente em repouso, é acelerado numa trajetória circular de raio R, segundo a equação

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}(t) = \alpha(t) = a\, t^3 + b\, t^2.$$

Determine:

(a) A posição angular $\theta(t)$ e a velocidade angular $\omega(t)$ como função do tempo;

(b) O vetor velocidade v(t) como função do tempo;

(c) As componentes centrípeta e tangencial da aceleracão, como funções do tempo.

2.5 Aplicações das leis de Newton

2.5.1 Sem incluir atrito

62. Um bloco de massa m = 1 kg está apoiado sobre outro bloco de massa M = 3 kg, o qual está sobre uma mesa horizontal de massa 20 kg.

(a) Indique todas as forças que agem em cada um dos blocos e na mesa;

(b) Indique separadamente os pares de forças que correspondem à *ação e reação* (3ª Lei de Newton);

(c) Se invertermos as posições das massas, quais forças serão alteradas?

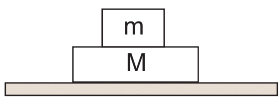


Figura 2.9: Esquema do arranjo do exercício 62.

63. Um bloco de massa M é puxado ao longo de uma superfície, lisa e horizontal, por uma corda de massa m sobre a qual se exerce uma força horizontal F. Determine as acelerações do bloco e da corda e a força T exercida pela corda sobre o bloco. Qual é o valor de T se desprezarmos m em confronto com M?

64. Um bloco de 2,6 kg está parado sobre um plano inclinado, devido ao atrito. Qual a componente da força que m aplica no plano inclinado:

    (a) Perpendicular à superfície?

    (b) Tangente à superfície?

    (c) Qual o módulo, direção e sentido da força que o plano inclinado aplica em m?

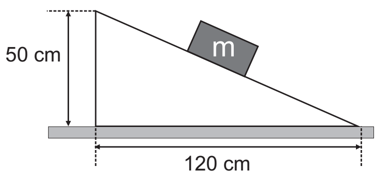


Figura 2.10: Esquema do arranjo do exercício 64.

65. Uma esfera maciça e homogênea está apoiada entre duas superfícies rígidas, como mostra a figura 2.11. Indique as direções e sentidos das forças que a esfera aplica em cada plano, sendo $\vec{N}_1$ a força entre a esfera e o plano de 30° e $\vec{N}_2$ a força entre a esfera e o plano de 60°. Calcule os módulos dessas forças sabendo que a massa da esfera é de 1 kg.

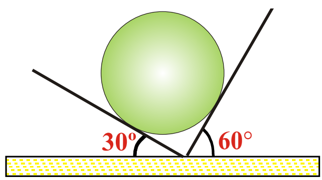


Figura 2.11: Representação esquemática da esfera do exercício 65.

66. No sistema da figura 2.12, o bloco de massa M está preso por fios ideais rotulados por **a**, **b** e **c**, onde o segmento **a** é horizontal e o segmento **c** é vertical. A tensão no fio **b** é de 100 N. Considere a aceleracão da gravidade $g = 10$ m/s^2 e orientada de cima para baixo.

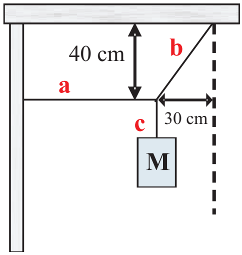


Figura 2.12: Sistema de blocos e fios do exercício 66.

(a) Calcule as tensões nos fios **a** e **c**;

(b) Determine o valor da massa M;

(c) Qual deveria ser o valor da massa M para que a tensão no segmento **a** do fio fosse de 15 N?

67. Um corpo de massa $m = 2$ kg está apoiado em um plano liso de inclinação 60°, o qual tem uma aceleracão **a** que mantém o corpo estacionário em relação ao plano, como mostra a figura 2.13. Determinar esta aceleracão. O que acontecerá se o plano tiver uma aceleracão com módulo maior que o valor encontrado?

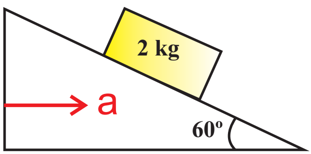


Figura 2.13: Esquema do plano inclinado do exercício 67.

68. O fio ideal ABC, mostrado na figura 2.14, suporta um corpo de massa m, passando por um prego fixo no ponto B e preso a

uma parede vertical no ponto A. A linha AB faz um ângulo φ com a vertical. O prego, em B, exerce uma força sobre o fio, de magnitude F, que forma um ângulo θ com a horizontal. Se o sistema está em equilíbrio, então:

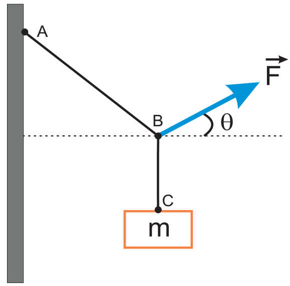


Figura 2.14: Esquema do corpo e do prego do exercício 68.

(a) Mostre que $\theta = \varphi/2$;

(b) Mostre que $F = 2\,m\,g\,\mathrm{sen}(\varphi/2)$;

(c) Faça um gráfico de F em função de φ, com $0 \leq \varphi \leq 180°$;

(d) Encontre a intensidade da força e a tensão que o fio aplica no teto, supondo $m = 1$ kg e $\varphi = 30°$.

69. Uma bola de massa m está presa a uma corda de comprimento L e massa desprezível e percorre com velocidade uniforme v, um círculo de raio R. A corda faz um ângulo θ com a vertical, como mostrado na figura 2.15. Achar a expressão para a tensão T na corda e a velocidade da bola, sabendo que a aceleracão da gravidade é g.

70. Um bloco de massa m é largado em repouso a uma altura h da superfície de uma mesa, no topo de um plano inclinado liso, de inclinação θ, como mostra a figura 2.16. A altura da mesa é H e a aceleracão da gravidade é g.

(a) Determine a expressão para o módulo da aceleracão do bloco a medida que ele desliza sobre o plano inclinado;

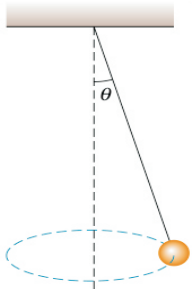


Figura 2.15: Esquema do arranjo do exercício 69.

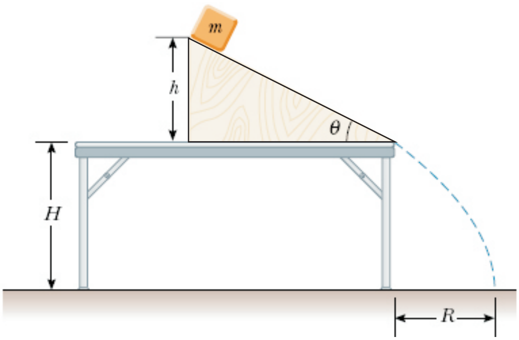


Figura 2.16: Esquema do conjunto de corpos do exercício 70.

(b) Qual é a expressão para o módulo da velocidade do bloco ao deixar o plano inclinado?

(c) Quão longe da mesa (R) o bloco atinge o chão?

(d) Quanto tempo o bloco leva para atingir o chão, desde o instante em que foi largado no topo do plano inclinado?

(e) Assumindo que g $= 10$ m/s^2, h $= 0,5$ m, H $= 2,0$ m e $\theta = 30°$, calcule os valores das grandezas dos itens (a), (b) (c) e (d)

71. Um passageiro de massa m = 72,2 kg encontra-se de pé, em

cima de uma balança, no interior de um elevador.

(a) Quanto marcará a balança se o elevador estiver em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme?

(b) Quanto marcará a balança se o elevador tiver uma aceleracão:

 i. dirigida para cima e de módulo $3,2\text{m/s}^2$?

 ii. dirigida para baixo e de módulo $3,2\text{m/s}^2$?

(c) Quanto marcaria a balança se o cabo se rompesse, fazendo com que o elevador se precipitasse em queda livre?

(d) O que ocorreria se o elevador fosse puxado para baixo com uma aceleracão de 12 m/s^2?

72. Um homem está sobre uma balança num elevador que tem uma aceleracão para cima de módulo a. A balança marca 960 N. Nas mesmas condições, o homem apanha uma caixa de 20 kg e a balança marca 1200 N. Determinar a massa do homem e a sua aceleracão.

73. Uma garota de 65 kg está sobre uma balança montada num skate que rola por um plano inclinado. Admitindo que não haja atrito de modo que a força exercida pelo plano inclinado sobre o skate seja perpendicular ao plano, qual é a leitura da balança se $\theta = 30°$?

74. Um engenheiro deseja projetar uma rampa de saída de uma rodovia de maneira que os carros não precisem utilizar o atrito para fazer a curva sem derrapar. Para isso ele tem que avaliar qual deve ser o ângulo θ de inclinação da curva, em função da velocidade v do carro e do raio R de curvatura da rampa. Encontre a expressão para θ que ele deve utilizar. Sabendo que o raio da curva projetada é R = 50 m e que utilizou-se a velocidade típica com que um carro faz a curva, que é de v = 50 km/h, avalie o valor de θ. A rampa foi projetada com esse valor que você avaliou. Discuta o que

acontece com um carro que entra na rampa com velocidade inferior e com velocidade superior a 50 km/h.

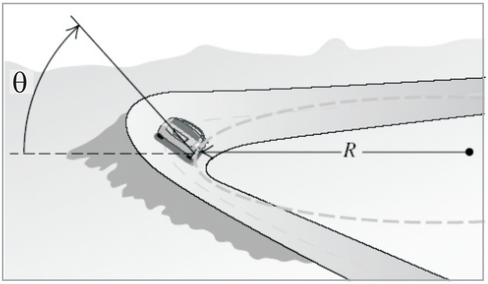


Figura 2.17: Esquema do exercício 74.

75. Três blocos estão conectados entre si por roldanas e fio ideais, como mostrado no esquema da figura 2.18. Não há atrito entre as massas e as mesas e a aceleracão da gravidade é g.

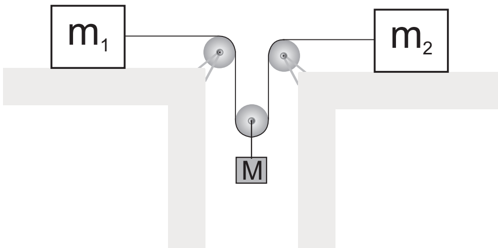


Figura 2.18: Esquema dos blocos do exercício 75.

(a) Considere que $m_1 = m_2 = m$, ou seja, que as massas m_1 e m_2 sào iguais. Determine:

i. A razão entre as acelerações das massas m e M;

ii. A aceleracão de M;

iii. A tensão T no fio.

(b) Suponha agora que as massas sejam todas diferentes. Determine

   i. A relação entre as acelerações das massas m_1, m_2, e M;

   ii. A aceleracão de cada massa;

   iii. A tensão T no fio.

(c) A aceleracão de cada bloco e a tensão na corda se $m_1 = M = m$ e $m_2 = 3m$.

2.5.2 Incluindo atrito

76. Uma caixa de 3 kg está sobre uma mesa horizontal. Os coeficientes de atrito estático e cinético, entre a caixa e a mesa, são $\mu_e = 0,6$ e $\mu_c = 0,5$. A caixa é tracionada por uma cabo que faz um ângulo $\theta = 30^o$ com a horizontal. Determine a força de atrito e a aceleracão da caixa se a tensão no fio for: (a) 10 N; (b) 20 N.

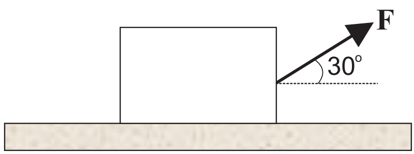


Figura 2.19: Esquema dos blocos do exercício 76.

77. Um corpo de massa $m_1 = 2$kg, repousa sobre um outro de massa $m_2 = 4$kg, que por sua vez está sobre uma superfície horizontal sem atrito. Uma força F = 3 N atua sobre m_2 conforme mostra a figura 2.20.

   (a) Sendo sem atrito a superfície entre os dois corpos, determinar a aceleracão de cada um deles;

   (b) Admitindo que a superfície entre os corpos seja suficientemente grosseira para que m_1 não escorregue sobre m_2, determinar a aceleracão dos dois corpos;

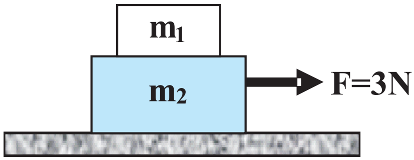


Figura 2.20: Esquema dos blocos do exercício 77.

(c) Determinar a força resultante que age sobre cada corpo em (b);

(d) Qual é o módulo, a direção e o sentido da força de contato exercida pelo corpo de massa m_1 sobre o corpo de massa m_2?

78. **(resolução na pg. 69)** Um cubo muito pequeno, de massa m, é colocado no interior de um funil, a uma distância r de seu eixo vertical de simetria, como indicado na figura 2.21, com a parede do funil fazendo um ângulo θ com a horizontal.

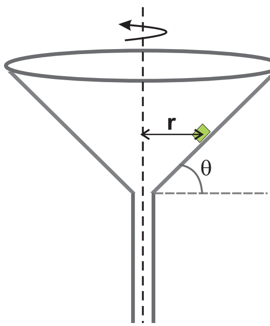


Figura 2.21: Desenho do funil e do cubo do exercício 78.

(a) Supondo que o coeficiente de atrito estático entre a parede do funil e o cubo vale μ_e e que o funil é posto para girar, em torno de seu eixo de simetria, com uma frequência constante ν rotações por segundo, de modo a impedir que o cubo deslize sobre a superfície interna do funil, ou seja, permaneça em repouso em relação ao funil, determine os valores máximo ($\nu_{\text{máx}}$) e mínimo ($\nu_{\text{mín}}$) da frequência ν que o funil pode girar.

(b) Admitindo $\mathrm{g} = 10,0$ m/s^2, $\theta = 45°$, $\mathrm{r} = 2,53$ cm e $\mu_{\mathrm{e}} = 0,5$ encontre os valores numéricos de $\nu_{\text{máx}}$ e $\nu_{\text{mín}}$.

79. Um carro trafega sobre uma estrada horizontal, na forma de um círculo de raio igual a 30 m. Sabendo que o coeficiente de atrito estático é 0,6, com que velocidade o carro pode trafegar sem risco de derrapar? Se a curva não for horizontal, mas inclinada, achar o ângulo de inclinação θ para que o carro a 40 km/h possa fazer a curva na ausência de atrito no pavimento.

80. Um vagão pode deslizar, sem atrito, sobre uma superfície horizontal. Um bloco A, de massa m = 2 kg, está encostado na face vertical do vagão, como mostra a figura 2.22. O coeficiente de atrito entre o bloco e o vagão é 0,6.

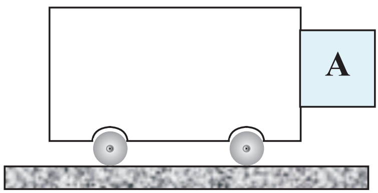


Figura 2.22: Esquema do vagão e do bloco **A** do exercício 80.

(a) Determinar a aceleracão mínima do vagão para que o bloco não caia;

(b) Neste caso, qual é o módulo da força de atrito?

(c) Sendo a aceleracão maior que este mínimo, a força de atrito será maior que a calculada na parte (b)? Explique.

81. Um homem está limpando o assoalho com um escovão. O cabo do escovão, que tem massa m, forma um ângulo θ com a direção vertical, como mostra a figura 2.23. Seja μ_c o coeficiente de atrito cinético entre o escovão e o assoalho e μ_e o coeficiente de atrito estático. Despreze a massa do cabo.

Figura 2.23: Desenho do exercício 81.

(a) Ache o módulo da força F, dirigida ao longo do cabo, necessária para fazer deslizar o escovão sobre o assoalho, com velocidade constante;

(b) Mostre que se θ for menor que um certo valor θ_0, o escovão não deslizará sobre o assoalho, qualquer que seja a força aplicada ao longo do cabo. Explicite θ_0 em termos dos parâmetros acima;

(c) Assumindo $\mathrm{m} = 0,5$ kg, $\mu_e = 0,38$ e $\theta = 22°$, calcule F.

82. No esquema mostrado na figura 2.24, o carrinho de massa M_2 pode deslizar sem atrito, enquanto os coeficientes de atrito entre M_1 e a superfície horizontal valem: $\mu_e = 0,6$ e $\mu_c = 0,4$.

(a) Qual deve ser o menor valor de M_2 para que se inicie o movimento?

(b) Qual será a tensão na corda se $M_2 = 2,0$ kg e $M_1 = 1$ kg?

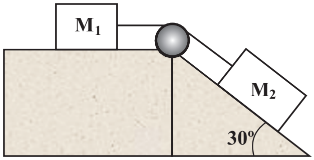


Figura 2.24: Esquema do conjunto de corpos do exercício 82.

83. Os esquemas de corpos e polias da figura 2.25 mostram sistemas constituídos por dois blocos, rotulados por **1** e **2**, de massas m_1 e m_2, respectivamente, e duas roldanas ideais, uma fixa e a outra móvel, pelas quais passam fios inextensíveis. As massas das roldanas e dos fios sào desprezíveis comparadas às dos blocos. O bloco **1** está apoiado em uma mesa e os coeficientes de atrito entre eles valem $\mu_e = 0,6$ e $\mu_c = 0,5$. Para cada um dos esquemas, determine:

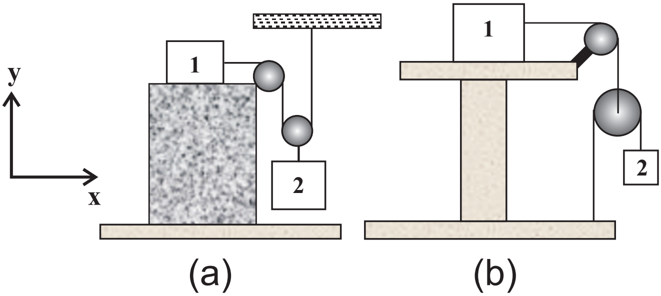


Figura 2.25: Esquemas dos corpos e polias do exercício 83.

(a) O valor máximo da relação m_2/m_1 de modo que o sistema permaneça em equilíbrio;

(b) A aceleracão da massa m_2 quando:

  i. Figura (a): $m_1 = 1,0$ kg e $m_2 = 2,0$ kg;

  ii. Figura (b): $m_1 = 2,0$ kg e $m_2 = 1,0$ kg;

(c) O vetor força que a haste, que suporta a roldana fixa, exerce sobre a mesa, em termos dos versores cartesianos $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$.

84. Um cubinho de gelo escorrega sobre um plano inclinado de inclinação 45° no dobro do tempo que leva para escorregar em um plano análogo, mas sem atrito. Qual é o valor do coeficiente de atrito cinético entre o gelo e o plano?

85. Um bloco desliza, para baixo, sobre um plano de inclinação φ, com velocidade constante. Ao atingir o final do plano, ele é projetado plano acima, por um dispositivo, com velocidade inicial $\mathrm{v_0}$. A aceleracão da gravidade é g.

    (a) Que distância acima, no plano, ele percorrerá, antes de parar?

    (b) Ele tornará a deslizar para baixo no plano inclinado? Explique.

86. Um carro, de massa M, faz uma curva de raio R com velocidade v, sem derrapar, sobre uma pista inclinada de ângulo de inclinação β. Como visto no exercício 74, existe um único valor para a velocidade, $\mathrm{v} = \mathrm{v_0}$, para a qual o carro faz a curva sem derrapar e sem precisar contar com o atrito, onde $\mathrm{v_0} = \sqrt{\mathrm{g\,R\,tg}\beta}$, com g sendo a aceleracão da gravidade. Encontre:

    (a) O módulo da força normal que a pista da estrada exerce sobre os pneus para os casos sem e com atrito;

    (b) O módulo da força de atrito entre a pista e os pneus para os casos em que $\mathrm{v} > \mathrm{v_0}$ e $\mathrm{v} < \mathrm{v_0}$;

    (c) Os valores máximo e mínimo de v ($\mathrm{v_{máx}}$ e $\mathrm{v_{mín}}$).

2.6 Referenciais não inerciais

Nos exercícios de **87-89**, o evento ocorre dentro de um trem com aceleracão constante $\vec{\mathrm{a}}_\mathrm{T} = 5\hat{\imath}$ (m/s^2) e com velocidade inicial $\vec{\mathrm{v}}_\mathrm{T}(0) = 0$, conforme está mostrado na figura 2.26. Faça os exercícios em um referencial ligado ao trem (não inercial), utilizando o conceito de forças inerciais, e em um referencial ligado ao solo (inercial).

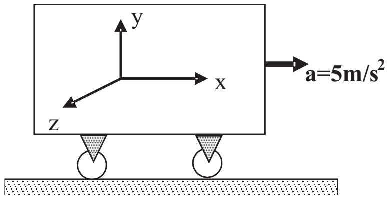


Figura 2.26: Esquema do trem dos exercícios **87-89**.

87. Um corpo de 2 kg escorrega sobre o assoalho liso do trem com velocidade inicial $\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{c}}(0) = 10\,\hat{\imath}$ (m/s), em relação ao solo.

    (a) Escreva as equações que decrevem o movimento do corpo $\mathrm{x_c(t)}$, $\mathrm{v_c(t)}$ e $\mathrm{a_c(t)}$, em relação ao trem e em relação ao solo;

    (b) Escreva as equações que decrevem o movimento do trem $\mathrm{x_T(t)}$, $\mathrm{v_T(t)}$ e $\mathrm{a_T(t)}$, em relação ao solo;

    (c) Determine em que instante o corpo pára em relação ao trem;

    (d) Determine em que instante o corpo atinge novamente a sua posição inicial, em relação ao assoalho do trem.

88. Um corpo de 2 kg escorrega sobre o assoalho áspero do trem com velocidade inicial $\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{c}}(0) = 10\,\hat{\imath}$ (m/s), em relação ao solo. Os coeficientes de atrito cinético e estático entre o corpo e o trem são, respectivamente, $\mu_{\mathrm{c}} = 0,30$ e $\mu_{\mathrm{e}} > 0,50$.

    (a) Escreva as equações que decrevem o movimento do corpo $\mathrm{x_c(t)}$, $\mathrm{v_c(t)}$ e $\mathrm{a_c(t)}$, em relação ao trem e em relação ao solo;

    (b) Escreva as equações que decrevem o movimento do trem $\mathrm{x_T(t)}$, $\mathrm{v_T(t)}$ e $\mathrm{a_T(t)}$, em relação ao solo;

(c) Determine em que instante $t = t_1$ o corpo pára em relação ao trem;

(d) O corpo volta a movimentar-se em relação ao assoalho do trem para $t > t_1$?

89. Um corpo está suspenso do teto do trem por um fio ideal.

(a) Indique todas as forças que agem sobre o corpo em cada um dos referenciais;

(b) Qual o ângulo θ que o fio faz com a vertical?

90. Um bloco de massa M = 2 kg e formato indicado na figura 2.27 pode deslizar sem atrito sobre uma superfície horizontal. O bloco de massa m = 1 kg também pode deslizar sem atrito sobre M. Em um dado instante o bloco de massa M é submetido a uma força horizontal constante de 6000 dinas de intensidade.

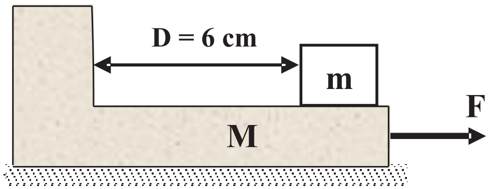


Figura 2.27: Figura referente ao exercício 90.

(a) Qual é a aceleracão de M em relação ao solo?

(b) Qual é a aceleracão de m em relação ao solo? Qual a força resultante em m?

(c) Qual a aceleracão de m em relação a M?

(d) Do ponto de vista do referencial fixo em M, qual a força resultante em m?

(e) Se a distância inicial entre a massa m e a barreira de M for D=6 cm, quanto tempo leva até a colisão?

(f) Suponha, agora, que existe um pequeno atrito entre as superfícies dos blocos m e M com $\mu_c = \mu_e = 10^{-3}$:

i. Volte a responder as questões de (a) até (e);

ii. Qual deve ser a intensidade da força F, aplicada em M, abaixo da qual os blocos se deslocariam com a mesma aceleracão?

91. Um caminhão, inicialmente parado em uma pista horizontal, tem um caixote de massa m = 1000 kg encostado na parte dianteira de sua carroceria, como mostrado na figura 2.28.

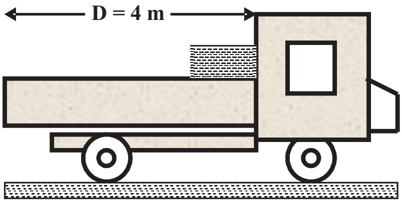


Figura 2.28: Caminhão do exercício 91.

Em um dado instante, o caminhão passa a sofrer uma aceleracão uniforme de 2 m/s^2, quando então o caixote começa a deslizar, colidindo com a parte posterior da carroceria 4 segundos depois.

(a) Qual o coeficiente de atrito cinético entre o caixote e a carroceria do caminhão?

(b) Qual a velocidade do caixote, em relação ao solo, no instante imediatamente anterior à colisão?

92. O motorista de um caminhão de massa M=800 kg, resolve fazer alguns testes de segurança com sua carga, um caixote de massa m=200 kg. Partindo sempre do repouso, e imprimindo várias acelerações, ele percebe que o caixote começa a escorregar se sua velocidade crescer uniformemente de 0 a 36 km/h em 10 s. Nestas condições:

(a) Qual a aceleracão do caminhão?

(b) Qual a intensidade da força de atrito que o caminhão aplica no solo?

(c) Qual o coeficiente de atrito estático entre o caixote e a carroceria?

(d) Suponha, agora, que $\mu_c = \mu_e = 0,1$, e que o caminhão parta do repouso com a aceleracão de 2 m/s^2:

i. Calcule a aceleracão do caixote em relação ao solo;

ii. Se a carroceria tiver comprimento d = 24 m, qual será a distância percorrida pelo caminhão até o caixote cair da carroceria?

93. Na figura 2.29, os blocos $m_1 = m_2 = m$ està£o ligados por fio e roldana ideais e podem deslizar sem atrito sobre as paredes do carrinho de massa M. Qual o valor da força, aplicada ao carrinho, a partir do repouso, que faz com que m_1 fique parado em relação a M?

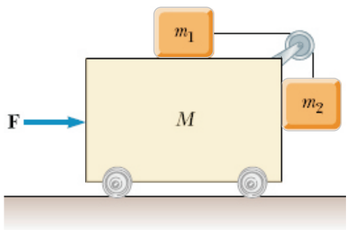


Figura 2.29: Esquema dos blocos do exercício 93.

94. Uma massa m = 1 kg está presa ao teto de um elevador por um fio ideal, tal que a distância entre a massa e o piso do elevador é h = 1,99 m. O elevador, que está descendo na razão de 2 m/s, passa entà£o a ser freado, parando após percorrer 2 m.

(a) Qual a tensão sofrida pelo fio enquanto o elevador está sendo freado?

(b) Se no instante em que o elevador começa a ser freado o fio arrebentar, quanto tempo leva para a massa colidir com o piso do elevador?

95. Uma força F atua sobre um suporte liso, de massa desprezível, preso a uma roldana de massa m_1, que não gira. Dois corpos de massa m_2 e m_3 estão suspensos por um fio ideal que passa pelo suporte, conforme está mostrado na figura 2.30. Admitindo que F seja maior que 2T, determine:

    (a) O vetor aceleracão de cada um dos corpos e a tensão no fio se $m_1 = m_2 = m_3$;

    (b) O módulo da aceleracão de cada corpo se $m_1 = m_2$ e $m_3 = 2m_1$.

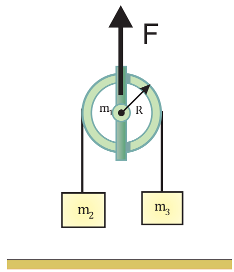


Figura 2.30: Esta figura refere-se ao exercício 95.

96. Uma haste vertical AB gira com uma velocidade angular ω. Um fio ideal e de comprimento $L < \overline{AB}$ tem uma de suas extremidades presa ao ponto A da haste, enquanto na outra extremidade está presa uma massa m. Determine:

    (a) A tensão no fio;

    (b) O ângulo que o fio faz com a vertical quando as condições de equilíbrio prevalecem.

97. Viajando na traseira de um caminhão aberto, que está uniformemente acelerado com $a = 3$ m/s^2 numa estrada horizontal, um estudante resolve aplicar seus conhecimentos de física, lançando uma bola para o ar de tal forma que possa voltar a apanhá-la sem sair de seu lugar. Em que ângulo com a vertical a bola deve ser lançada?

98. Resolva o exercício 67 no referencial não inercial (plano inclinado).

2.7 Trabalho e energia cinética

99. Um estudante em um laboratório levanta uma rocha de massa m = 12 kg, e eleva-a, com aceleracão desprezível, até a altura D = 1,8 m, para colocá-la em um armário.

    (a) Qual o trabalho realizado pelo estudante sobre a rocha?

    (b) Qual o trabalho realizado pela força de atração gravitacional da Terra sobre a rocha?

    (c) Qual o trabalho total realizado sobre a rocha por todas as forças que atuam sobre ela?

100. Um funcionário empurra, num assoalho áspero, uma escrivaninha, cuja massa é igual a 85 kg, com velocidade constante, por uma distância de 3,0 m. O coeficiente de atrito entre a mesa e o assoalho é de 0,22.

    (a) Qual o trabalho realizado pelo funcionário sobre a escrivaninha?

    (b) Qual o trabalho realizado pela força peso, pela força normal e pela força de atrito?

    (c) Qual o trabalho realizado sobre a escrivaninha por todas as forças que atuam sobre ela?

101. Um engradado de massa m = 15 kg é puxado com velocidade constante por um guincho, numa distância d = 6,0 m, numa rampa sem atrito, até uma altura H = 3,0 m acima do ponto de partida.

    (a) Qual a força F exercida pelo guincho e qual o trabalho realizado por esta força?

(b) Quanto trabalho seria necessário para elevar o engradado verticalmente para cima, na mesma altura H? Neste caso, qual a força exercida pelo guincho?

(c) Compare e analise os resultados encontrados nos itens anteriores.

102. Um helicóptero é usado para erguer, verticalmente do oceano, um náufrago de massa $m = 70,0$ kg a uma altura de 20,0 m, por meio de um cabo ideal. A aceleracão do náufrago vale $g/10$, onde g é a aceleracão da gravidade. Desprezando a resistência do ar, determine:

    (a) O trabalho realizado pelo helicéptero sobre o náufrago;

    (b) O trabalho realizado pelo campo gravitacional sobre o náufrago;

    (c) A velocidade com que o náufrago chega ao helicóptero.

103. Um jogador de beisebol lança uma bola de massa $m = 250$ g com velocidade inicial de 18 m/s. Um outro jogador, no mesmo nível, pega a bola quando sua velocidade se reduziu para 12 m/s. Que trabalho foi realizado pela resistência do ar?

104. Mostre que a distância mínima necessária para deter um carro (derrapando) que se move com velocidade v ao longo de uma estrada horizontal, é $\Delta x = v^2/(2\,\mu_c\,g)$, onde μ_c é o coeficiente de atrito cinético entre os pneus do carro e a estrada e g é a aceleracão da gravidade.

105. Um corpo de 10 kg está em repouso sobre uma superfície horizontal, sem atrito. Uma força de módulo constante de 20 N, fazendo um ângulo de 30° com a horizontal, puxa o corpo. Determinar o trabalho efetuado pela força da corda e a velocidade escalar final do corpo, depois de deslocar-se 3 m sobre a superfície horizontal.

106. Um bloco de 4 kg está apoiado sobre uma mesa e ligado a uma mola horizontal que obedece a lei de Hooke $F(x) = -kx$, onde x se mede a partir do comprimento de equilàbrio da mola e a constante de força k vale 400 N/m. A mola está comprimida até $x_1 = -5$ cm.

   (a) Determinar o trabalho efetuado pela mola quando o bloco se desloca desde $x_1 = -5$ cm até a sua posição de equilíbrio $x_2 = 0$, admitindo que não haja atrito entre o bloco e a mesa;

   (b) Determinar a velocidade escalar do bloco em $x_2 = 0$, admitindo que não haja atrito entre o bloco e a mesa;

   (c) Determinar a velocidade do bloco quando a mola está na posição de equilíbrio, mas agora admitindo que o coeficiente de atrito cinético entre a mesa e o bloco é 0,20.

107. Uma partícula move-se, sob a ação da força $\vec{F} = 10y\hat{\imath} - 10x\hat{\jmath}$ (N), no plano xy. Calcule:

   (a) O trabalho realizado pela força $\vec{F}$ ao longo do quadrado indicado na figura 2.31. Ela é conservativa?

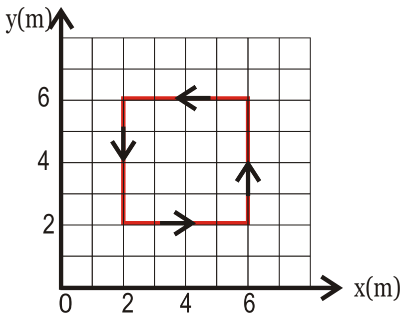


Figura 2.31: Trajetória da partícula do exercício 107.

(b) O trabalho realizado pela força $\vec{F}$ ao longo da diagonal do quadrado da trajetória da figura 2.31, partindo da posição (2,2) e chegando a posição (6,6).

108. Uma partícula de massa m = 2 kg desloca-se ao longo de uma reta. Entre x = 0 e x =7 m, ela está sujeita à uma força F(x) representada no gráfico da figura 2.32. Calcule a velocidade da partícula depois de percorrer 4 m e 7 m, sabendo que sua velocidade para x = 0 é de 3 m/s.

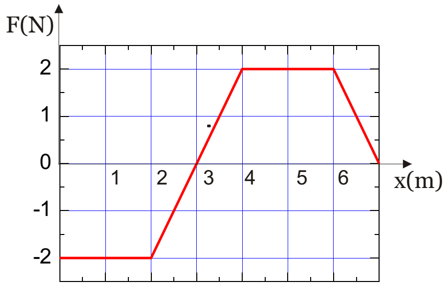


Figura 2.32: Gráfico de F(x) do exercício 108.

109. Uma força resultante de 5,0 N passa a atuar, durante 20 segundos, sobre um corpo de massa 15,0 kg, inicialmente em repouso, sobre uma superfície horizontal.

(a) Encontre uma expressão, em função do tempo, para o trabalho realizado por esta força;

(b) Qual o trabalo realizado por esta força, passados 3 segundos, a contar do décimo segundo?

(c) No instante t = 15 s, qual a velocidade do corpo?

(d) Qual foi seu deslocamento para o intervalo $0 \leq t \leq 15$ s?

110. A posição de uma partícula de massa m = 2 kg é dada pela expressão $x(t) = 2t - t^2 + t^3$, onde x é dado em metros e t em segundos. Obtenha o trabalho realizado, durante os primeiros 2 s, pela força que atua sobre a partícula.

2.8 Forças conservativas: energia potencial

111. Um carrinho desliza, a partir do repouso, do alto de uma montanha russa de 5 m de altura, com atrito desprezível. Chegando ao sopé da montanha, ele é freado pelo terreno coberto de areia, parando em 1,25 s. Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a areia?

112. Um pêndulo de massa m é afastado da vertical de um ângulo inicial θ_0 e solto em repouso. A aceleracão da gravidade é g.

    (a) Qual é a expressão para a tensão no fio quando o pêndulo está com sua velocidade máxima?

    (b) Para que ângulo θ, com a vertical, a velocidade será metade da velocidade máxima atingida pelo pêndulo? Para esse ângulo, qual é a expressão para a tensão no fio?

    (c) Avalie os resultados encontrados nos itens (a) e (b) tomando $\mathrm{g} = 10\ \mathrm{m/s^2}$, $\theta_0 = 60°$ e $\mathrm{m} = 1,0$ kg.

113. Um bloco de massa m = 5 kg, deslizando sobre uma mesa horizontal, com coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0,5$, colide com uma mola de massa desprezível, de constante de mola k = 250 N/m, inicialmente na posição relaxada, como mostra a figura 2.33. O bloco atinge a mola com velocidade de 1 m/s. Assuma $\mathrm{g} = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

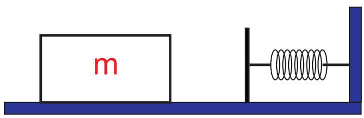


Figura 2.33: Esquema massa-mola do exercício 113.

    (a) Qual é a deformação máxima $d_{máx}$ da mola?

(b) Que acontece depois que a mola atinge a sua deformação máxima?

(c) Que fração da energia inicial é dissipada pelo atrito nesse processo?

114. Uma conta de massa m, enfiada num aro circular de raio R, que está num plano vertical, desliza, a partir do repouso e sem atrito, da posição **A**, no topo do aro, para a posição **B**, descrevendo um ângulo $\theta < 90°$, como mostra a figura 2.34.

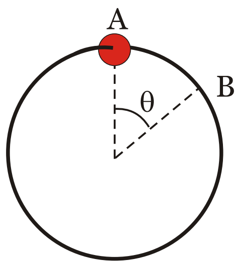


Figura 2.34: Esquema do aro e da conta do exercício 114.

(a) Qual é o trabalho realizado pela força de reação do aro sobre a conta?

(b) Qual é a velocidade da conta na posição **B**?

115. Um vagão de massa $m_2 = 4$ toneladas está sobre um plano inclinado de inclinação $\theta = 45°$, ligado a uma esfera suspensa, de massa $m_1 = 500$ kg, pelo sistema de cabos e polias como ilustrado na figura 2.35. O cabo é inextensível e as massas do cabo e das polias são desprezíveis em comparação com as demais. O coeficiente de atrito cinético entre o vagão e o plano inclinado é $\mu_c = 0,5$ e o sistema é solto do repouso.

(a) Determinar as relações entre os deslocamentos e as velocidades das massas m_1 e m_2;

(b) Utilizando a conservação da energia, calcule de que distância D o vagão terá se deslocado, ao longo do plano inclinado, quando sua velocidade atingir 4,5 km/h.

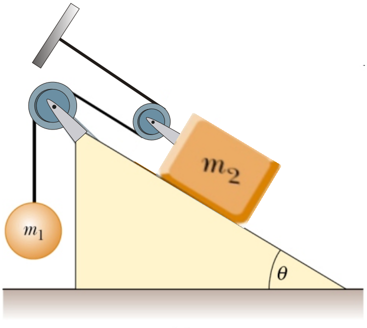


Figura 2.35: Esquema do vagão no plano inclinado do exercício 115.

116. Um esquimó escorrega do alto de um iglu, um domo hemisférico de gelo de altura 3 m.

    (a) De que altura h, acima do solo, o esquimó perde o contato com a superfície do iglu?

    (b) A que distância d da parede do iglu ele cai?

117. Uma conta de massa m = 300 g, enfiada em um aro circular de raio R = 1 m, situado em um plano vertical, está presa por uma mola de constante de mola k = 200 N/m ao ponto **C**, localizado no topo do aro. Na posição relaxada da mola, ela está localizada em **B**, o qual é o ponto mais baixo do aro. Se soltarmos a conta, a partir do repouso, do ponto **A**, que faz um ângulo de 60° com **B**, como indicado na figura 2.36, com que velocidade ela atinge o ponto **B**?

118. O cabo de um elevador de 20 kN rompe-se, quando ele está parado no primeiro andar, de modo que o piso do elevador encontra-se a uma distância d $= 3,5$ m acima de uma mola amortecederora, cuja constante de mola é k = 150 kN/m. Um sistema de segurança prende os trilhos laterais que servem de guia, de modo que uma força de atrito constante de 4,5 kN opõe-se ao movimento do elevador após o rompimento do cabo. Determine:

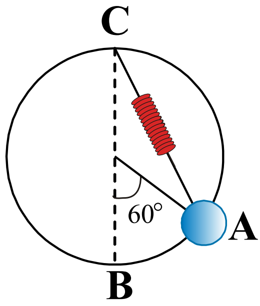


Figura 2.36: Esquema do aro circular e da conta do exercício 117.

(a) A velocidade do elevador imediatamente antes de atingir a mola;

(b) A deformação máxima da mola ;

(c) A altura que o elevador subirá de volta, a partir da posição inicial da mola relaxada;

(d) A distância total, aproximada, percorrida pelo elevador antes de parar totalmente, utilizando, para isto, o princípio da conservação de energia. Porque esta resposta não é exata?

119. Uma moeda de massa m = 2 g é pressionada sobre uma mola vertical, comprimindo-a em 1,0 cm. A constante elástica da mola é 40 N/m. A que altura h, a partir da posição inicial, se elevará a moeda quando a mola for liberada?

120. Um bloco de massa m = 10 kg é solto em repouso em um plano inclinado de 45° em relação ao plano horizontal, com coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0,5$. Depois de percorrer uma distância d = 2 m ao longo do plano inclinado, o bloco colide com uma mola de constante k = 800 N/m, de massa desprezível, que se encontrava relaxada, de acordo com o esquema mostrado na figura 2.37.

(a) Qual é a compressão sofrida pela mola?

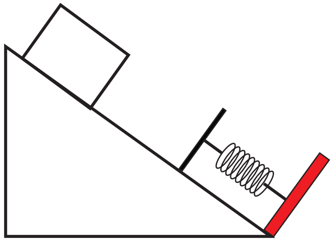


Figura 2.37: Plano inclinado e corpo do exercício 120.

(b) Qual é a energia dissipada pelo atrito durante o trajeto do bloco desde o alto do plano até a compressão máxima da mola? Que fração representa da variação total de energia potencial durante o trajeto?

(c) Se o coeficiente de atrito estático com o plano é de $\mu_e = 0,8$, que acontece com o bloco logo após colidir com a mola?

121. Num parque de diversões, um carrinho desce de uma altura h, a partir do repouso, para dar a volta no *loop* de raio R indicado na figura 2.38.

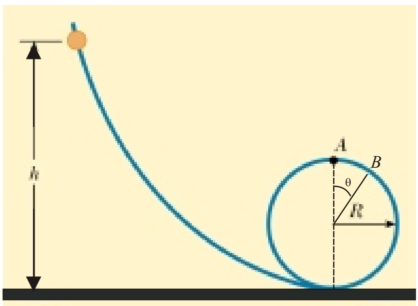


Figura 2.38: Esquema do *loop* do exercício 121.

(a) Desprezando o atrito do carrinho com o trilho, qual é o menor valor de $h = h_1$ necessário para permitir ao carrinho dar a volta completa?

(b) Se $R < h < h_1$ o carrinho cai no trilho em um ponto rotulado por B, quando ainda falta percorrer mais um ângulo θ para chegar até o topo A. Calcule θ.

(c) Que acontece com o carrinho para $h < R$?

122. Uma partícula de massa m = 1 kg se move ao longo da direção x sob o efeito da força $\mathrm{F(x) = 3x^2 - 12x + 9}$ (N).

   (a) Tomando U(1) = 0 J, calcule a energia potencial da partícula;

   (b) Faça um gráfico de U(x) em função de x para o intervalo de posições $-0,5 < \mathrm{x} < 4,5$ m. Determine as posições de equilíbrio e discuta suas estabilidades.

   (c) Considere o caso em que a partícula parte da origem com velocidade nula. Discuta o movimento da partícula nesta situação. Qual será a velocidade máxima e em que ponto isso ocorrerá?

   (d) Para que valores da energia mecânica total a partícula poderá apresentar um comportamento oscilatório?

123. Uma partícula está submetida a uma força dada pela energia potencial $\mathrm{U(x,y) = 3x^2y - 7x}$.

   (a) Qual é a força $\vec{\mathrm{F}}(\mathrm{x,y})$ a que ela está sujeita?

   (b) Qual é a variação da energia cinética entre os pontos (0,0) e (1,1)? Este resultado depende do caminho percorrido pela partícula? Justifique.

124. Uma partícula de massa m = 2 kg move-se ao longo do eixo x sob a ação de uma força conservativa F(x) em uma região onde a energia potencial U(x) varia conforme o gráfico apresentado na figura 2.34.

   (a) Quais são os pontos ou as regiões de equilíbrio?

   (b) Se a energia mecânica total for $\mathrm{E_{TOTAL}} = 5$ J determine as regiões permitidas para o movimento da partícula;

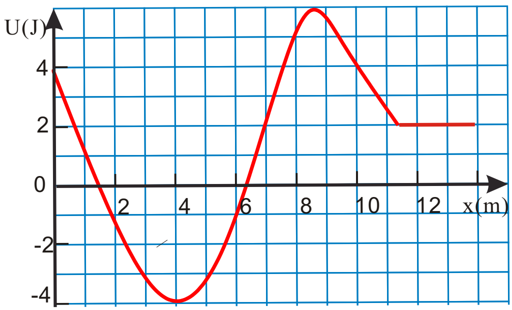


Figura 2.39: Gráfico da energia potencial do exercício 124.

(c) Determine a energia cinética da partícula em $x = 12$ m;

(d) Determine o trabalho realizado pela força $F(x)$ para deslocar o corpo desde $x = 1,5$ m até $x = 12$ m;

(e) Se a partícula tem energia cinética nula quando posicionada em $x = 1,5$ m, qual é a energia mínima que deve ser fornecida para que ela possa atingir a posição $x = 12$ m? Neste caso, qual sua energia cinética em $x = 12$ m?

125. Uma partícula de massa $m = 6$ kg move-se em uma trajetória retilínea sob a ação de uma força conservativa $F(x) = x - x^3$, onde x é medido em metros e F em Newtons.

   (a) Determine a expressão da energia potencial associada a esta força, a qual satisfaz a condição $U(0) = 1/4$;

   (b) Esboce o gráfico de $U(x) \times x$;

   (c) É possível esta partícula ter uma energia mecânica total igual a 0,15 J? Justifique.

   (d) Supondo que a partícula parta da origem com velocidade 0,5 m/s, encontre a energia mecânica total da partícula. Nesse caso seu movimento é oscilatório? Se sim, encontre os pontos de retorno clássico.

126. *Ionização do átomo de hidrogênio.* No modelo de Bohr do átomo de hidrogênio, o elétron segue uma órbita circular em

torno do próton. No estado de energia mais baixo, o raio da órbita é $R = 0,529 \times 10^{-10}$ m. A força que o próton aplica no elétron é dada por

$$F(r) = -\frac{k\, e^2}{r^2}\,,$$

onde $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C e $k = 9 \times 10^9 \mathrm{N\, m^2/C^2}$.

(a) Calcule o trabalho que a força elétrica realiza para trazer o elétron de uma distância muito grande ($r \to \infty$) até a posição $r = R$ e determine a energia potencial do elétron em $r = R$;

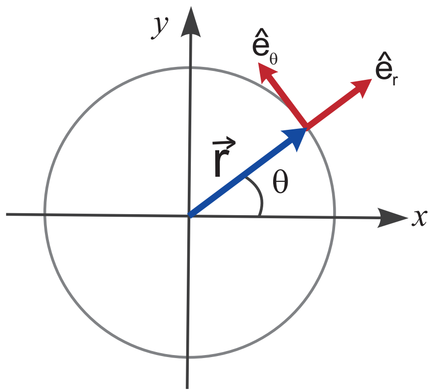
(b) Calcule a energia cinética do elétron nesta órbita;

(c) Qual é a energia de ligação do elétron?

Capítulo 3

Coordenadas polares e o movimento circular

3.1 Vetores polares unitários: $\hat{e}_r$ e $\hat{e}_\theta$



- $\hat{\mathrm{e}}_\mathrm{r}$ $\Rightarrow$ versor na direção radial e sentido para fora, com $|\hat{\mathrm{e}}_\mathrm{r}| = 1$ e direção e sentido variando com o tempo.

- $\hat{\mathrm{e}}_\theta$ $\Rightarrow$ versor na direção tangencial, perpendicular à $\hat{e}_r$, sentido anti-horário, com $|\hat{\mathrm{e}}_\theta| = 1$ e direção e sentido variando com o tempo.

Vamos escrever os versores polares em termos dos versores cartesianos:

$$\boxed{\hat{\mathrm{e}}_{\mathrm{r}} = \ \ \cos\,\theta(\mathrm{t})\,\hat{\imath} + \sin\,\theta(\mathrm{t})\,\hat{\jmath}}$$

$$\boxed{\hat{\mathrm{e}}_{\theta} = -\sin\,\theta(\mathrm{t})\,\hat{\imath} + \cos\,\theta(\mathrm{t})\,\hat{\jmath}}$$

Como $\hat{\mathrm{e}}_{\mathrm{r}}$ e $\hat{\mathrm{e}}_{\theta}$ dependem implicitamente do tempo, pois o ângulo θ varia com o tempo, então suas derivadas em relação ao tempo não são nulas, de modo que:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathrm{e}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}} &= \frac{\mathrm{d}\,\cos\,\theta(\mathrm{t})}{\mathrm{d}\,\theta}\,\frac{\mathrm{d}\,\theta}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}}\,\hat{\imath} + \frac{\mathrm{d}\,\sin\,\theta(\mathrm{t})}{\mathrm{d}\,\theta}\,\frac{\mathrm{d}\,\theta}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}}\,\hat{\jmath} = \\
&= -\sin\,\theta(\mathrm{t})\,\omega(\mathrm{t})\,\hat{\imath} + \cos\,\theta(\mathrm{t})\,\omega(\mathrm{t})\,\hat{\jmath} \ = \omega(\mathrm{t})\,\hat{\mathrm{e}}_{\theta}\,;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathrm{e}}_{\theta}}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}} &= -\frac{\mathrm{d}\,\sin\,\theta(\mathrm{t})}{\mathrm{d}\,\theta}\,\frac{\mathrm{d}\,\theta}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}}\,\hat{\imath} + \frac{\mathrm{d}\,\cos\,\theta(\mathrm{t})}{\mathrm{d}\,\theta}\,\frac{\mathrm{d}\,\theta}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}}\,\hat{\jmath} = \\
&= -\cos\,\theta(\mathrm{t})\,\omega(\mathrm{t})\,\hat{\imath} - \sin\,\theta(\mathrm{t})\,\omega(\mathrm{t})\,\hat{\jmath} \ = -\omega(\mathrm{t})\,\hat{\mathrm{e}}_{\mathrm{r}}.
\end{aligned}$$

Portanto, temos que

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathrm{e}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}} = \ \ \omega(\mathrm{t})\,\hat{\mathrm{e}}_{\theta}}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathrm{e}}_{\theta}}{\mathrm{d}\,\mathrm{t}} = -\omega(\mathrm{t})\,\hat{\mathrm{e}}_{\mathrm{r}}}$$

3.2 Vetores posição, velocidade e aceleração em coordenadas polares

Utilizando as coordenadas polares, podemos escrever o vetor posição de uma partícula, em movimento circular, como:

$$\boxed{\vec{r}\,(t) = R\,\hat{e}_r}$$

onde R é o raio da órbita circular. O vetor velocidade da partícula será:

$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}}{d\,t} = R\frac{d\,\hat{e}_r}{d\,t}$$

$$\boxed{\vec{v}\,(t) = R\,\omega(t)\,\hat{e}_\theta}$$

mostrando que o vetor velocidade da partícula tem direção sempre tangente à trajetória e módulo $R\,\omega$. Podemos obter o vetor aceleracão derivando o vetor velocidade:

$$\begin{aligned}\vec{a}\,(t) &= \frac{d\,\vec{v}}{d\,t} = R\,\frac{d}{d\,t}\,[\omega\,(t)\,\hat{e}_\theta] \\ &= R\,\frac{d\,\omega}{d\,t}\,\hat{e}_\theta + R\omega\,(t)\frac{d\,\hat{e}_\theta}{d\,t}\end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{a}\,(t) = R\,\alpha\,(t)\,\hat{e}_\theta - R\,[\omega\,(t)]^2\,\hat{e}_r}$$

Assim, o vetor aceleracão de uma partícula em movimento circular tem duas componentes: uma tangencial e uma radial. A componente radial é chamada de aceleracão centrípeta, está sempre presente em um movimento circular, seja ele uniforme ou não, e seu sentido é sempre para dentro. A componente tangencial é não nula somente se o movimento for acelerado. Desse modo, podemos escrever que

$$\boxed{\vec{a}\,(t) = a_T\,\hat{e}_\theta - a_{cp}\,\hat{e}_r}$$

com

$$\boxed{a_T\,(t) = R\,\alpha\,(t) = R\,\tfrac{d\,\omega}{d\,t} = \frac{d\,|\vec{v}|}{d\,t}}$$

$$\boxed{a_{cp}(t) = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}}$$

$$\boxed{|\vec{a}(t)| = \sqrt{a_T^2 + a_{cp}^2}}$$

Capítulo 4

Solução do exercício 78

Um cubo muito pequeno, de massa m, é colocado no interior de um funil, a uma distância r de seu eixo vertical de simetria, como indicado na figura 4.1, com a parede do funil fazendo um ângulo θ com a horizontal.

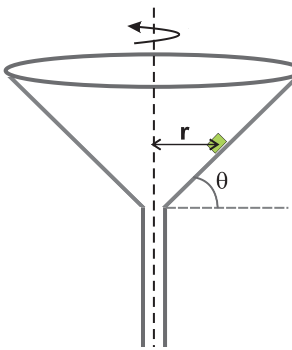


Figura 4.1: Desenho do funil e do cubo do exercício 78.

(a) Supondo que o coeficiente de atrito estático entre a parede do funil e o cubo vale μ_e e que o funil é posto para girar, em torno de seu eixo de simetria, com uma frequência constante ν rotações por segundo, de modo a impedir que o cubo deslize sobre a superfície interna do funil, ou seja, permaneça em repouso em relação ao funil, determine os valores máximo ($\nu_{\text{máx}}$) e mínimo

($\nu_{\text{mín}}$) da frequência ν que o funil pode girar.

(b) Admitindo g $= 10,0$ m/s^2, $\theta = 45°$, r $= 2,53$ cm e $\mu_e = 0,5$ encontre os valores numéricos de ν_0, $\nu_{\text{máx}}$ e $\nu_{\text{mín}}$.

(a) Devemos considerar dois casos:

(i) A frequência ν é tal que o cubinho tenderia a subir sobre a superfície interna do funil e, portanto, a força de atrito estática atuaria para dentro da inclinação. Neste caso devemos encontrar um valor máximo ($\nu_{\text{máx}}$) para a frequência de rotação do funil;

(ii) A frequência ν é tal que o cubinho tenderia a descer sobre a superfície interna do funil e, portanto, a força de atrito estática atuaria para fora da inclinação. Neste caso devemos encontrar um valor mínimo ($\nu_{\text{mín}}$) para a frequência de rotação do funil.

(i) Calculando $\underline{\nu_{\text{máx}}}$:

A figura 4.2 mostra o diagrama de forças no cubo.

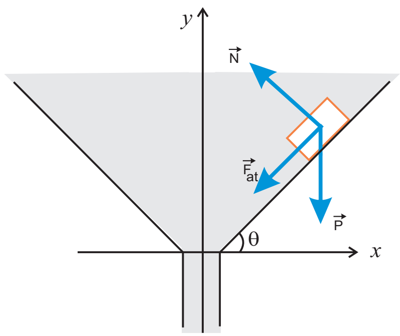


Figura 4.2: Diagrama de forças no cubo do exercício 78.

De acordo com o diagrama de forças temos:

$$\text{direção y:} \quad \text{N}\cos\theta - \text{F}_{\text{at}}\,\text{sen}\,\theta \;=\; m\,g; \qquad (4.1)$$

$$\text{direção x:} \quad \mathrm{N}\,\mathrm{sen}\,\theta + \mathrm{F_{at}}\cos\theta = m\frac{v^2}{r}. \qquad (4.2)$$

Como $\mathrm{F_{at}} = \mathrm{F_e^{máx}} = \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{N}$, então as equações (4.1) e (4.2) ficam:

$$\mathrm{N}\cos\theta - \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{N}\,\mathrm{sen}\,\theta = \mathrm{m\,g}; \qquad (4.3)$$

$$\mathrm{N}\,\mathrm{sen}\,\theta + \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{N}\cos\theta = \mathrm{m}\frac{\mathrm{v^2_{máx}}}{\mathrm{r}}. \qquad (4.4)$$

Encontrando a expressão para o módulo da força normal N, das equações (4.3) e (4.4), temos que

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{m\,g}}{\cos\theta - \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{sen}\,\theta}; \qquad (4.5)$$

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{m\,v^2_{máx}}}{\mathrm{r}\,(\mathrm{sen}\,\theta + \mu_\mathrm{e}\cos\theta)}; \qquad (4.6)$$

Igualando as equações (4.5) e (4.6) obtemos:

$$\frac{4\,\pi^2\,\nu^2_{\mathrm{máx}}\,\mathrm{r}}{\mathrm{sen}\,\theta + \mu_\mathrm{e}\cos\theta} = \frac{\mathrm{g}}{\cos\theta - \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{sen}\,\theta}. \qquad (4.7)$$

Resolvendo a equação (4.7) temos:

$$\boxed{\nu^2_{\mathrm{máx}} = \nu_0^2 \left\{ \frac{1 + \dfrac{\mu_\mathrm{e}}{\mathrm{tg}\theta}}{1 - \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{tg}\theta} \right\} \ (\mathrm{Hz})^2,}$$

onde definimos

$$\boxed{\nu_0^2 = \frac{\mathrm{g\,tg}\,\theta}{4\,\pi^2\,\mathrm{r}} \quad (\mathrm{Hz})^2.}$$

(ii) Calculando $\underline{\nu_{\mathrm{mín}}}$:

A figura 4.4 mostra o diagrama de forças no cubo.

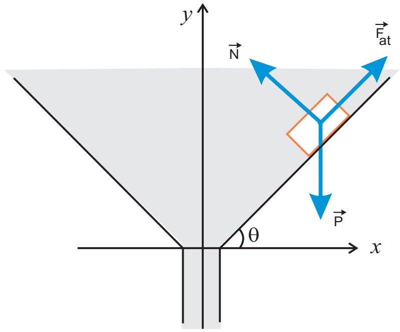


Figura 4.3: Diagrama de forças no cubo do exercício 78.

De acordo com o diagrama de forças temos:

$$\begin{aligned}
\text{direção y:} \quad \mathrm{N}\cos\theta + \mathrm{F_{at}}\,\mathrm{sen}\,\theta &= \mathrm{m\,g}; && (4.8)\\
\text{direção x:} \quad \mathrm{N}\,\mathrm{sen}\,\theta - \mathrm{F_{at}}\cos\theta &= \mathrm{m}\frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{r}}. && (4.9)
\end{aligned}$$

Como $\mathrm{F_{at}} = \mathrm{F_e^{máx}} = \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{N}$, então as equações (4.8) e (4.9) ficam:

$$\begin{aligned}
\mathrm{N}\cos\theta + \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{N}\,\mathrm{sen}\,\theta &= \mathrm{m\,g}; && (4.10)\\
\mathrm{N}\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{N}\cos\theta &= \mathrm{m}\frac{\mathrm{v}^2_{\mathrm{máx}}}{\mathrm{r}}. && (4.11)
\end{aligned}$$

Encontrando a expressão para o módulo da força normal N, das equações (4.10) e (4.11), temos que

$$\begin{aligned}
\mathrm{N} &= \frac{\mathrm{m\,g}}{\cos\theta + \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{sen}\,\theta}; && (4.12)\\
\mathrm{N} &= \frac{\mathrm{m\,v^2_{máx}}}{\mathrm{r}\,(\mathrm{sen}\,\theta - \mu_\mathrm{e}\cos\theta)}; && (4.13)
\end{aligned}$$

Igualando as equações (4.12) e (4.13) encontramos

$$\frac{4\,\pi^2\,{\nu_{\mathrm{mín}}}^2\,\mathrm{r}}{\mathrm{sen}\,\theta - \mu_\mathrm{e}\cos\theta} = \frac{\mathrm{g}}{\cos\theta + \mu_\mathrm{e}\,\mathrm{sen}\,\theta}. \qquad (4.14)$$

Resolvendo a equação (4.14) e utilizando a expressão encontrada para ν_0 temos:

$$\boxed{\nu^2_{\text{mím}} = \nu^2_0 \left\{ \frac{1 - \dfrac{\mu_{\text{e}}}{\text{tg}\theta}}{1 + \mu_{\text{e}}\,\text{tg}\theta} \right\} \; (\text{Hz})^2.}$$

(b) Substituindo os valores dados nas expressões encontradas:

$$\begin{aligned} \nu_{\text{máx}} &= 5,5 \text{ Hz} \\ \nu_{\text{mín}} &= 1,8 \text{ Hz} \end{aligned}$$

5Como $\text{F}^{1\text{e}}_{\text{at}} \leq 15$ N, haverá um intervalo de valores para
5módulo desta força F.

Capítulo 5

Respostas

5.1 Grandezas físicas e análise dimensional

1. Bate $\approx 2 \times 10^9$ vezes.

2. $3,84 \times 10^5$ km.

3. não, pois levaria cerca de 95 anos para contar o dinheiro, ou seja, teria 113 anos no final da contagem.

4. $\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2}$.

5. $[\mathrm{A}] = \mathrm{m}^3\,\mathrm{s}^{-3}$ e $[\mathrm{B}] = \mathrm{m}^3\,\mathrm{s}$.

6. $\mathrm{p} = -1 \quad \mathrm{e} \quad \mathrm{q} = 2$.

7. $\mathrm{v} = 8,35 \times 10^{-4}$ m/s.

8. $\mathrm{R}_{\mathrm{A}\ell} = 2,86 \times 10^{-2}$ m.

9. 20 bilhões de litros.

10. $\mathrm{M}_{\mathrm{Terra}} = 5,95 \times 10^{24}$ kg.

5.2 Cálculo diferencial e integral

11. (a)1; (b) 0; (c) 10; (d) $\frac{1}{10}$;
(e) $-\frac{1}{2}$; (f) ∞; (g) 0; (h) $\nexists$

12. (a) $21\mathrm{x}^2 + 3$; (b) $\cos(\mathrm{x}) - \mathrm{x}\sin(\mathrm{x})$; (c) $1 - \sin(\mathrm{t})$;

(d) $63\mathrm{z}^6 + 6$; (e) $\sec(\mathrm{y})[1 + \mathrm{y}\,\mathrm{tg}(\mathrm{y})]$; (f) $e^{-\mathrm{t}}(1 - \mathrm{t})$.

13. (a) 1; (b) $\dfrac{\mathrm{x}^8}{8} + 7\,\dfrac{\mathrm{x}^2}{2} + 4\mathrm{x} + \mathrm{x_o}$; (c) $\approx 39,3$;

(d) $\sin(\mathrm{y}) + \dfrac{\mathrm{y}^2}{2} + \mathrm{y}_0$; (e) 0; (f) $\approx 5,3$; (g) $\approx 21,7$.

5.3 Movimento em uma dimensão

14. (a) $\Delta\mathrm{x} = \mathrm{x_f} - \mathrm{x_i} = 5\Delta\mathrm{t}^2 + 10\mathrm{t_i}\Delta\mathrm{t}$, onde $\Delta\mathrm{t} = \mathrm{t_f} - \mathrm{t_i}$;

(b) $\mathrm{v_m} = \dfrac{\Delta\mathrm{x}}{\Delta\mathrm{t}} = 5\Delta\mathrm{t} + 10\mathrm{t_i}$;

(c)

Δt (s)	Δx (m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)
1,00	25,00	25,00
0,50	11,25	22,50
0,20	4,20	21,00
0,10	2,05	20,50
0,05	1,01	20,25
0,01	0,20	20,05
0,005	0,100	20,025
0,001	0,020	20,005
0,0001	0,0020	20,0005

(d) $\displaystyle\lim_{\Delta\mathrm{t}\to 0}\left(\frac{\Delta\mathrm{x}}{\Delta\mathrm{t}}\right) = 10\,\mathrm{t_i}$, que para $\mathrm{t_i} = 2$ s $\Rightarrow 20$ m/s;

(e) $x(t) = 5\,t^2$, então $v(t) = \dfrac{dx}{dt} = 10\,t \rightarrow v(2) = 20$ m/s.

15. (a) $a_m = 8$ m/s^2;
    (b) $a(t) = a_m = 8$ m/s^2;
    (c) $x(t) = 4t^2 - 7t + x_o$; $\Delta x_{2\rightarrow 6} = 100$ m e $v_m = 25$ m/s;
    (d) $D = 8,125$ m.

16. (a) $0,0 \leq t \leq 0,5$ min $\Rightarrow v(t) = 0,2$ (km/min)
    $0,5 \leq t \leq 1,5$ min $\Rightarrow v(t) = 0,2t + 0,1$ (km/min)
    $1,5 \leq t \leq 2,5$ min $\Rightarrow v(t) = -0,8t + 1,6$ (km/min)
    $2,5 \leq t \leq 3,0$ min $\Rightarrow v(t) = -0,4$ (km/min);
    (b) $D = 800$ m;
    (c) $L = 500$ m.

17. (a) $0 \leq t \leq 8 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = \frac{3}{2} \ (\text{m/s}^2) \\ x(t) = \frac{3}{4}t^2 \ (\text{m}) \end{cases}$

    $8 \leq t \leq 12 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = -6 \ (\text{m/s}^2) \\ x(t) = -3t^2 + 60t - 240 \ (\text{m}) \end{cases}$

    $12 \leq t \leq 16 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = 0 (\text{m/s}^2) \\ x(t) = -12t + 192 \ (\text{m}); \end{cases}$

    (b) $D = 72$ m e $x(12) = 48$ m;
    (c) $x(16) = 0$. Após 16 segundos de movimento, a partícula está novamente na origem (posição inicial).

18. (a) Façam graficamente!
    Analiticamente: os carros **A** e **B**, para intervalos de tempo iguais, apresentam valores iguais de Δv, ou seja,

$$\Delta v_{A_{0\rightarrow 20}} = \Delta v_{A_{20\rightarrow 40}} = \cdots = \Delta v_{A_{80\rightarrow 100}} = 16 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_{B_{0\to20}} = \Delta v_{B_{20\to40}} = \cdots = \Delta v_{B_{80\to100}} = -9 \text{ m/s}.$$

Assim, suas acelerações são constantes, ou seja,

$$a_A(t) = a_m = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{4}{5} \text{ m/s}^2$$

$$a_B(t) = a_m = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = -\frac{9}{20} \text{ m/s}^2.$$

Pelo processo de integração e sabendo que $v_A(0) = v_B(0) = 0$ e $x_A(0) = x_B(0) = 0$, encontramos:

Carro **A**	Carro **B**
$a_A(t) = (4/5)$ (m/s^2)	$a_B(t) = -(9/20)$ (m/s^2)
$v_A(t) = (4/5)t$ (m/s)	$v_B(t) = -(9/20)t$ (m/s)
$x_A(t) = (4/10)t^2$ (m)	$x_B(t) = -(9/40)t^2 + 1000$ (m)

(b) $x_A = 640$ m.

19. (a) $\Delta y = 20$ m e $y(0) = 0$ (origem no alto do prédio);

    (b) $\Delta y_{2\to4} = 60$ m.

20. (a) $v_y(t) = -10t + 20$ m/s;

    (b) Gráfico;

    (c) $\Delta y_{0\to2} = 20$ m e $\Delta y_{0\to6} = -60$ m;

    (d) $D = 100$ m;

    (e) $H = 80$ m.

21. (a) $H = 16{,}2$ m;

    (b) A colisão ocorre no solo, ou seja, em $y = 0$;

    (c) No instante em que a bola, que saiu do chão, retorna ao chão, ela colide com a bola que caiu do topo do edifício.

22. (a) 3 segundos;

(b) 45 metros;

(c) $t = \dfrac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = 4,7$ s ou $1,3$ s;

(d) 6 segundos;

(e) 90 metros.

23. (a) Façam graficamente!

Analiticamente: utilizando a unidade de comprimento em km e de tempo em minutos, as posições da tartaruga e da lebre, em função do tempo são :

Tartaruga: $x_t(t) = (6,0 \times 10^{-2})\, t$

Lebre: $0 \le t \le 5$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 0,24\, t$

$5 \le t \le 140$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 1,2$

$t \ge 140$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 0,24\, t - 32,4$

A tartaruga alcança a linha de chegada, após deslocar-se 10 km, em $t = 166,7$ min. Para este tempo, a posição da lebre é $x_\ell = 7,6$ km. Portanto, a tartaruga vence a corrida.

(b) $t = 20$ min;

(c) A lebre está $\approx 2,4$ km atrás da tartaruga, depois de 10 km de pista.

(d) Se a lebre tirar uma soneca de 125 minutos ela chega junto com a tartaruga. Portanto, o tempo máximo da soneca deve ser um pouco menor que 125 minutos.

24. Adotando o eixo y com sentido para cima e origem no fundo da piscina:

(a) $t = 1,05$ s;

(b) $v = -10,5$ m/s;

(c) $h \approx 10$ m;

(d) $v_m \approx -7,7$ m/s;

(e) $v \approx +2,3$ m/s

25. (a) No mesmo sentido do movimento;

    (b) $v(t) = 2t + 0,1t^2 + 20$ (m/s);

    (c) $v(10) = 50$ m/s;

    (d) $a_m = 3$ m/s^2;

    (e) $x(t) = -60 + 20t + t^2 + \frac{1}{30}t^3$ (m);

    (f) $\Delta x_{0\to 5} = 129,2$ m;

    (g) $v_m = 33,3$ m/s.

26. (a) Raízes: $t = 0$ s e $t = 4$ s (velocidade nula)
    Máximo: $t = 2$ s (velocidade máxima $\Rightarrow$ aceleracão nula);

    (b) $\Delta x_{0\to 4} = 32/3 = 10,7$ m

    (c) $\Delta x_{0\to 2} = 16/3 = 5,3$ m;

    (d) $t = 6$ s.

27. (a) $v_{\text{mín}} = 4,8$ m/s

Trem	Passageiro
$a_T(t) = 0,40$ (m/s^2)	$a_P(t) = 0$ (m/s^2)
$v_T(t) = 0,40t$ (m/s)	$v_P(t) = v_0$ (m/s)
$x_T(t) = 0,20t^2$ (m)	$x_P(t) = v_0(t-6)$ (m)

    (b) Façam o gráfico!

28. (a) $[\alpha] = \mathrm{L\,T^{-2}} = \mathrm{m\,s^{-2}}$ e $[\beta] = \mathrm{L\,T^{-3}} = \mathrm{m\,s^{-3}}$;

    (b) $t = 2$ s;

    (c) $\Delta x_{0\to 3} = 0$ e $D = 8$ m;

    (d) e (e)

Velocidade (m/s)	aceleracão (m/s^2)
v(1) = 3	a(1) = 0
v(2) = 0	a(2) = -6
v(3) = -9	a(3) = -12
v(4) = -24	a(4) = -18

5.4 Movimento em duas e três dimensões

5.4.1 Vetores

29. Aprendendo a trabalhar com vetores: Façam!

30. Aprendendo a trabalhar com vetores: Façam!

31. (a) $\mathrm{D} = 2\sqrt{5}$ m;
    (b) $\theta = 45^\circ$.

32. (a) $\Delta\vec{\mathrm{r}} = 10(1+\sqrt{2})\ (\hat{\imath}+\hat{\jmath})$ (m);
    (b) $\vec{\mathrm{v}}_1 = 2\,\hat{\imath}\,;\quad \vec{\mathrm{v}}_2 = 2\sqrt{2}(\hat{\imath}+\hat{\jmath})\,;\quad \vec{\mathrm{v}}_3 = 2\,\hat{\jmath}$ (m/s);
    (c) $\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{m}} = \dfrac{2}{3}\,(1+\sqrt{2})\,(\hat{\imath}+\hat{\jmath})$ (m/s);
    (d) $\mathrm{d} = 40$ m; $\quad |\Delta\vec{\mathrm{r}}| = 10\,(2+\sqrt{2}) = 34,1$ m.

33. (a) $\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{AB}} = 2\,\hat{\imath}$ (m/s);
    (b) $\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{AB}} = 2\,\mathrm{t}\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath}$ (m);
    (c) $\mathrm{t} = 2$ s
    (d) $\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{BC}} = \sqrt{2}(\hat{\imath}-\hat{\jmath})$ (m/s);
    (e) $\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{BC}} = \sqrt{2}\left[(2\sqrt{2}-2+\mathrm{t})\,\hat{\imath} + (\sqrt{2}+2-\mathrm{t})\,\hat{\jmath}\right]$ (m);
    (f) $\mathrm{t} = \sqrt{2}+2 = 3,41$ s;
    (g) $|\Delta\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{total}}| = 2\sqrt{10} = 6,33$ m;
    (h) $\mathrm{D} = 6$ m.

34. (a) $\vec{r}(1) = -\hat{\imath}$ (m);
   (b) $v_x(t) = 6t(t-1)$ (m/s) e $v_y(t) = 2(t-1)$ (m/s);
   (c) $\vec{v}(0) = -2\hat{\jmath}$ (m/s) e $\vec{v}(1) = 0$ (m/s);
   (d) $t = 1$ s;
   (e) $a_x(t) = 6(2t-1)$ (m/s^2) e $a_y(t) = 2$ (m/s^2);
   (f) $t = 0,5$ s.

35. (a) $\Delta\vec{r} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ (m);
   (b) Desenho: Façam
   (c) $\vec{v}_m = \dfrac{1}{5}\Big(3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}\Big)$ (m/s) e $|\vec{v}_m| = 1$ (m/s);
   (d) $\vec{r}(10) = -6\hat{\imath} - 7\hat{\jmath}$ (m).

36. (a) Os deslocamentos dos dois objetos foram iguais a 10 m;
   (b) $D = \sqrt{5}$ m, independente de t.

37. (a) $\vec{v} = \hat{\imath}$ (m/s);
   (b) $\vec{r}(t) = (t-2)\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ (m);
   (c) trajetória retilínea.

38. (a) $\vec{v}(t) = 6t\hat{\imath} + 4t\hat{\jmath}$ (m/s) e $\vec{r}(t) = (10+3t^2)\hat{\imath} + 2t^2\hat{\jmath}$ (m);
   (b) $y(x) = \dfrac{2}{3}\Big(x - 10\Big)$ (m).

39. (a) $\vec{a}(t) = (12t^2 + 4)\hat{\jmath}$ (m/s^2) e
   $\vec{r}(t) = 2t\hat{\imath} + (t^4 + 2t^2 + 2)\hat{\jmath}$ (m/s);
   (b) $y(x) = \dfrac{1}{16}\Big(x^4 + 8x^2 + 32\Big)$ (m).

40. $\theta = 60°$ e $\vec{r} = 30(\sqrt{3}\,\hat{\imath} + \hat{\jmath})$ (m).

41. (a) $\vec{v}(t) = (7 - 10\,t)\,\hat{\jmath} + \dfrac{3}{2}\,t^2\,\hat{k}$ (m/s) e
   $$\vec{r}(t) = 3\,\hat{\imath} + \big(7\,t - 5\,t^2\big)\,\hat{\jmath} + \left(5 + \frac{t^3}{2}\right)\hat{k} \text{ (m)};$$
   (b) $\vec{v}(3) = -23\,\hat{\jmath} + 13,5\,\hat{k}$ (m/s) e
   $\vec{r}(3) = 3\,\hat{\imath} - 24\,\hat{\jmath} + 18,5\,\hat{k}$ (m).

5.4.2 Lançamento de projéteis

42. $\mathrm{d} = 6\sqrt{3}$ m; $\vec{\mathrm{v}} = 3\,\hat{\imath} - 20\sqrt{3}\,\hat{\jmath}$ (m/s).

43. (a) $\mathrm{v}_0 = 12,2$ m/s;
    (b) $\mathrm{h} = 3,4$ m.

44. (a) $\vec{\mathrm{v}} = 10\sqrt{3}\,\hat{\imath}$ (m/s);
    (b) $\mathrm{h} = 45$ m;
    (c) $\mathrm{d} = 30\sqrt{3}$ m;
    (d) $\vec{\mathrm{v}} = 10\sqrt{3}\,\hat{\imath} - 30\,\hat{\jmath}$ (m/s).

45. $\mathrm{x} = 102,5$ m.

46. Atinge o solo a 17,8 m da parede; $\mathrm{H} = 7,0$ m e $\mathrm{v}_{\mathrm{solo}} = 15,5$ m/s.

47. (a) $\vec{\mathrm{v}} = 40\,\hat{\imath} + 30\,\hat{\jmath}$ (m/s);
    (b) $\vec{\mathrm{v}} = 40\,\hat{\imath} - 45\,\hat{\jmath}$ (m/s)

48. (a) $\theta = 67,7°$ ou $\theta = 29,1°$;
    (b) $\Delta\mathrm{v}_{\mathrm{x}} = 33,6$ m/s (= 121 km/h) se $\theta = 67,7°$;
    $\Delta\mathrm{v}_{\mathrm{x}} = 4,1$ m/s (= 15 km/h) se $\theta = 29,1°$.

5.4.3 Movimento circular

49. (d) $\mathrm{T} = 1$ s.

50. 9h 49min 5,4545 s; meia-noite.

51. (a) $\vec{\mathrm{r}}(5) = 3\,\hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath}$; $\vec{\mathrm{r}}(7,5) = \frac{3\sqrt{2}}{2}\left[\hat{\imath} + (1+\sqrt{2})\,\hat{\jmath}\right]$ e $\vec{\mathrm{r}}(10) = 6\,\hat{\jmath}$ (m);
    (b) $|\Delta\vec{\mathrm{r}}| = 3\sqrt{2}$ m e $\theta = 135°$;
    (c) $\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{m}} = \dfrac{3}{5}(\hat{\jmath} - \hat{\imath})$ (m/s);

(d) $\vec{v}(5) = \dfrac{3\pi}{10}\,\hat{\jmath}$ (m/s) e $\vec{v}(10) = -\dfrac{3\pi}{10}\,\hat{\imath}$ (m/s),

$\vec{a}(5) = -\dfrac{3\pi^2}{100}\,\hat{\imath}$ (m/s^2) e $\vec{a}(10) = -\dfrac{3\pi^2}{100}\,\hat{\jmath}$ (m/s^2).

52. (a) $R = 22,3$ m;
    (b) $T = 15,2$ s.

53. (a) $v = 18,7$ m/s;
    (b) 35,7 rpm.

54. $a = 2,6$ cm/s^2.

55. $a = 2\sqrt{2}$ m/s^2 e $\theta = 45°$.

56. (a) 0,943 m;
    (b) $v = 18,85$ m/s e $a = 2,37 \times 10^3$ m/s^2.

57. (a) $\omega(t) = 120\,t$ (rad/s);
    (b) $\theta(t) = \frac{\pi}{2} + 60\,t^2$ (rad);
    (c) $a_T = 180$ m/s^2 e $a_{cp} = (21,6 \times 10^3)\,t^2$ (m/s^2).

58. $\omega = 54\pi$ (rad/s) e $v = 34$ m/s.

59. (a) $\vec{a}(t) = (6t + 4)\,\hat{e}_\theta - \dfrac{(3t^2 + 4t)^2}{R}\,\hat{e}_r$ (m/s^2);
    (b) $R = 25$ m;
    (c) $\Delta t = 4$ minutos e $\alpha_0 = 6,5 \times 10^{-3}$ rad/s^2.

60. (a) $\vec{v} = 10\,\hat{e}_\theta$ (m/s) e $\vec{a} = -20\,\hat{e}_r$ (m/s^2);
    (b) $\vec{v} = 5(3)^{3/4}\,\hat{e}_\theta = 11,4\,\hat{e}_\theta$ (m/s) e
    $\vec{a} = -15\sqrt{3}\,\hat{e}_r + 15\,\hat{e}_\theta$ (m/s^2);
    (c) $\vec{v} = (5)^{3/2}(2)^{1/4}\,\hat{e}_\theta = 13,3\,\hat{e}_\theta$ (m/s) e
    $\vec{a} = -25\sqrt{2}(\hat{e}_r + \hat{e}_\theta)$ (m/s^2).

61. (a) $\theta(t) = \dfrac{a}{20}\,t^5 + \dfrac{b}{12}\,t^4 + \theta_0$ (rad) e
    $\omega(t) = \dfrac{a}{4}\,t^4 + \dfrac{b}{3}\,t^3$ (rad/s);

(b) $\vec{v}(t) = R\,t^3\left(\frac{a}{4}t + \frac{b}{3}\right)\,\hat{e}_\theta$ (m/s);

(c) $\vec{a}_{cp}(t) = -R\,t^6\left(\frac{a}{4}t + \frac{b}{3}\right)^2\hat{e}_r$ e

$\vec{a}_T(t) = R\,t^2(a\,t + b)\,\hat{e}_\theta$ (m/s^2).

5.5 Aplicações das leis de Newton

5.5.1 Sem incluir atrito

62. (c) Só a força de contacto entre m e M.

63. $\vec{a}_b = \vec{a}_c = \dfrac{\vec{F}}{m + M}$ e $\vec{T} = \dfrac{M\vec{F}}{m + M}$

Se $m \ll M \implies \vec{T} = \vec{F} = M\,\vec{a}$.

64. (a) $F_\perp = 24$ N;
    (b) $F_{//} = 10$ N;
    (c) F=26 N.

65. $N_1 = 5\sqrt{3}$ N e $N_2 = 5$ N

66. (a) $T_{\mathbf{a}} = 60$ N e $T_{\mathbf{c}} = 80$ N;
    (b) $M = 8$ kg;
    (c) $M = 2$ kg.

67. $a = 10\sqrt{3} = 17,3$ m/s^2. Se o módulo da aceleracão for maior que este valor, o bloco se desprenderá da superfície do plano inclinado.

68. (d) $F = 5,2$ N e $T = 10$ N.

69. $T = \dfrac{mg}{\cos\theta}$; $v = \sqrt{g\,R\,\mathrm{tg}\theta}$.

70. (a) $a = g\sin\theta$ (m/s^2);

(b) $v = \sqrt{2gh}$ (m/s);

(c) $R = 2h\sin\theta\cos\theta\left[\,-1 + \sqrt{1 + \dfrac{H}{h\sin^2\theta}}\,\right]$ (m);

(d) $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}\left\{\dfrac{1}{\sin\theta} + \sin\theta\left[-1 + \sqrt{1 + \dfrac{H}{h\sin^2\theta}}\right]\right\}$ (s);

(e) Assumindo os valores dados temos:

(a) $a = 5$ m/s^2;

(b) $v = \sqrt{10} = 3,16$ m/s;

(c) $R = \dfrac{1}{4}\left[\sqrt{51} - \sqrt{3}\right] = 1,35$ m;

(d) $t = \dfrac{\sqrt{10}}{20}\left[3 + \sqrt{17}\right] = 1,13$ s.

71. (a) 722 N;

(b) i. 953 N;

ii. 491 N;

(c) zero;

(d) $A > g$ (Pode???)

72. $M_h = 80$ kg e $a = 2$m/s^2.

73. $325\sqrt{3}$ N ≈ 563 N.

74. $\theta = \text{arctg}\left(\dfrac{v^2}{g\,R}\right) \Longrightarrow \theta = 21,1^\circ$.

Se o carro entra nesta rampa com $v \neq 50$ km/h, o motorista terá que contar com o a força de atrito para que o carro não escorregue. O sentido de F será:

$$\begin{cases} v < 50 \text{ km/h} \rightarrow \text{para fora da curva inclinada.} \\ \\ v > 50 \text{ km/h} \rightarrow \text{para dentro da curva inclinada.} \end{cases}$$

75. (a) i. $a_m = a_M = a$;

ii. $a = \dfrac{M}{M+2m}\,g\ (m/s^2)$;

iii. $T = \dfrac{M\,m}{M+2m}\,g\ (N)$;

(b) i. $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{m_2}{m_1} \quad e \quad a_M = \dfrac{a_1+a_2}{2}$;

ii. $a_M = \dfrac{M(m_1+m_2)}{4m_1m_2 + M(m_1+m_2)}\,g\ (m/s^2)$,

$a_{m_1} = \dfrac{2M\,m_2}{4m_1m_2 + M(m_1+m_2)}\,g\ (m/s^2)$,

$a_{m_2} = \dfrac{2M\,m_1}{4m_1m_2 + M(m_1+m_2)}\,g\ (m/s^2)$;

iii. $T = \dfrac{2M\,m_1\,m_2}{4m_1m_2 + M(m_1+m_2)}\,g\ (N)$,

(c) $a_{m_1} = \dfrac{3}{8}\,g\,;\ a_{m_2} = \dfrac{1}{8}\,g\,;\ a_M = \dfrac{1}{4}\,g \quad e \quad T = \dfrac{3}{8}\,mg.$

5.5.2 Incluindo atrito

76. (a) $F_{\mathbf{at}} = 8,66$ N e $a_{\mathbf{x}} = 0$;

(b) $F_{\mathbf{at}} = 10,0$ N e $a_{\mathbf{x}} = 2,44$ m/s^2;

77. (a) $a_1 = 0$ e $a_2 = 0,75$ m/s^2;

(b) $a_1 = a_2 = 0,5$ m/s^2;

(c) $R_1 = 1,0$ N e $R_2 = 2,0$ N;

(d) $F_c = 20,03$ N e forma um ângulo, com o eixo horizontal, de $87,1°$.

78. (a) $\nu^2_{\text{máx}} = \nu_0^2 \left\{ \dfrac{1 + \dfrac{\mu_e}{\mathrm{tg}\theta}}{1 - \mu_e\,\mathrm{tg}\theta} \right\}$ (Hz)^2;

$$\nu^2_{\text{mín}} = \nu^2_0 \left\{ \frac{1 - \dfrac{\mu_{\text{e}}}{\text{tg}\theta}}{1 + \mu_{\text{e}}\,\text{tg}\theta} \right\} \ (\text{Hz})^2;$$

(b) $\nu_{\text{máx}} = 5,5$ Hz; $\nu_{\text{mín}} = 1,8$ Hz.

79. $\text{v} = 6\sqrt{5} = 13,4$ m/s $= 48,3$ km/h. Se inclinada: $\theta = 22,4°$.

80. (a) $\text{a}_{\text{mín}} = 16,7\ \text{m/s}^2$;

(b) F = 20 N;

(c) não. O peso é sempre de 20 N, e a força de atrito é uma força de solicitação, respondendo de acordo com a força aplicada. Desse modo, não muda se $\text{a} > \text{a}_{\text{mín}}$.

81. (a) $\text{F} = \dfrac{\mu_{\text{c}}\,\text{m}\,\text{g}}{\sin\theta - \mu_{\text{c}}\cos\theta}$;

(b) $\theta_0 = \text{arc}\,\text{tg}\,\mu_{\text{e}}$;

(c) $\text{F} \approx 85$ N.

82. (a) $\text{M}_2 = 1,2\text{M}_1$;

(b) T = 6 N;

83. (a) e (b)

Esquema da Figura (a)	Esquema da Figura (b)
$\text{m}_2/\text{m}_1 = 1,2$	$\text{m}_2/\text{m}_1 = 0,3$
$\text{a}_2 = 1,7\ (\text{m/s}^2)$	$\text{a}_2 = 3,3\ (\text{m/s}^2)$
$\vec{\text{F}} = -8,3(\hat{\imath} + \hat{\jmath})$ (N)	$\vec{\text{F}} = -13,3(\hat{\imath} + \hat{\jmath})$ (N)

84. $\mu_{\text{c}} = 0,75$.

85. (a) $\text{D} = \dfrac{\text{v}_0^2}{4\text{g}\sin\varphi}$ (m);

(b) não.

86. (a) Sem atrito: $N = \dfrac{Mg}{\cos\alpha}$ (N);

Com atrito: $N = M\left(g\cos\alpha + \dfrac{v^2}{R}\sin\alpha\right)$ (N);

(b) Para $v < v_o$: $F_{at} = M\left(g\sin\alpha - \dfrac{v^2}{R}\cos\alpha\right)$ (N);

Para $v > v_o$: $F_{at} = M\left(\dfrac{v^2}{R}\cos\alpha - g\sin\alpha\right)$ (N);

(c) $v_{mín}{}^2 = v_0^2\left\{\dfrac{1 - \dfrac{\mu_e}{tg\alpha}}{1 + \mu_e\, tg\alpha}\right\}$ $(m/s)^2$;

$v_{máx}^2 = v_0^2\left\{\dfrac{1 + \dfrac{\mu_e}{tg\alpha}}{1 - \mu_e\, tg\alpha}\right\}$ $(m/s)^2$;

5.6 Referenciais não inerciais

87. (a) e (b)

RI (solo)	RI (solo)	RNI (trem)	unidade
$\vec{a}_c = 0$	$\vec{a}_T = 5\,\hat{\imath}$	$\vec{a}_c = -5\,\hat{\imath}$	m/s^2
$\vec{v}_c = 10\,\hat{\imath}$	$\vec{v}_T = 5t\,\hat{\imath}$	$\vec{v}_c = (-5t + 10)\hat{\imath}$	m/s
$\vec{r}_c = 10t\,\hat{\imath}$	$\vec{r}_T = \frac{5}{2}t^2\,\hat{\imath}$	$\vec{r}_c = (-\frac{5}{2}t^2 + 10t)\,\hat{\imath}$	m

(c) $t = 2$ s; (d) $t = 4$ s.

88. (a) e (b)

(c) $t = 1,25$ s;

(d) não, para $t > 1,25$ s ambos, o corpo e o trem, movimentam-se com $v = 6,25$ m/s .

RI (solo)	RI (solo)	RNI (trem)	unidade
$\vec{a}_c = -3\,\hat{\imath}$	$\vec{a}_T = 5\,\hat{\imath}$	$\vec{a}_c = -8\,\hat{\imath}$	m/s^2
$\vec{v}_c = (-3t + 10)\,\hat{\imath}$	$\vec{v}_T = 5t\,\hat{\imath}$	$\vec{v}_c = (-8t + 10)\hat{\imath}$	m/s
$\vec{r}_c = (10t - \frac{3}{2}t^2)\,\hat{\imath}$	$\vec{r}_T = \frac{5}{2}t^2\,\hat{\imath}$	$\vec{r}_c = (-4t^2 + 10t)\,\hat{\imath}$	m

89. (b) $\theta = 26,56°$

90. (a) $\vec{a}_M = 3\,\hat{\imath}$ (cm/s^2);
    (b) $\vec{a}_m = 0$ e $\vec{F}_m = 0$;
    (c) $\vec{a}_{mM} = -3\,\hat{\imath}$ (cm/s^2);
    (d) $\vec{F}_{mM} = -3000\,\hat{\imath}$ (dinas);
    (e) $t = 2$ s;
    (f) i. $\vec{a}_M = 2,5\,\hat{\imath}$ (cm/s^2); $\vec{a}_m = 1,0\,\hat{\imath}$ (cm/s^2); $\vec{F}_m = 1000\,\hat{\imath}$ (dinas); $\vec{a}_{mM} = -1,5\,\hat{\imath}$ (cm/s^2); $\vec{F}_{mM} = -1500\,\hat{\imath}$ (dinas); $t = 2,8$ s;
    ii. $F \leq (M + m)\mu_e\,g \Rightarrow F \leq 3000$ dinas.

91. (a) $\mu_c = 0,15$;
    (b) $\vec{v} = 6\,\hat{\imath}$ (m/s).

92. (a) $\vec{a}_M = 1\,\hat{\imath}$ (m/s^2);
    (b) $\vec{F}^{at}_M = -1000\,\hat{\imath}$ (N);
    (c) $\mu_c = 0,10$;
    (d) i. $\vec{a}_{msolo} = 1\,\hat{\imath}$ (m/s^2);
    ii. $D_M = 48$ m.

93. $F = (M + 2m)g$.

94. (a) $T = 11$ N;
    (b) $t = 0,6$ s.

95. Assumindo o eixo vertical com sentido positivo para cima:
    (a) $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}_3 = \left(\frac{F}{3m} - g\right)\hat{\jmath}$ e $T = \frac{F}{3}$;

(b) $a_1 = \frac{3F}{11m} - g, \ \ a_2 = \frac{4F}{11m} - g, \ \ a_3 = \frac{2F}{11m} - g.$

96. (a) $T = m\omega^2 L;$

(b) $\theta = \arccos\left(\frac{g}{\omega^2 L}\right).$

97. $\theta \approx 17°.$

98. Resposta dada no exercício 67.

5.7 Trabalho e energia cinética

99. (a) $W_e = 216$ J;

(b) $W_g = -216$ J;

(c) $W_T = 0.$

100. (a) $W_f = 561,0$ J;

(b) $W_g = W_N = 0$ e $W_{at} = -561,0$ J;

(c) $W_T = 0.$

101. (a) $F = 75$ N e $W_F = 450$ J;

(b) $F = 150$ N e $W_F = 450$ J.

102. (a) $W_h = 15,4 \times 10^3$ J;

(b) $W_g = -14,0 \times 10^3$ J;

(c) $v_n = 2\sqrt{10} = 6,3$ m/s.

103. $W_{res} = -22,5$ J.

104. Dica: Calcule o trabalho realizado pela força de atrito.

105. $W_F = 30\sqrt{3} = 52$ J e $v = \{6\sqrt{3}\}^{1/2} = 3,2$ m/s.

106. (a) $W_m = 0,5$ J;

(b) $v_{bloco} = 0,5$ m/s;

(c) $v_{bloco} = 0,22$ m/s.

107. (a) $W_F = -320$ J. não é conservativa;
(b) $W_F = 0$.

108. $v = \sqrt{5}$ m/s e $v = \sqrt{10}$ m/s.

109. (a) $W(t) = \frac{5}{6}t^2$ (J);
(b) $W_F = 57,5$ J;
(c) $v = 5,0$ m/s;
(d) $\Delta x = 37,5$ m.

110. $W_F = 96$ J.

5.8 Forças conservativas: energia potencial

111. $\mu_c = 0,8$.

112. (a) $T = mg(3 - 2\cos\theta_0)$ (N);
(b) $\theta = \arccos\left[\frac{1}{4}(3\cos\theta_0 + 1)\right]$ e $T = \frac{m\,g}{4}(3 + \cos\theta_0)$ (N);
(c) $T_{máx} = 20$ N, $\theta = 51,3°$ e $T = 11,3$ N.

113. (a) $d_{máx} = 7,3$ cm;
(b) O bloco pára;
(c) 73%.

114. (a) $W = 0$;
(b) $v_{\mathbf{B}} = \sqrt{2\,g\,R(1 - \cos\theta)}$.

115. (a) $\Delta x_1 = 2\Delta x_2$ e $v_1 = 2v_2$;
(b) $D = 1,13$ m.

116. (a) $h = \frac{2}{3}R = 2$ m;
   (b) $d = 38$ cm.

117. $v_B = 7,6$ m/s.

118. (a) $v = 7,4$ m/s;
   (b) $d = 0,96$ m;
   (c) $y = 1,86$ m;
   (d) $D = 15,6$ m. não é exata porque quando o elevador pára de oscilar, a mola fica um pouco comprimida e, portanto, não é toda a energia inicial que é dissipada pelo atrito, ficando uma pequena parte armazenada na mola.

119. $h = 9$ cm.

120. (a) $\Delta d = 47$ cm;
   (b) $E_d = 87,3$ J (50%);
   (c) Ele volta a subir o plano inclinado.

121. (a) $h_1 = \dfrac{5}{2}R$;
   (b) $\theta = \arccos\left[\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{h}{R} - 1\right)\right]$;
   (c) Fica oscilando entre dois pontos, à direita e à esquerda do eixo vertical, ao redor da base do *loop*. O ângulo com o eixo vertical é $\alpha = \arccos\left(\dfrac{h}{R} - 1\right)$.

122. (a) $U(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$;
   (b) equilíbrio estável: $x = 1$ m
   equilíbrio instável: $x = 3$ m;
   (c) O movimento se inicia em $x = 0$ e a partícula pára em $x = 3$ m, apresentando $v_{máx} = 2\sqrt{2}$ m/s em $x = 1$ m;

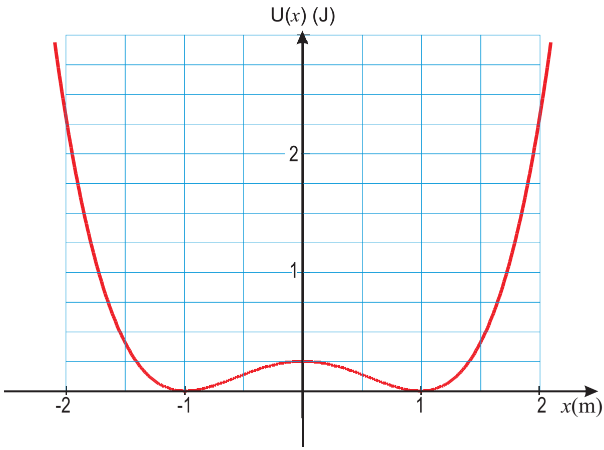


Figura 5.1: Gráfico de $U(x) \times x$ do exercício 128

(d) $0 < E_T \leq 4$ J.

123. (a) $\vec{F}(x, y) = (7 - 6xy)\,\hat{\imath} - 3x^2\,\hat{\jmath}$;
(b) $\Delta E_c = 4$ J.

124. (a) equilíbrio estável: $x = 4$ m
equilíbrio instável: $x = 8,5$ m
equilíbrio indiferente: $x \geq 11,2$ m;

(b) $0 \leq x \leq 8,0$ m $\quad x \geq 9,5$ m;

(c) $x = 12,0 \text{ m} \Longrightarrow E_c = 3$ J;

(d) $W = -2$ J;

(e) $E_{mín} > 6$ J e $E_c = 4$ J.

125. (a) $U(x) = \dfrac{1}{4}\left[x^4 - 2x^2 + 1\right]$ (J);

(b) Gráfico de $U(x) \times x$ na figura 5.1.

(c) É possível. Se $E_T = 0,15$ J, a partícula poderá ter movimento oscilatório, que pode ser ao redor da posição $x = 1$ m ou ao redor da posição $x = -1$ m. Se o movimento for ao redor de $x = -1$ m, os pontos de retorno são $x_{mín} = -1,33$ m e $x_{máx} = -0,474$ m. Se ao redor de $x = 1$ m, os pontos de retorno são $x_{mín} = 0,474$ m e $x_{macuteax} = 1,33$ m. Para a regià£o com $-0,474 < x < 0,474$ m não é possível esta partícula ter energia total $E_T = 0,15$ J, pois isto implicaria em uma energia cinética negativa.

(d) $E_T = 1$ J e o movimento é oscilatório, com pontos de retorno em $x = \pm\sqrt{3}$ m.

126. (a) $W = 27,2$ eV;

(b) $E_c = 13,6$ eV;

(c) $E_\ell = -13,6$ eV.