

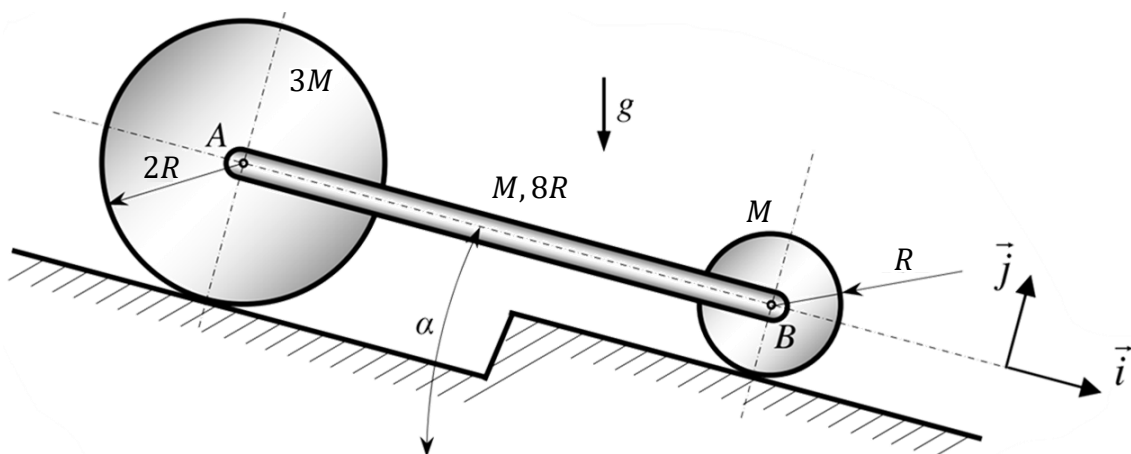


PME 3100 – MECÂNICA I – Reoferecimento 2025 – Atividade E3.3

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada individualmente.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler as [o regulamento geral das turmas semipresenciais](#).

Enunciado

Questão 1. A figura abaixo mostra um sistema composto por dois discos homogêneos e rígidos, de centros A e B, conectados por uma barra homogênea e rígida AB. O sistema pode se mover livremente sobre uma rampa de inclinação α . Os discos de centros A e B possuem massas $3M$ e M , e raios $2R$ e R , respectivamente. A barra AB tem massa M e comprimento $8R$. Sabendo que os discos rolam sem escorregar, **partindo do repouso**, e que o coeficiente de atrito entre os discos e a rampa é μ , determine:



- (15 pontos)** Os diagramas de corpo livre dos dois discos e da barra.
- (5 pontos)** A relação entre as velocidades $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ dos centros dos discos.
- (5 pontos)** A relação entre as velocidades angulares $\vec{\omega}_A$ e $\vec{\omega}_B$ dos discos e as velocidades $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ dos centros dos discos.
- (10 pontos)** A aceleração do ponto B.
- (10 pontos)** A força de atrito entre o disco de centro B e a rampa.
- (5 pontos)** O máximo valor de inclinação da rampa para que não ocorra escorregamento do disco de centro B.



Resolução Comentada

a) Veja figura ao lado.

Adote uma nota na escala 0/3 a 3/3 para a resolução do seu colega, atribuindo um ponto para cada DCL inteiramente correto.

b) Como a barra AB realiza um movimento de translação retilínea durante o movimento do sistema:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B = v\vec{i}$$

Adote uma nota na escala 0/1 a 1/1 para a resolução do seu colega, atribuindo 1/1 se a solução estiver inteiramente correta ou 0/1 em caso de erros de qualquer outra natureza.

c) Como os discos rolam sem escorregar:

$$\vec{v}_A = \omega_A 2R\vec{i} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_A = -\frac{v}{2R}\vec{k}} \quad \vec{v}_B = \omega_B R\vec{i} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_B = -\frac{v}{R}\vec{k}}$$

Para cada velocidade angular, adote uma nota na escala 0/1 a 1/1 para a resolução do seu colega, atribuindo 1/1 se a solução estiver inteiramente correta ou 0/1 em caso de erros de qualquer outra natureza.

d) Aplicando o Teorema da Energia Cinética (TEC) ao *sistema* (discos + barra) a partir da posição inicial de repouso ($T_1 = 0$), tem-se:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = T_2 = W_{1 \rightarrow 2}^{\text{ext}} \quad (1)$$

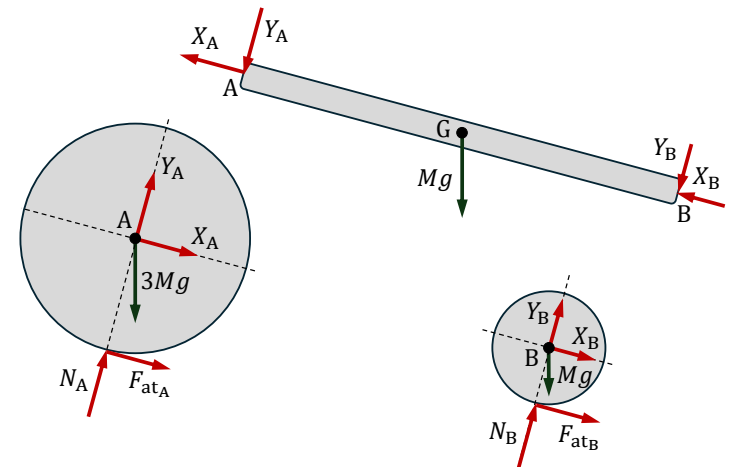
Energia Cinética:

$$T_2 = T_A + T_B + T_{AB} = \left(\frac{3Mv_A^2}{2} + \frac{J_A\omega_A^2}{2} \right) + \left(\frac{Mv_B^2}{2} + \frac{J_B\omega_B^2}{2} \right) + \left(\frac{Mv_G^2}{2} \right)$$

Sendo $v_A = v_B = v_G = v$, $\omega_A = -\frac{v}{2R}$ e $\omega_B = -\frac{v}{R}$, então:

$$\boxed{T_2 = \frac{7Mv^2}{2}} \quad (2)$$

Trabalho das Forças Externas: As forças normais (N_A e N_B) são perpendiculares ao deslocamento e, portanto, não realizam trabalho. Como os discos rolam sem escorregar, a velocidade dos pontos dos discos instantaneamente em contato com a rampa é nula, logo o trabalho realizado pelas forças de atrito (F_{atA} e F_{atB}) também é nulo. As forças que a barra aplica sobre os discos são internas ao sistema





(discos + barra) e, portanto, o trabalho dessas forças também é nulo. Dessa forma, conclui-se que apenas as forças peso realizam trabalho sobre o sistema:

$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{ext}} = W_{1 \rightarrow 2}^{P_A} + W_{1 \rightarrow 2}^{P_B} + W_{1 \rightarrow 2}^{P_{AB}} = -\Delta V_A - \Delta V_B - \Delta V_{AB}$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{ext}} = 3Mgx \sin \alpha + Mgx \sin \alpha + Mgx \sin \alpha \Rightarrow \boxed{W_{1 \rightarrow 2}^{\text{ext}} = 5Mgx \sin \alpha} \quad (3)$$

Substituindo as equações (2) e (3) na equação (1), tem-se:

$$\frac{7Mv^2}{2} = 5Mgx \sin \alpha \Rightarrow v^2 = \frac{10gx \sin \alpha}{7} \xrightarrow[\dot{x}=v]{\frac{d}{dt}} \dot{v} = \frac{5g \sin \alpha}{7} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_B = \frac{5g \sin \alpha}{7} \vec{1}}$$

Adote uma nota na escala 0/3 a 3/3 para a resolução do seu colega, atribuindo um ponto se a expressão da energia cinética estiver inteiramente correta, um ponto se a expressão do trabalho das forças externas estiver inteiramente correta, e um ponto se a aceleração do ponto B estiver inteiramente correta.

e) Aplicando o Teorema da Quantidade de Movimento Angular (TQMA) ao disco de centro B, com respeito ao polo B, obtém-se:

$$\vec{M}_B^{\text{ext}} = M(\vec{B} - \vec{B}) \wedge \vec{a}_B + (J_{Bz} \alpha_B) \vec{k} \Rightarrow M_{Bz} = J_{Bz} \alpha_B, \quad \alpha_B = -\frac{a_B}{R} = -\frac{5g \sin \alpha}{7R}$$

$$F_{\text{at}B} R = -\frac{MR^2}{2} \frac{5g \sin \alpha}{7R} \Rightarrow \boxed{F_{\text{at}B} = -\frac{5Mg \sin \alpha}{14}}$$

Adote uma nota na escala 0/1 a 1/1 para a resolução do seu colega, atribuindo 1/1 se a solução estiver inteiramente correta ou 0/1 em caso de erros de qualquer outra natureza.

f) Para que não ocorra escorregamento do disco de centro B, a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$|F_{\text{at}B}| \leq \mu N_B, \quad N_B = \frac{3Mg \cos \alpha}{2} \quad (\text{equilíbrio de forças na direção } \vec{j})$$

$$\frac{5Mg \sin \alpha}{14} \leq \mu \frac{3Mg \cos \alpha}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha \leq \arctan \left(\frac{21\mu}{5} \right)}$$

Adote uma nota na escala 0/1 a 1/1 para a resolução do seu colega, atribuindo 1/1 se a solução estiver inteiramente correta ou 0/1 em caso de erros de qualquer outra natureza.