

Nota: 8,5/10

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CURSO DE CIÊNCIAS MOLECULARES**

BRUNO KLEINE MOLLICA (14562470)
CAUÊ RAFFAINI BRONDI (14564513)
DIEGO ALEXANDRE T. DOS SANTOS (14566283)
FELIPE SCHOENACKER WEY (15451717)
JOSÉ ALEXANDRE SOARES DE OLIVEIRA (11761208)

RELATÓRIO DE EXPERIMENTOS IV

Estudo Experimental de Oscilações Mecânicas e Propagação de Ondas: Análises com
Sistemas Massa-Mola, Pêndulo de Wilberforce e Pêndulo de Torção

São Paulo

2025

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CURSO DE CIÊNCIAS MOLECULARES

RELATÓRIO DE EXPERIMENTOS IV

Estudo Experimental de Oscilações Mecânicas e Propagação de Ondas: Análises com
Sistemas Massa-Mola, Pêndulo de Wilberforce e Pêndulo de Torção

Atividade apresentada ao docente Caetano
Rodrigues Miranda, na disciplina de Física II
(CCM0122), como atividade para composição
de nota.

São Paulo

2025

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	3
2	METODOLOGIA.....	4
2.1	SISTEMA MASSA MOLA.....	4
2.2	PÊNDULO DE WILBERFORCE E MÁQUINA DE LAVAR.....	5
2.3	PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM FIOS E CORDAS.....	6
2.4	PÊNDULO DE TORÇÃO.....	7
3	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	7
3.1	SISTEMA MASSA MOLA.....	7
3.2	PÊNDULO DE WILBERFORCE E MÁQUINA DE LAVAR.....	10
3.3	PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM FIOS E CORDAS.....	12
3.4	PÊNDULO DE TORÇÃO.....	13
4	CONCLUSÃO.....	14
	REFERÊNCIAS.....	16

1 INTRODUÇÃO

Do ponto de vista teórico, oscilações são movimentos ou mudanças de estado que se repetem mais ou menos regularmente no tempo (Boris, p. 362), enquanto que ondas são oscilações que se propagam no espaço (Moyses, p. 59). Fenômenos como a propagação do som no ar, as ondas sísmicas e as ondas eletromagnéticas são exemplos de eventos que envolvem oscilações presentes em diversos contextos da física que evidenciam a relevância do seu estudo.

De acordo com sua natureza, as oscilações podem ser classificadas como oscilações mecânicas, causadas, por exemplo, pela perturbação da corda de um violão, ou como oscilações eletromagnéticas (Boris, p. 362). Esse trabalho se propõe a estudar as oscilações mecânicas, a partir do modelo do oscilador harmônico. Um oscilador harmônico é um sistema mecânico simples cujo movimento periódico segue uma equação diferencial com coeficientes constantes (Feynman, p. 227). A seguir estão listados os objetivos específicos de cada um dos quatro experimentos avaliados neste relatório:

1. **Sistema Massa Mola:** Diferentes massas são acopladas a uma mola vertical. O objetivo quantitativo é determinar a frequência de oscilação e a constante elástica da mola. Adicionalmente, também será feita uma discussão qualitativa do efeito da massa sobre a frequência. A equação utilizada para desenvolver o argumento desse experimento é:

$$f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Onde,

- f : é a frequência (Hz);
- k : é a constante elástica da mola (N/m);
- m : é a massa do peso (kg).

2. **Pêndulo de Wilberforce e Máquina de Lavar:** O objetivo do segundo experimento é discutir sobre como a energia é transferida da oscilação vertical para a angular. Na sequência, será estabelecida uma analogia com a máquina de lavar, destacando os princípios físicos em comum.

3. **Propagação de ondas em fios e cordas:** Neste experimento, utilizam-se fios e cordas para se observar como se formam os nós e se propagam as ondas transversais e longitudinais.
4. **Pêndulo de torção:** Este experimento tem como objetivo medir o tempo de oscilação de um pêndulo de torção imerso em ar e em óleo. Com base nos dados obtidos, será realizada uma discussão sobre os resultados observados.

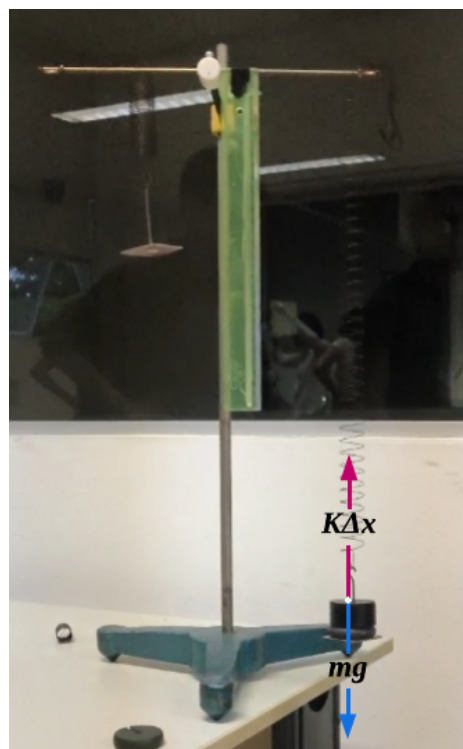
A próxima seção discute brevemente a metodologia aplicada em cada um dos experimentos.

2 METODOLOGIA

2.1 SISTEMA MASSA MOLA

Um suporte vertical com base metálica é utilizado para sustentar uma mola helicoidal. Um gancho é acoplado na massa inferior da mola, servindo de apoio para o posicionamento de pesos. Ao lado da mola, é posicionada uma régua vertical com escala milimétrica para a leitura do deslocamento vertical dos pesos. O sistema está apresentado na figura 1.

Figura 1 - Sistema massa mola: na imagem, um diagrama de forças é apresentado sobre um peso.



Fonte: elaboração própria.

São utilizadas massas conhecidas de 100 g e 200 g, acopladas ao ganho em três combinações: apenas 100 gramas, apenas 200 gramas e a combinação das duas, totalizando 300 gramas. Para cada configuração de massa, são avaliados três configurações iniciais do sistema mola-peso: acima do ponto de repouso, abaixo do ponto de repouso. O tempo de 10 oscilações completas é medido com a ajuda de um cronômetro. Adicionalmente, são realizadas gravações em vídeo.

2.2 PÊNDULO DE WILBERFORCE E MÁQUINA DE LAVAR

O experimento foi conduzido utilizando um pêndulo de Wilberforce, constituído por uma haste fixada a um suporte estável, a qual se prende uma mola helicoidal vertical acoplada a um cilindro (conforme ilustrado na Figura 2). O cilindro possui pequenos pesos ajustáveis próximos ao topo, permitindo a variação controlada do momento de inércia do sistema.

Foram realizadas duas gravações simultâneas do movimento do sistema: uma visão frontal (que destaca a oscilação vertical) e uma visão inferior (que evidencia a rotação angular). A sincronização das gravações foi garantida por uma sinalização sonora (palma), realizada por um dos participantes no instante inicial da filmagem. Os demais integrantes foram responsáveis por operar os dispositivos de gravação em ambas as perspectivas. As gravações obtidas foram posteriormente analisadas com o auxílio do software *Tracker*.

Figura 2 - Pêndulo de Wilberforce em repouso visto de frente (à esquerda) e por baixo (à direita).



Fonte: elaboração própria.

2.3 PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM FIOS E CORDAS

São utilizados dois sistemas diferentes (ambos apresentados na figura 3).

1. Um instrumento mecânico (uma esfera eletrônica vibratória) acoplado a um fio de comprimento fixo;
2. Cordas livres, manipuladas manualmente.

No primeiro sistema, o instrumento mecânico é fixado em uma das extremidades da corda, enquanto que um aluno segura a outra extremidade. A frequência de vibração é constante e o aluno varia o comprimento do fio até observar a formação de nós. No segundo sistema, uma corda é esticada entre dois alunos (um em cada extremidade). Os alunos balançam a corda de forma a produzir ondas, além de comportamentos como: propagação de onda, reflexão e interferência. Ambos os experimentos são gravados e discutidos em análise posterior.

Figura 3 - O sistema com a esfera eletrônica amarrada ao fio é apresentado à esquerda. O sistema de corda livre (no caso da figura, uma mola) é apresentado à direita.



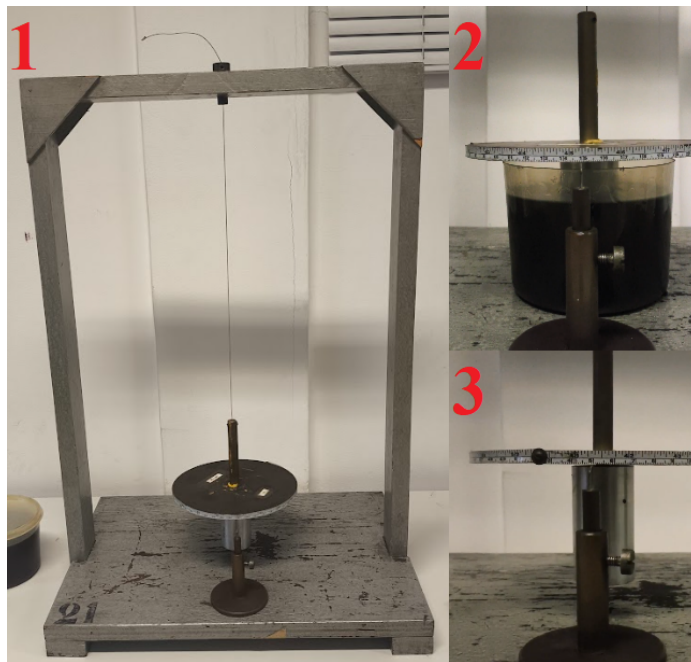
Fonte: elaboração própria.

2.4 PÊNDULO DE TORÇÃO

O pêndulo de torção consiste em um suporte vertical estável preso que segura um fio. Na extremidade inferior do fio está colocado um disco que atua como oscilador durante o experimento. O experimento consiste em duas partes. Na primeira parte, o disco oscila livremente no ar. Na segunda, ele é parcialmente submerso em um recipiente com óleo, assim introduzido para que se verifique o efeito de uma força dissipativa no movimento oscilatório.

Em cada parte, o disco é submetido a uma rotação inicial e liberado para oscilar livremente. O tempo correspondente a 10 oscilações completas é registrado com auxílio de um cronômetro digital. Os dados são processados com a ajuda do software *Tracker*. A figura 4 apresenta visualmente o sistema descrito em três configurações.

Figura 4 - Imagem 1 (à esquerda) ilustra o sistema em repouso. Imagem 2 (superior direita) mostra o disco suspenso em óleo. Imagem 3 (inferior direita) apresenta o disco suspenso no ar.



Fonte: elaboração própria.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 SISTEMA MASSA MOLA

Oscilações harmônicas simples ocorrem quando uma força restauradora, proporcional ao deslocamento, atua sobre um corpo em movimento periódico. No sistema massa-mola, descreve-se esse comportamento por meio da Lei de Hooke e das equações de

Newton, que levam à expressão do período (T) e da frequência (f) em função da massa (m) e da constante elástica (k) da mola.

A Lei de Hooke estabelece que a força restauradora de uma mola é proporcional ao seu alongamento x , conforme:

$$F_{el} = kx$$

Em equilíbrio estático, essa força se iguala ao peso (mg) da massa pendurada, permitindo escrever:

$$k = \frac{mg}{x}$$

onde m é a massa, g a aceleração da gravidade (aproximadamente $9,80 \text{ m/s}^2$) e x o alongamento da mola. As medições de alongamento x e os resultados dos cálculos de k estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Medidas tomadas no experimento.

Massa (g)	Tempo para 10 oscilações (s)	Período T (s)	Frequência f (Hz)	K (N/m)
100	8	0,8	1,25	2,45
200	12,8	1,28	0,78	2,80
300	14,56	1,456	0,697	3,87

Fonte: elaboração própria.

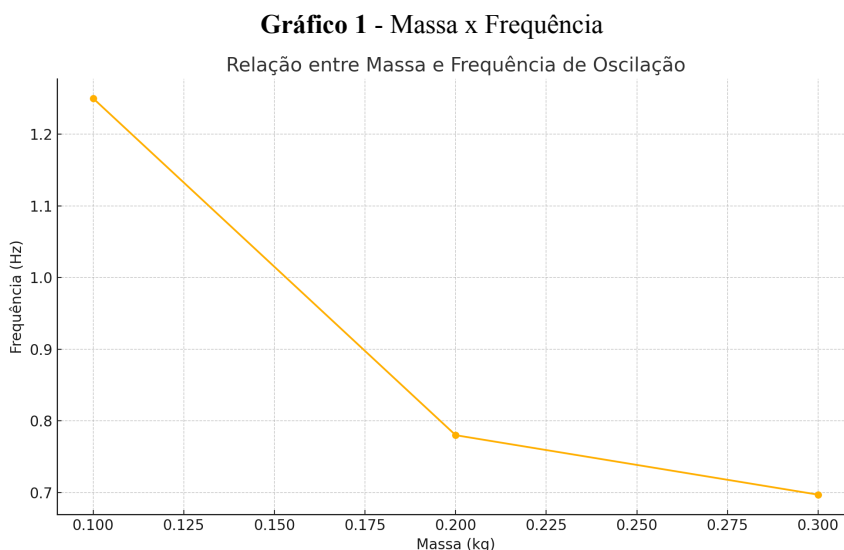
A média aritmética dos três valores de k é:

$$k = \frac{2.45 + 2.80 + 3.04}{3} \text{ N/m}$$

O desvio padrão amostral foi calculado conforme:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (k_i - k)^2} \approx 0,72 \text{ N/m}$$

O gráfico 1 mostra o comportamento experimental da frequência de oscilação em função da massa pendurada na mola.



Fonte: elaboração própria.

De acordo com a teoria do movimento harmônico simples, a frequência de oscilação de um sistema massa–mola é dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow f \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$$

No experimento, como mostra a Tabela 2 abaixo, observou-se:

Tabela 2 - Frequência correspondente para cada massa

Massa (g)	Frequência f (Hz)
100	1,25
200	0,78
300	0,697

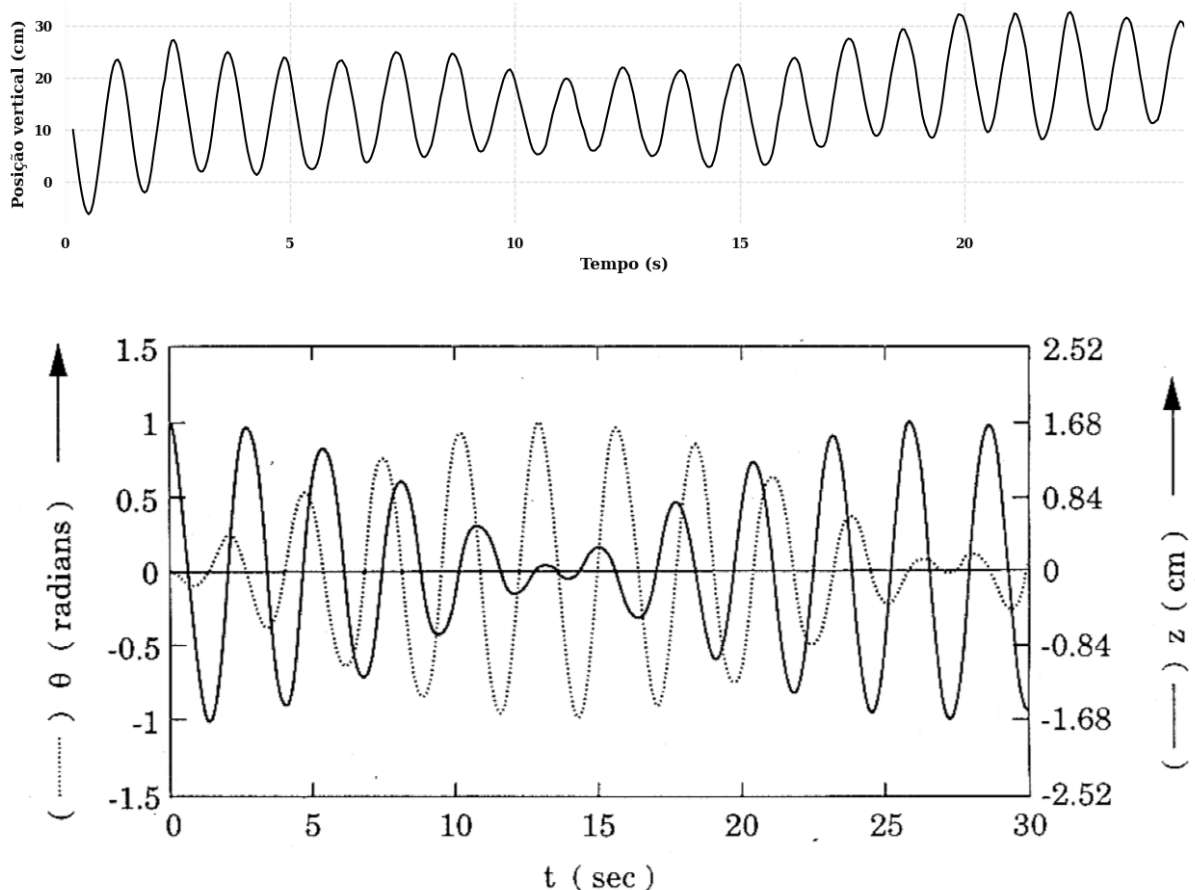
Fonte: elaboração própria.

Conforme previsto, a frequência diminui à medida que a massa aumenta, pois massas maiores apresentam maior inércia, retardando o movimento (menor f). Note que a relação não é linear: dobrar a massa não reduz a frequência exatamente à metade, mas por um fator de $1/\sqrt{2}$ característico da dependência $f \propto 1/\sqrt{m}$. Esses resultados confirmam experimentalmente o modelo de oscilação harmônica simples para o sistema massa–mola.

3.2 PÊNDULO DE WILBERFORCE E MÁQUINA DE LAVAR

Sabe-se que o pêndulo de Wilberforce é um sistema que demonstra a transferência de energia entre dois modos de oscilação: vertical (translação) e angular (rotação). Durante o experimento, foi observado que, a partir de uma perturbação inicial vertical, o sistema apresenta oscilações predominantemente verticais, mas com o tempo, nota-se uma transferência gradual de energia para o modo rotacional. Algum tempo depois, a transferência de energia foi para o sentido oposto. Esse ciclo se repetiu periodicamente. O gráfico 2 apresenta os dados obtidos experimentalmente para a variação vertical do peso (gráfico superior) e um gráfico exemplo como referência para o que era esperado (gráfico inferior).

Gráfico 2 - O gráfico superior é o que foi encontrado empiricamente nesse experimento para a posição vertical¹. O gráfico inferior é um modelo de referência contendo tanto a posição vertical quanto a variação no ângulo θ (linha em preto marca a variação em ambos).



Fonte: Gráfico superior: elaboração própria com dados obtidos experimental e processados com o software tracker. Gráfico inferior: retirado de Berg; Marshall (1990, p. 36).

¹ O gráfico correspondente à variação angular não foi incluído devido a um erro de gravação. Durante o experimento, o peso ocultou os marcadores visuais ao se aproximar do instrumento de filmagem, impedindo que o software Tracker acompanhasse com precisão a rotação.

Os dados obtidos a partir do software Tracker evidenciam sua distância em relação ao esperado para o pêndulo de Wilberforce. A tomada de dados não foi precisa, e é possível que o sistema não estivesse devidamente calibrado para aproximar-se do caso de transferência completa, que exploraremos a seguir. Sobre a calibragem, cita-se principalmente o ajuste dos pesos laterais do pêndulo.

O que ocorre é que parte da energia cinética da oscilação vertical começa a excitar o movimento rotacional, e vice-versa.

A transferência de energia entre esses dois modos de oscilação pode ser completa ou parcial. No caso do pêndulo de Wilberforce, é justificável a aproximação do caso de transferência completa, pois observou-se que, em determinado momento Δt_1 , o movimento linear vertical cessa quase completamente, enquanto que o rotacional atinge seu pico. Em outro momento Δt_2 , o oposto acontece.

A interação de transferência completa entre esses dois modos ocorre quando há uma equivalência entre as frequências naturais de cada movimento. Tal equivalência pode ser vista a partir do acoplamento linear dos dois tipos de movimento da forma:

$$\frac{\epsilon z \theta}{2}$$

Onde z e θ são as duas coordenadas e o ponto de equilíbrio é quando:

$$z = \theta = 0$$

Através do experimento, foi possível observar que é o ajuste dos pesos laterais do pêndulo que permite a aproximação ao caso da transferência completa. Pois, verificou-se que, mudando a posição dos pesos laterais, os momentos Δt_1 e Δt_2 podem ficar mais evidentes.

Além disso, pode-se escrever o Lagrangiano do sistema, de forma a ilustrar o que está sendo discutido. Temos:

$$L = \frac{1}{2}m\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}kz^2 - \frac{1}{2}\delta\theta^2 - \frac{1}{2}\epsilon z\theta$$

Onde m é a massa do pêndulo, I é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação, θ é o ângulo de rotação, $\frac{d\theta}{dt}$ é a derivada de θ em relação ao tempo, k é a constante longitudinal da mola, z é a posição vertical, $\frac{dz}{dt}$ é a derivada de z em relação ao tempo, δ é a constante torcional da mola e ϵ é uma constante de acoplamento entre as duas formas de oscilação.

Os dois primeiros termos da equação se referem às energias cinéticas presentes em cada movimento, enquanto que o terceiro e o quarto termos se referem às energias potenciais correspondentes. O último termo, entretanto, é a razão da transferência de energia ocorrer, pois ele relaciona as variáveis dos dois movimentos, z e θ , através da constante ϵ . Em suma, uma perturbação por mais vertical que seja, também gera uma perturbação torcional. Por isso, são observados os dois tipos de movimento.

Para a máquina de lavar, a transferência de energia entre diferentes modos de movimento em sistemas acoplados também está presente. Com o intuito de movimentar os objetos que estão nela (em geral, roupas), o motor da máquina fornece energia rotacional. Essa energia, entretanto, gera perturbações laterais longitudinais, conforme o que foi exposto até aqui. Essa transferência de energia pode gerar movimentação indesejada no sistema, que pode trazer danos à máquina. É por isso que um componente importante nesse tipo de máquina é algum tipo de amortecedor. Fica claro, portanto, que o estudo desse tipo de transferência de energia (e os movimentos respectivos gerados) possuem grande importância na confecção de produtos como a máquina de lavar.

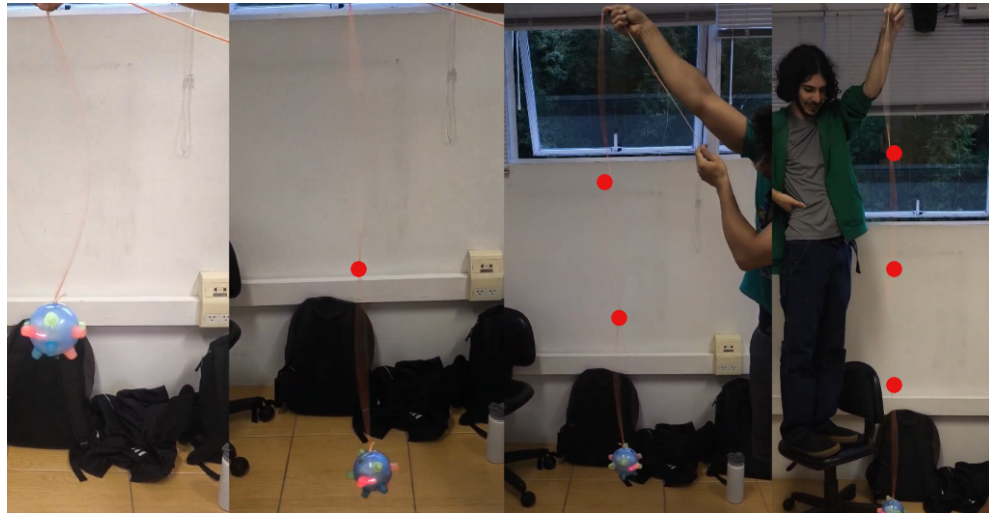
3.3 PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM FIOS E CORDAS

Ao realizar perturbações manuais na mola esticada, foi possível observar a formação de nós, pontos fixos onde a amplitude da onda é quase nula, quando se atinge determinadas frequências de oscilação. Isso foi evidente tanto nas perturbações longitudinais, quanto nas transversais. Esses nós aparecem quando as ondas que são mandadas de um lado encontram as que voltam do outro e se combinam. Dependendo da frequência com que esse movimento ocorre, a quantidade de nós muda: com uma frequência mais baixa, surgem poucos nós e, à medida que aumentamos a frequência, mais nós aparecem ao longo da mola. Como a perturbação é feita manualmente, a frequência não é exata, mas ainda assim é possível distinguir claramente os diferentes padrões de vibração, que mostram como a mola reage de forma diferente a cada tipo de estímulo. Além disso, o comprimento L também é possível de ser alterado durante o experimento, basta mudar o tamanho da mola.

Por outro lado, no experimento com a esfera vibratória, a principal diferença é que a frequência da perturbação é fixa, determinada pelo motor interno da esfera, enquanto o comprimento L das cordas pode ser ajustado. Assim como na mola, é possível observar a formação de nós ao longo do comprimento da corda quando as condições certas de ressonância são atingidas. Nesse caso, como a frequência não pode ser variada, o que define a

ocorrência dos padrões estacionários é exclusivamente o ajuste do comprimento: ao modificar L , altera-se o número de comprimentos de onda que “cabem” no sistema, o que permite ou não a formação de nós. A figura 5 apresenta os pontos de nós encontrados para a esfera vibratória.

Figura 5 - Os pontos em vermelho indicam os pontos onde se encontram os pontos de nós no fio.²



Fonte: Elaboração própria.

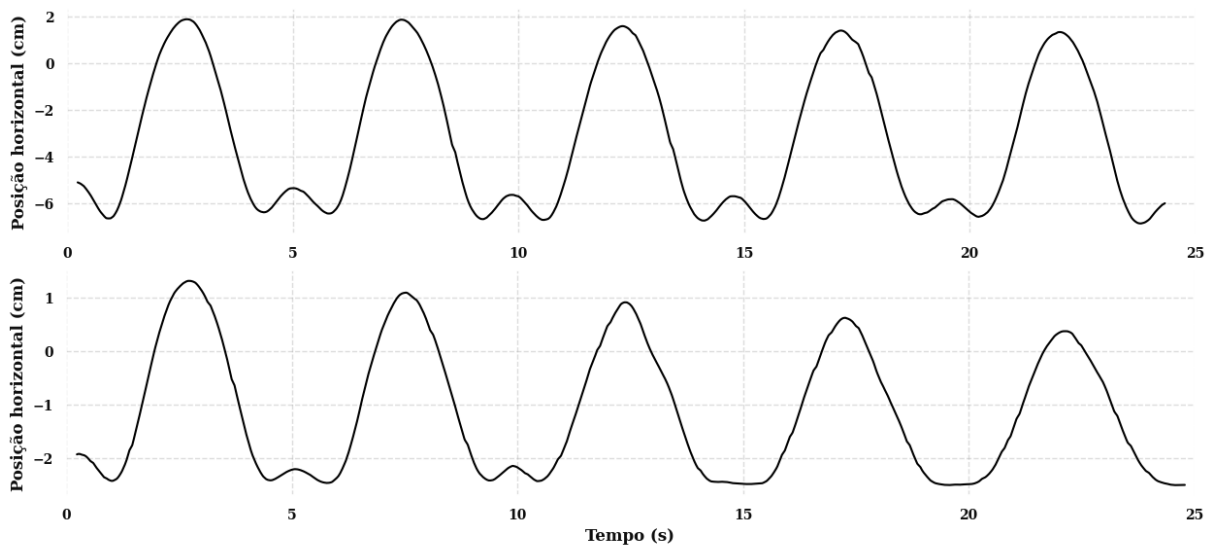
3.4 PÊNDULO DE TORÇÃO

O gráfico 3 apresenta as cinco oscilações finais³ para o pêndulo de torção no sistema no óleo e no sistema no ar. Note que no mesmo ponto no tempo, as oscilações já possuem amplitudes diferentes. Além disso, as oscilações em meio com maior viscosidade apresentam decaimento mais rápido da amplitude. Ou seja, para um mesmo Δt , no sistema com óleo, observa-se maior dissipação da amplitude da torção, se comparado com o sistema no ar. Isso contribui para evidenciar a influência de forças dissipativas do movimento rotacional do pêndulo de torção.

Gráfico 3 - As cinco oscilações finais para o pêndulo de torção no óleo (gráfico inferior) e no ar (gráfico superior). O eixo horizontal apresenta o tempo em segundos. O eixo vertical do gráfico representa a posição horizontal (em cm) de um ponto fixo na borda do disco, **tomada como referência**. Essa projeção é proporcional ao ângulo de torção, funcionando como uma medida indireta do deslocamento angular.

² A qualidade da imagem, no entanto, não permite com que o fio seja visto.

³ Foram gravadas dez oscilações das quais as cinco finais foram usadas para a produção do gráfico. Isso ocorreu em função de uma dificuldade de filmagem para o sistema no óleo.



Fonte: elaboração própria a partir dos dados obtidos no experimento.

4 CONCLUSÃO

Com base nos dados coletados e nas análises realizadas, conclui-se que os comportamentos observados experimentalmente refletiram qualitativamente os modelos teóricos estudados. Em particular, os padrões de oscilação, a transferência de energia entre modos e o efeito de forças dissipativas ocorreram de modo compatível com as previsões teóricas. No que diz respeito à análise quantitativa, entretanto, ocorreram alguns desvios devido a imprecisões experimentais devido a erro envolvendo, em especial, os instrumentos de medida e as filmagens.

No experimento do sistema massa-mola, observou-se que o aumento da massa reduz a frequência angular de oscilação, como previsto pela equação da **frequência**. No pêndulo de Wilberforce, foi registrada uma **clara transferência de energia entre os modos de oscilação vertical e angular**. Embora algumas limitações técnicas tenham restringido a análise completa. No estudo da propagação de ondas, tanto em cordas livres quanto em sistemas excitados mecanicamente, foram observadas ondas estacionárias e nós, cuja formação dependia da frequência e do comprimento do fio. Já o experimento com o pêndulo de torção revelou o efeito das forças dissipativas ao comparar a atenuação da amplitude de oscilação no ar e no óleo. A maior taxa de amortecimento observada no meio mais viscoso confirmou o papel das forças de resistência como mecanismo de dissipação de energia mecânica.

Em suma, os experimentos realizados foram eficazes na observação dos fenômenos físicos relacionados às oscilações e às ondas. A experiência contribuiu para uma compreensão aprofundada dos conceitos estudados e suas aplicações.

REFERÊNCIAS

BERG, Richard E.; MARSHALL, Todd S. Wilberforce pendulum oscillations and normal modes. **American Journal of Physics**, [s. l.], v. 59, p. 32-38, 1991. DOI <https://doi.org/10.1119/1.16702>.

FEYNMAN, Richard P. **Lições de Física**. Tradução: Adriana Válio Roque da Silva, Kaline Rabelo Coutinho. Porto Alegre: Bookman, 2008. 552 p. ISBN 978-85-7780-321-7.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de física básica**: fluidos, oscilações e ondas, calor. 5. ed. São Paulo: Blucher, 2014. 377 p. v. 2. ISBN 978-85-212-0747-4.

YAVORSKY, B. M.; DETLAF, A. A. **A Modern Handbook of Physics**. Tradução: Nicholas Weinstein. [S. l.]: Mir Publishers Moscow, 1982.