



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
CENTRO DE INOVAÇÃO - INOVA USP
Curso de Ciências Moleculares



Nota: 9,2/10

ALICE ALVES BOZZI
BRUNA RODRIGUES DA SILVA
LUIZA LUCCHETTI ODDI LOURENÇO
SOFIA FIGUEIREDO FORTI

RELATÓRIO Nº4 DE AULA PRÁTICA:
Oscilações

SÃO PAULO,
2025

ALICE ALVES BOZZI
BRUNA RODRIGUES DA SILVA
LUIZA LUCCHETTI ODDI LOURENÇO
SOFIA FIGUEIREDO FORTI

RELATÓRIO Nº4 DE AULA PRÁTICA:

Oscilações

Relatório referente à aula prática ministrada no dia 28/04/2025 na disciplina CCM0122 - Física II do Curso de Ciências Moleculares da Universidade de São Paulo, na modalidade de bacharelado, como requisito parcial avaliativo para aprovação semestral.

Orientador: Prof. Dr. Caetano Rodrigues Miranda

SÃO PAULO,
2025

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	4
2	OBJETIVOS	5
3	MATERIAIS E MÉTODOS	5
	1. Sistema massa mola;	5
	2. Pêndulo de Wilberforce;	6
	3. Propagação de ondas;	7
	4. Pêndulo de torção;	7
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	8
	1. Sistema massa mola;	8
	2. Pêndulo de Wilberforce;	10
	3. Propagação de ondas;	11
	4. Pêndulo de torção;	13
5	CONCLUSÃO	14
6	REFERÊNCIAS	15

1 INTRODUÇÃO

Oscilações são movimentos periódicos, presentes na natureza e no nosso dia a dia. Existem vários tipos de movimentos periódicos, desde pêndulos oscilantes até o movimento de vai e vem de uma mola; porém o que todos eles têm em comum são as equações que os descrevem. O movimento harmônico simples (MHS) é um tipo de movimento periódico, que ocorre quando um corpo em posição de equilíbrio ($x = 0$; $F_R = 0$) sofre um deslocamento, e forças restauradoras passam a agir sobre ele.

Forças do tipo $F = -kx$ são exemplos de forças restauradoras, com seu módulo proporcional ao deslocamento x em relação à posição de equilíbrio, e com o sentido de ação sempre orientado para o ponto de equilíbrio. A partir desta expressão, obtém-se uma equação diferencial ordinária característica do MHS, e a solução de $x(t)$ desta EDO é o que evidencia o caráter periódico de movimentos harmônicos simples. A posição em função do tempo de um corpo em movimento periódico é ilustrada pela figura 1, e segue a expressão $x(t)$ característica do MHS.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad \Rightarrow \quad x(t) = A \cos(\omega t + \phi), \text{ ou } x(t) = A \sin(\omega t + \phi')$$

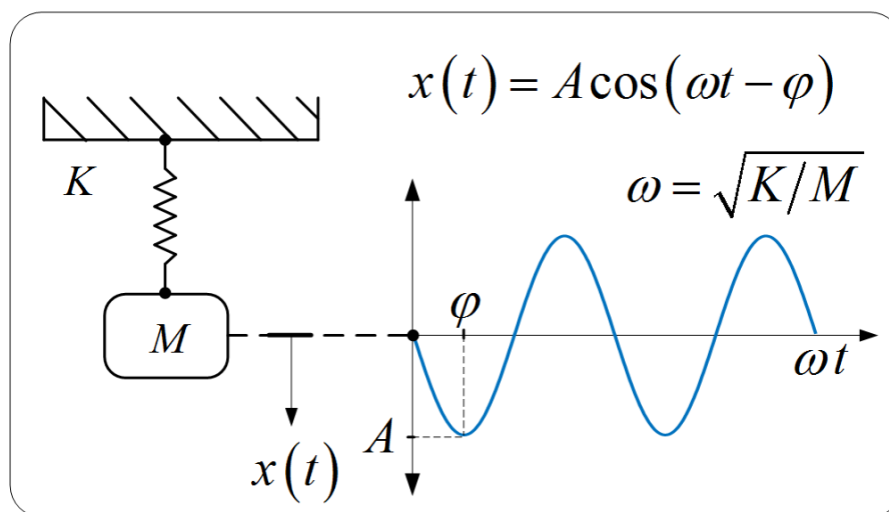


Figura 1: Representação gráfica do MHS.

Fonte: Slides de aula.

Além disso, tais movimentos possuem grandezas específicas, relacionadas à sua periodicidade, que aparecem na expressão $x(t)$ (posição em função do tempo). Estas grandezas são: o período T , que é o tempo gasto para completar um ciclo de oscilação completa, a frequência $f = \frac{1}{T}$ que é uma grandeza recíproca ao período, uma frequência angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$ e uma

amplitude A , que é o módulo máximo do vetor deslocamento do corpo a partir da posição de equilíbrio.

2 OBJETIVOS

Este relatório tem como objetivo analisar e discutir qualitativamente e/ou quantitativamente os experimentos realizados. Em princípio, começou-se pela investigação do sistema massa-mola, no qual, com propósito de avaliar como diferentes massas influenciam na frequência angular do sistema, foram variados os pesos para determinar a frequência de oscilação de cada um e, a partir destas frequências, determinar a constante elástica da mola. Em seguida, foi examinado o pêndulo de Wilberforce, explorando como e porque ocorre a transferência de energia entre os modos de oscilação vertical e angular, e sua relação com o funcionamento de máquinas de lavar. Ademais, foram observadas as propagações de ondas transversais e longitudinais em molas, debatendo-se a formação de nós e antinós, bem como as diferenças entre as molas e a uma esfera vibrante. Por fim, foi estudado o pêndulo de torção, comparando-se o tempo de dez oscilações no ar e no óleo para o entendimento dos efeitos do amortecimento viscoso e da dissipação de energia.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

1. Sistema massa mola;

No experimento foram utilizados um suporte metálico ao qual foram presas duas molas de mesma constante elástica, e dois pesos diferentes; enquanto a extremidade das molas estava presa ao suporte, foram atrelados os dois pesos de massas distintas à sua parte inferior, causando a distensão de ambas, num arranjo ilustrado na figura 2. Após o sistema ter entrado em equilíbrio, com as duas molas distendidas e com os pesos em suas extremidades, o sistema foi posto em oscilação. Para isso, os pesos foram distendidos uma distância de 3 cm em relação ao seu ponto de equilíbrio, e quando soltos, começaram a oscilar. A escolha de $\Delta x = 3$ cm foi a mesma para os dois pesos com o intuito de que as duas oscilações tivessem a mesma amplitude, o que facilitaria a comparação visual dos dois movimentos quando plotados num mesmo gráfico.



Figura 2: Arranjo experimental utilizado no experimento massa-mola.

Fonte: Slides da aula.

2. Pêndulo de Wilberforce;

O experimento do Pêndulo de Wilberforce foi feito observando qualitativamente o pêndulo da figura 3, que consiste em uma massa suspensa por uma mola, capaz de oscilar nos modos longitudinal e rotacional, simultaneamente.



Figura 3: Pêndulo de Wilberforce.

Fonte: Autores.

3. Propagação de ondas;

Para observar a propagação de ondas foram utilizadas duas molas diferentes: A e B, como mostra a figura 3, onde A tinha menor raio e maior comprimento livre em relação a B.

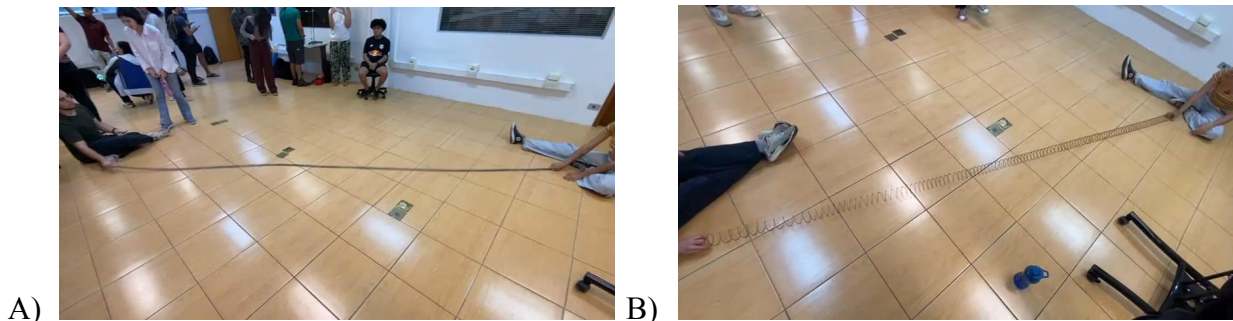


Figura 4: A) Mola de menor raio e maior comprimento. B) Mola de maior raio e menor comprimento.

Fonte: Autores

Em cada uma delas, duas pessoas seguraram as extremidades e foram aplicados:

- Movimentos transversais sincronizados: ambas as pessoas movimentaram as extremidades da mola para cima e para baixo, perpendicularmente ao seu eixo, em sincronia.
- Movimentos transversais desarmoniosos: as extremidades foram movimentadas de forma aleatória e sem coordenação entre os participantes.
- Movimento longitudinal (pulsão): uma das extremidades foi empurrada e puxada ao longo do eixo da mola, criando compressões e rarefações visíveis ao longo de sua extensão.
- Movimentos para análise de ondas estacionárias: tentativas de repetição de movimentos transversais com frequência constante feitas para gerar interferências construtivas e destrutivas que favorecessem a formação de nós e ventres.

4. Pêndulo de torção;

Dois pêndulos de torção foram utilizados. Ambos eram de metal e diferiam no modo de torcer, o primeiro (figura 5A) possuía dois círculos nas pontas conectadas por uma haste de metal horizontal e a uma haste de metal central vertical, que em sua base conectava-se a um caracol de uma fina chapa de metal, que se contraía ou se afrouxava em si mesma de acordo com a torção do pêndulo. O segundo (figura 5B), era uma base cilíndrica de metal pendurada por um fio de metal

que possuía um cilindro maciço de metal em sua superfície inferior, a qual foi torcida em ar e em óleo para que fossem contados os tempos de 10 voltas do pêndulo em cada um desses fluidos.

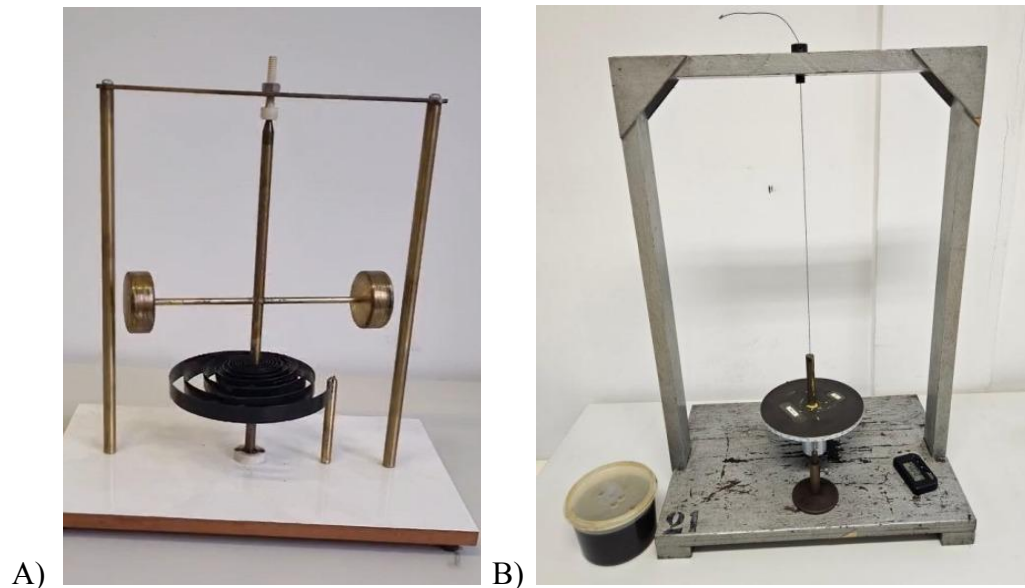


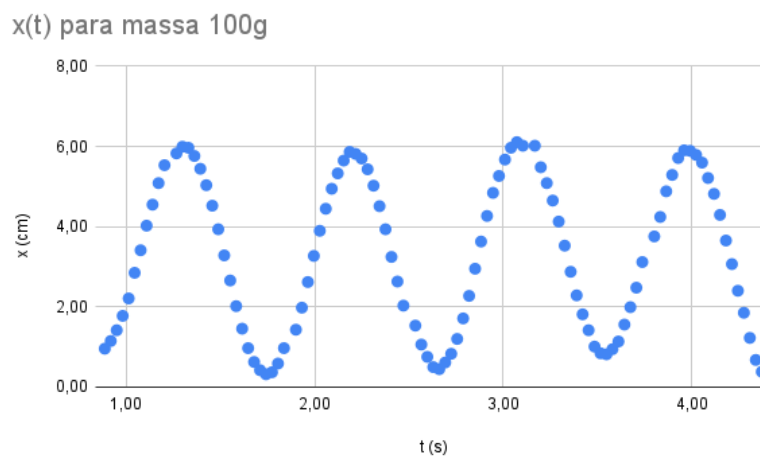
Figura 5: A) Primeiro pêndulo de torção B) Segundo pêndulo de torção

Fonte: A) Autores. B) Slides de aula.

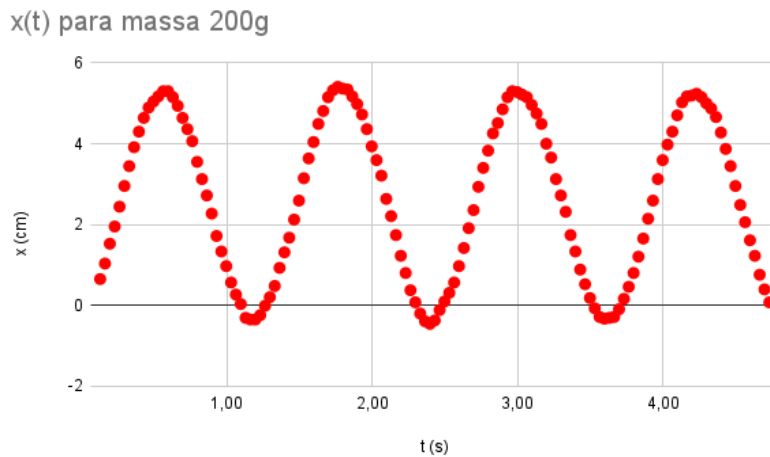
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

1. Sistema massa mola;

A partir dos dados coletados, foram realizados dois ajustes do tipo $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$, onde $A = 3$ cm teve seu valor fixado em ambos, e a partir disso obtivemos o valor da frequência angular $\omega_1 = 7,08 \pm 0,9$ rad/s associada ao movimento da massa de 100g, e $\omega_2 = 5,09 \pm 0,6$ rad/s associada ao movimento da massa de 200g (Figura 6).



A)



B)

Figura 6: A) gráfico da posição (cm) em função do tempo (s) no movimento oscilatório da massa de 100g. B) O mesmo gráfico, plotado com os dados da massa de 200g.

Fonte: Autores.

Para testar a validade dos valores obtidos, consideramos a constante elástica k é a mesma em ambos movimentos, pois foram utilizadas molas idênticas, e isso nos fornece a relação esperada entre os valores de ω_1 e ω_2 :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{100}}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{200}} \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = \omega_2 \cdot \sqrt{2}$$

Assim, era esperado que $\omega_1 > \omega_2$, e os valores obtidos satisfazem tal condição.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1,39 \approx \sqrt{2}$$

Calculamos k a partir de ω_1 e a partir de ω_2 , e era esperado que o valor obtido em ambos os casos fosse o mesmo.

$$k = \omega_1^2 \cdot 0,1 \text{ kg} = 5,01 \pm 1,2$$

$$k' = \omega_2^2 \cdot 0,2 \text{ kg} = 5,18 \pm 1,2$$

$$Z = \frac{k - k'}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} = \frac{0,17}{1,2} = 0,14$$

Pelo teste Z ($0,14 < 3$), o resultado foi compatível com o esperado, e ambas as constantes k são compatíveis entre si.

2. Pêndulo de Wilberforce;

Durante o experimento, observou-se que, ao deslocar a massa verticalmente acima de sua posição de equilíbrio e liberá-la, ela inicia uma oscilação vertical. À medida que a frequência dessa oscilação diminui, ocorre uma transferência gradual de energia para o modo rotacional. Os movimentos de oscilação vertical e rotação acontecem simultaneamente por um período, até que a oscilação vertical cesse completamente, restando apenas o movimento rotacional. Pouco depois, o processo se inverte: a rotação diminui e a massa volta a oscilar verticalmente. Esse ciclo de troca de energia entre os dois modos de movimento se repete diversas vezes ao longo do experimento, caracterizando o acoplamento entre as oscilações vertical e rotacional, como mostra o gráfico da figura 7.

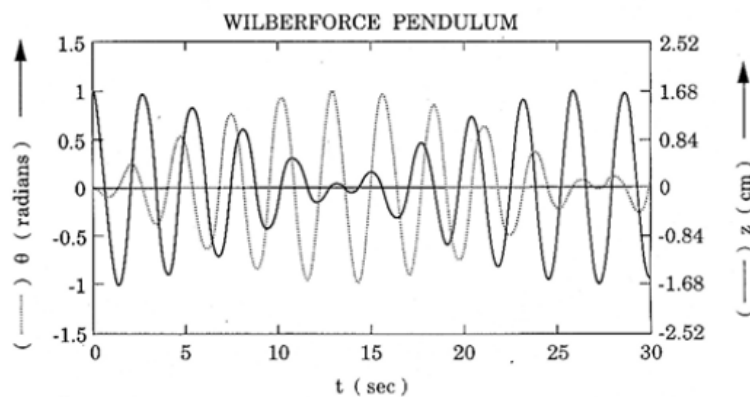


Figura 7: Coordenadas z e θ em função do tempo no pêndulo de Wilberforce.

Fonte: BERG, R. E.; MARSHALL, T. S.

Esse fenômeno ocorre devido ao acoplamento mecânico proporcionado pela mola em espiral, que não apenas armazena energia potencial elástica no sentido vertical, mas também aplica torques que induzem a rotação. Como resultado, ocorre uma troca periódica de energia entre os modos de oscilação linear e rotacional.

O movimento de oscilação vertical é descrito pela equação da figura 8A. Já o movimento de rotação é descrito pela equação da figura 8B. Pode-se observar que as equações descrevem seus respectivos movimentos e possuem um fator de acoplamento, $\frac{1}{2}\epsilon\theta$ e $\frac{1}{2}\epsilon z$, que mostram a dependência entre os dois movimentos, demonstrando a transferência de energia.

$$\begin{array}{ll} \text{A)} & m\ddot{z} + kz + \frac{1}{2}\epsilon\theta = 0 \\ \text{B)} & I\ddot{\theta} + \delta\theta + \frac{1}{2}\epsilon z = 0, \end{array}$$

Figura 8: A) Equação da oscilação vertical do pêndulo de Wilberforce. B) Equação da rotação do pêndulo de Wilberforce.

O acoplamento mecânico é visto no cotidiano com a máquina de lavar roupas. Nesse caso, a oscilação vertical é indesejada e causada por uma distribuição desigual das roupas dentro da máquina. Esse desbalanceamento cria uma assimetria na distribuição de massa que, em determinadas velocidades de rotação, pode levar o sistema a entrar em ressonância. Nessa condição, parte da energia do movimento rotacional é transferida para vibrações laterais da máquina.

3. Propagação de ondas;

Foram observados diferentes padrões de propagação de ondas mecânicas a depender do tipo de movimento aplicado pelas extremidades. Quando movimentadas de forma síncrona e em direção perpendicular ao comprimento da onda, foi possível visualizar a formação de ondas transversais. Tanto os movimentos verticais quanto horizontais foram produzidos em ambas as cordas e demonstraram comportamentos similares, com diferenciações de visualização devido às diferentes propriedades delas, como registrado na figura 9, onde (A) exemplifica o movimento produzido verticalmente na mola B e (B) horizontalmente na mola A.

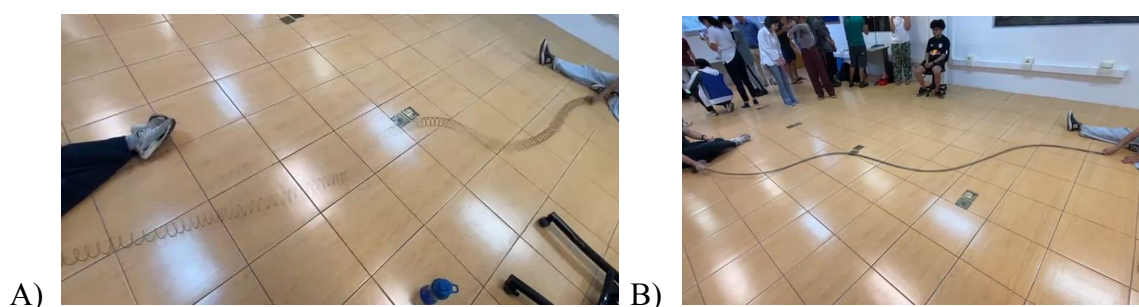


Figura 9: A) Movimento **vertical** na mola B. B) Movimento horizontal na mola A.

Fonte: Autores.

A qualidade da propagação estava diretamente relacionada à coordenação entre as pessoas segurando a mola. Em movimentos desarmoniosos, as ondas apresentaram interferências, como a interferência construtiva observada na Figura 10, e reflexões irregulares. Por outro lado, movimentos sincronizados, especialmente em frequências constantes, favoreciam a formação de ondas estacionárias, caracterizadas por regiões fixas chamadas nós, onde não há movimento, e ventres, onde a amplitude é máxima. Os nós surgiam em pontos específicos ao longo da mola, evidenciando interferência destrutiva entre ondas incidentes e refletidas.



Figura 10: Sequência de frames ilustrando a Interferência construtiva.

Fonte: Autores

Já no caso da pulsão, ao aplicar força ao longo do eixo da mola, foram observadas ondas longitudinais, como exposto na Figura 11, onde a deformação decorrente de compressão e distensão é visível ao longo da mola através do tempo, representado na imagem por T1, T2 e T3.

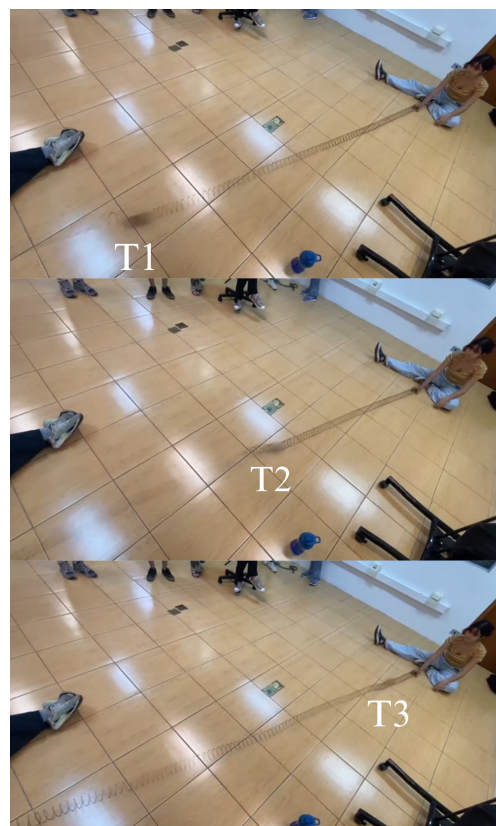


Figura 11: Ondas longitudinais.

Fonte: Autores

Comparando o comportamento da mola com o de uma esfera vibratória nota-se uma diferença importante: a mola permite uma visualização tridimensional e flexível da propagação das ondas, tanto longitudinais quanto transversais. Já a esfera vibratória, em geral, é usada para demonstrar vibração localizada e principalmente ondas estacionárias em superfícies planas ou

cordas tensas, onde a frequência é bem controlada. A mola, por ser mais elástica e extensível, também apresenta maior dissipação de energia, o que dificulta a manutenção de uma onda por longos períodos.

4. Pêndulo de torção;

No experimento com o pêndulo de torção, foram comparados os tempos de oscilação no ar e no óleo. No ar, o pêndulo (modelo cilíndrico suspenso por um fio metálico) apresentou um período médio de aproximadamente 4 segundos por volta, mantendo uma oscilação constante por várias repetições. Já no óleo, o comportamento foi significativamente diferente: inicialmente, o pêndulo também oscilou com um período próximo a 4 segundos, mas, após algumas oscilações, o movimento foi amortecido, a ponto de o pêndulo não conseguir mais completar voltas, tornando-se cada vez mais lento até parar. Esses comportamentos podem ser vistos nos gráficos da figura 12.

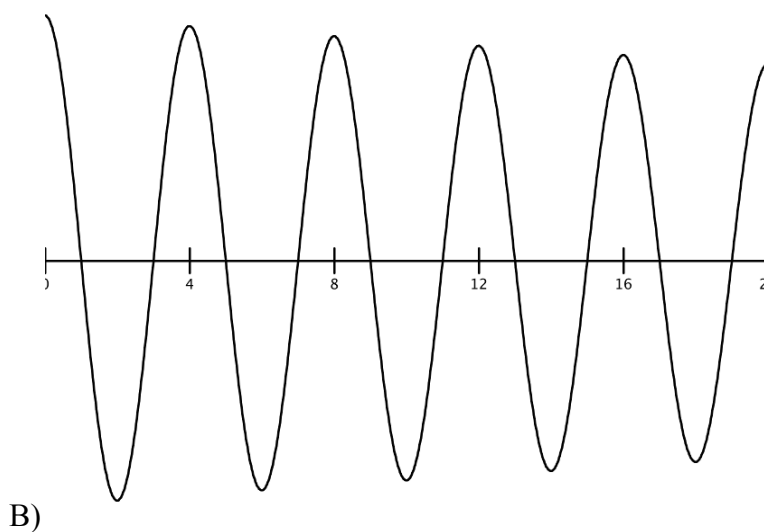
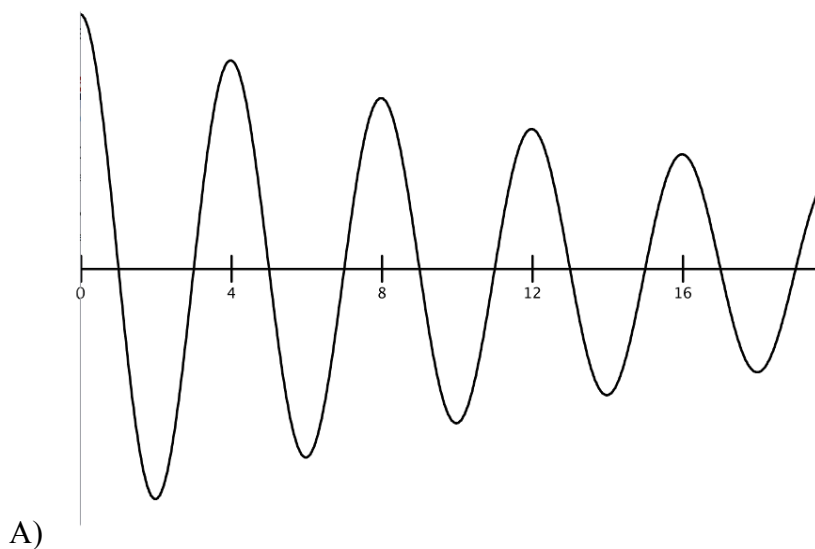


Figura 12: Gráficos da posição em função de tempo, para 5 oscilações/ciclos, com amplitude decrescente. A) Pêndulo no óleo. B) Pêndulo no ar.

Fonte: Java.

A diferença observada entre os dois meios se deve principalmente ao atrito viscoso, também conhecido como arrasto. No ar, a resistência do fluido é baixa, permitindo que o pêndulo oscile por mais tempo com pouca perda de energia. No óleo, por outro lado, a viscosidade é muito maior, o que provoca um amortecimento rápido devido às forças dissipativas que convertem a energia mecânica em calor. Esse tipo de amortecimento é típico de sistemas submersos em fluidos mais densos, onde a força de arrasto é proporcional à velocidade do objeto, conforme descrito pela lei de Stokes. Essa lei trata da força de fricção exercida sobre objetos esféricos em movimento em um fluido viscoso, sob regime laminar. Em geral, quanto menor o amortecimento, maior a duração das oscilações.

Além disso, o fato de o pêndulo não completar voltas após algumas oscilações no óleo indica que a energia foi dissipada antes que ele pudesse retornar à posição inicial. Esse comportamento é típico de sistemas subamortecidos, nos quais a força de amortecimento não é suficiente para impedir imediatamente o movimento, mas reduz progressivamente a amplitude das oscilações até a parada total.

O experimento permitiu confirmar a influência do meio fluido no movimento do pêndulo de torção, demonstrando que meios mais viscosos aumentam a dissipação de energia, encurtando o tempo de oscilação. Portanto, os resultados obtidos estão em concordância com a teoria do movimento harmônico amortecido, reforçando a relação entre viscosidade do meio e dissipação de energia em sistemas oscilatórios.

5 CONCLUSÃO

No sistema massa-mola, confirmou-se a relação entre massa, constante elástica e frequência angular, validando a equação do movimento harmônico simples (MHS). A proximidade entre os valores calculados da constante k comprovada pelo teste Z ($Z = 0,14$), obtidos com massas distintas, reforçou a consistência teórica do modelo. O pêndulo de Wilberforce ilustrou o acoplamento entre modos de oscilação vertical e rotacional, destacando a transferência periódica de energia entre esses movimentos. Esse fenômeno, associado à geometria da mola em espiral, demonstra como sistemas acoplados podem exibir comportamentos complexos, análogos a situações cotidianas, como as vibrações indesejadas em máquinas de lavar devido a distribuições assimétricas de massa. Na propagação de ondas, observou-se a formação de padrões distintos (transversais, longitudinais e

estacionários) dependendo do tipo de excitação aplicada. A harmonia na geração de ondas mostrou-se crucial para a formação de nós e ventres, enquanto a comparação com uma esfera vibrante ressaltou diferenças na dissipação de energia e na visualização tridimensional das ondas em molas. Por fim, o pêndulo de torção evidenciou os efeitos do amortecimento viscoso. A comparação entre oscilações no ar e no óleo confirmou que meios mais viscosos dissipam energia rapidamente, reduzindo a amplitude das oscilações até a parada completa. Esse comportamento está alinhado com a teoria do movimento harmônico amortecido, reforçando a dependência entre viscosidade do meio e dissipação energética.

Em comum, todos os experimentos destacaram a dinâmica de sistemas oscilatórios, enfatizando conceitos como conservação de energia, influência de parâmetros físicos como massa, constante elástica, viscosidade, e fenômenos como acoplamento, ressonância e interferência. Além disso, demonstraram a relevância prática desses princípios, desde o controle de vibrações em equipamentos até a compreensão de propagação de ondas em materiais elásticos. Assim, os resultados consolidam a teoria clássica das oscilações e ondas, oferecendo noções valiosas de suas aplicações.

6 REFERÊNCIAS

NUSSENZVEIG, Moysés. Curso de Física Básica 2: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor. 5. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. Física 2: termodinâmica e ondas. 14. ed. São Paulo: Pearson, 2016.

BERG, Richard E.; MARSHALL, Todd S. Wilberforce pendulum oscillations and normal modes. *American Journal of Physics*, [S.l.], v. 59, n. 1, p. 32-38, Jan. 1991.

WIKIPÉDIA. *Lei de Stokes*. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Lei_de_Stokes. Acesso em: 12 maio 2025.

KHAN, M. A. *Second-Order Underdamped Systems*. In: KHAN, M. A. *Control Systems*. Toronto Metropolitan University, 2021. Disponível em: <https://pressbooks.library.torontomu.ca/controlsystems/chapter/7-1second-order-underdamped-systems/>. Acesso em: 12 maio 2025.