



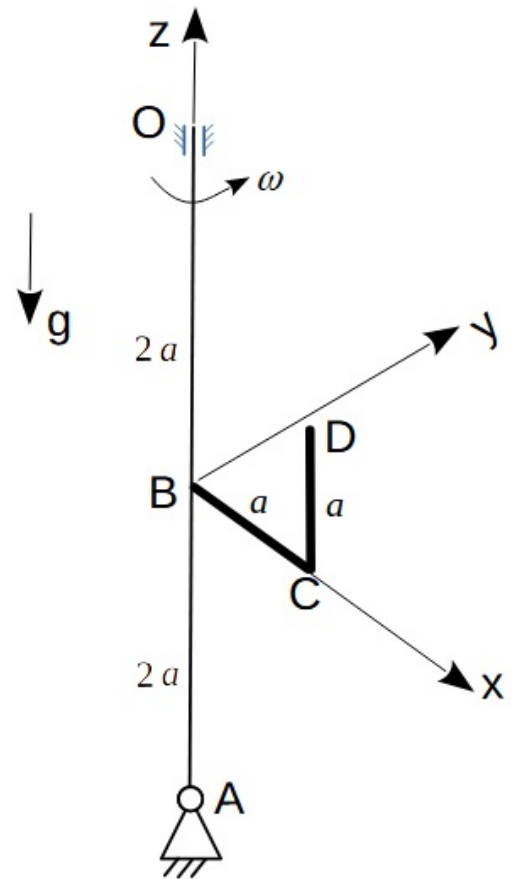
PME 3100 – MECÂNICA I – Atividade remota E3.2 – Reoferecimento 2025

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada individualmente.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler o [regulamento geral das turmas semipresenciais](#).

Enunciado

Questão (50 pontos). A figura ao lado mostra um eixo vertical OA de massa desprezível e comprimento $4a$, que está fixado sob os mancais A (axial) e O (radial). O corpo rígido (único) BCD, formado por duas barras homogêneas de massa m , comprimento a e unidas em C em um ângulo de 90° , é soldado a este eixo no ponto B. O conjunto gira com velocidade constante de módulo ω . Considerando o sistema de coordenadas móvel $Bxyz$, de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, solidário ao movimento do conjunto, e ainda que o mancais axial e radial podem ser modelados por uma rótula e anel, respectivamente, pede-se:

- (10)** O diagrama de corpo livre do conjunto.
- (5)** O vetor $(G - B)$, que exprime a localização do centro de massa G do conjunto em relação a origem do sistema de coordenadas.
- (10)** A matriz de inércia do conjunto em relação ao polo B, $[J_B]$.
- (10)** As equações resultantes da aplicação do teorema da quantidade de movimento angular para o conjunto, em relação ao polo B.
- (10)** As equações resultantes da aplicação do teorema da resultante para o conjunto.
- (5)** As reações em A e O.

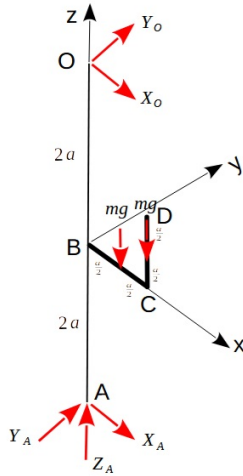




Resolução comentada

Questão 02

- a) A figura abaixo mostra o DCL solicitado.



Atribua a seu colega uma nota na escala 0/1 a 1/1, correspondendo 1/1 a um DCL inteiramente correto. Note que há também a possibilidade (igualmente correta) de representar o peso do conjunto por meio de uma única força de intensidade $2mg$ aplicada no centro de massa G.

- b) O vetor $(G - B)$ pode ser obtido pela composição das barras BC e CD, assim:

$$(G - B) = \frac{m([G]_{BC} - B) + m([G]_{CD} - B)}{2m} = \frac{m(\frac{a}{2}\vec{i}) + m(a\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{k})}{2m} \Rightarrow (G - B) = \frac{3a}{4}\vec{i} + \frac{a}{4}\vec{k}$$

Atribua a seu colega uma nota na escala 0/2 a 2/2, correspondendo 1/2 a cada componente (não-nula) corretamente calculada do vetor posição pedido.

- c) Determinado os momentos e produtos de inércia do conjunto em relação ao polo B,

$$\begin{aligned} J_{B_x} &= (J_{B_x})_{BC} + (J_{B_x})_{CD} = 0 + \frac{ma^2}{12} + m\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{ma^2}{3} \\ J_{B_y} &= (J_{B_y})_{BC} + (J_{B_y})_{CD} = \frac{ma^2}{12} + m\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{ma^2}{12} + m\left[(a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = \frac{5ma^2}{3} \\ J_{B_z} &= (J_{B_z})_{BC} + (J_{B_z})_{CD} = \frac{ma^2}{12} + m\left(\frac{a}{2}\right)^2 + ma^2 = \frac{4ma^2}{3} \\ J_{B_{xy}} &= (J_{B_{xy}})_{BC} + (J_{B_{xy}})_{CD} = 0 \\ J_{B_{yz}} &= (J_{B_{yz}})_{BC} + (J_{B_{yz}})_{CD} = 0 \\ J_{B_{xz}} &= (J_{B_{xz}})_{BC} + (J_{B_{xz}})_{CD} = 0 + m(-a)\left(-\frac{a}{2}\right) = \frac{ma^2}{2} \end{aligned}$$

Assim, a matriz de inércia é obtida por:

$$[J_B] = \begin{bmatrix} \frac{ma^2}{3} & 0 & -\frac{ma^2}{2} \\ 0 & \frac{5ma^2}{3} & 0 \\ -\frac{ma^2}{2} & 0 & \frac{4ma^2}{3} \end{bmatrix}$$

Atribua a seu colega uma nota na escala 0/10 a 10/10, correspondendo:



- 2/10 a cada momento de inércia corretamente calculado;
- 1/10 a cada produto de inércia corretamente calculado;
- 1/10 à resposta final, corretamente representada em forma matricial.

d) Aplicando o TQMA para o conjunto em relação ao polo B, têm-se:

$$\sum \vec{M}_B^{ext} = [\mathbf{J}_B] \underbrace{\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \right)}_{\vec{0}} + \vec{\omega} \wedge ([\mathbf{J}_B] \vec{\omega}) + 2m(G - B) \wedge \underbrace{\vec{a}_B}_{\vec{0}} = -\frac{ma^2\omega^2}{2} \vec{j} \Rightarrow$$

$$(-2a\vec{k}) \wedge (X_A\vec{i} + Y_A\vec{j} + Z_A\vec{k}) + (2a\vec{k}) \wedge (X_O\vec{i} + Y_O\vec{j}) + \left(\frac{a}{2}\vec{i} \right) \wedge (-mg\vec{k}) + \left(a\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{k} \right) \wedge (-mg\vec{k}) = -\frac{ma^2\omega^2}{2} \vec{j}$$

Resultando em,

$$\begin{cases} 2aY_A - 2aY_O = 0 & (1) \\ -2aX_A + 2aX_O + \frac{3mga}{2} = -\frac{ma^2\omega^2}{2} & (2) \end{cases}$$

Atribua a seu colega uma nota na escala 0/2 a 2/2, correspondendo 1/2 a cada equação obtida de forma inteiramente correta. Note que seu colega pode ter simplificado algebricamente as equações obtidas, sem que isso afete sua correção.

e) Aplicando o teorema da resultante para o conjunto, têm-se:

$$\vec{R}^{ext} = 2m\vec{a}_G \Rightarrow (X_A + X_O)\vec{i} + (Y_A + Y_O)\vec{j} + (Z_A - 2mg)\vec{k} = 2m \left(\underbrace{\vec{a}_B}_{\vec{0}} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (G - B)) \right) = -\frac{3ma\omega^2}{2} \vec{i}$$

$$\begin{cases} X_A + X_O = -\frac{3ma\omega^2}{2} & (3) \\ Y_A + Y_O = 0 & (4) \\ Z_A - 2mg = 0 & (5) \end{cases}$$

Atribua a seu colega uma nota na escala 0/4 a 4/4, correspondendo 2/4 à equação inteiramente correta para a direção x e 1/4 a cada equação inteiramente correta das direções y e z. Note que seu colega pode ter simplificado algebricamente as equações obtidas, sem que isso afete sua correção.

f) Resolvendo o sistema de Equações (1)-(5), têm-se:

$$\begin{cases} X_A = \frac{m}{8}(3g - 5a\omega^2) \\ Y_A = 0 \\ Z_A = 2mg \\ X_O = -\frac{m}{8}(3g + 7a\omega^2) \\ Y_O = 0 \end{cases}$$

Atribua a seu colega uma nota na escala 0/5 a 5/5, correspondendo 1/5 a cada resposta obtida de forma inteiramente correta.