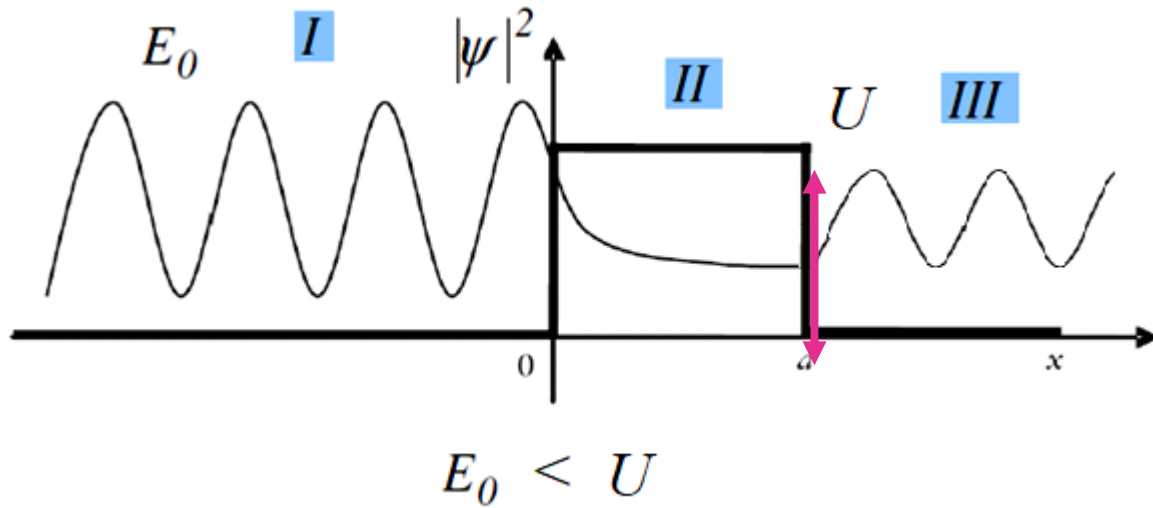


Efeito Josephson

Previsão

- Em 1962, Brian Josephson propôs que, além das partículas individuais, os pares de Cooper podem tunelar através de uma junção.
- Josephson previu que o tunelamento de pares pode ocorrer sem qualquer resistência, produzindo uma corrente contínua quando a tensão aplicada é zero e uma corrente alternada quando uma tensão CC é aplicada na junção. A probabilidade de ocorrer o tunelamento dos pares é $\sim$ igual ao tunelamento de elétrons individuais.

Tunelamento de elétrons



Resolva a equação de Schödinger nas regiões I, II e III:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

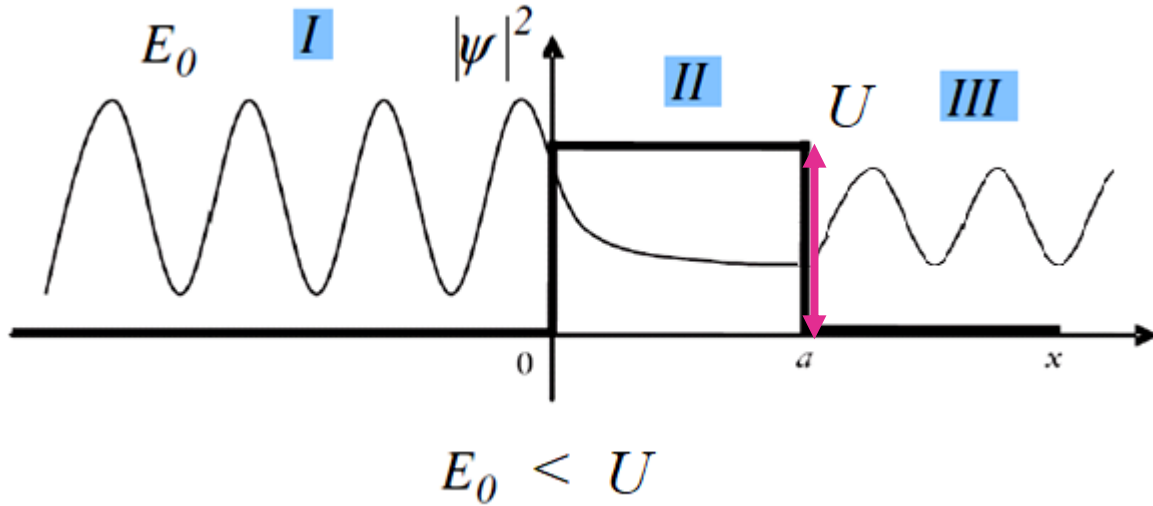
Sendo $E = E_0$ a energia do elétron e $U = \text{constante}$, é a altura da barreira.

Região I e III: $U(x) = 0 \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi(x)$

Região II: $U(x) = U \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = -(U - E)\psi(x)$

Com $\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$ e $\psi_{II}(a) = \psi_{III}(a) \rightarrow$ continuidade da função de onda

Tunelamento de elétrons



Sendo $E = E_0$ a energia do elétron e $U = \text{constante}$, é a altura da barreira.

Física Matemática!!!!!!

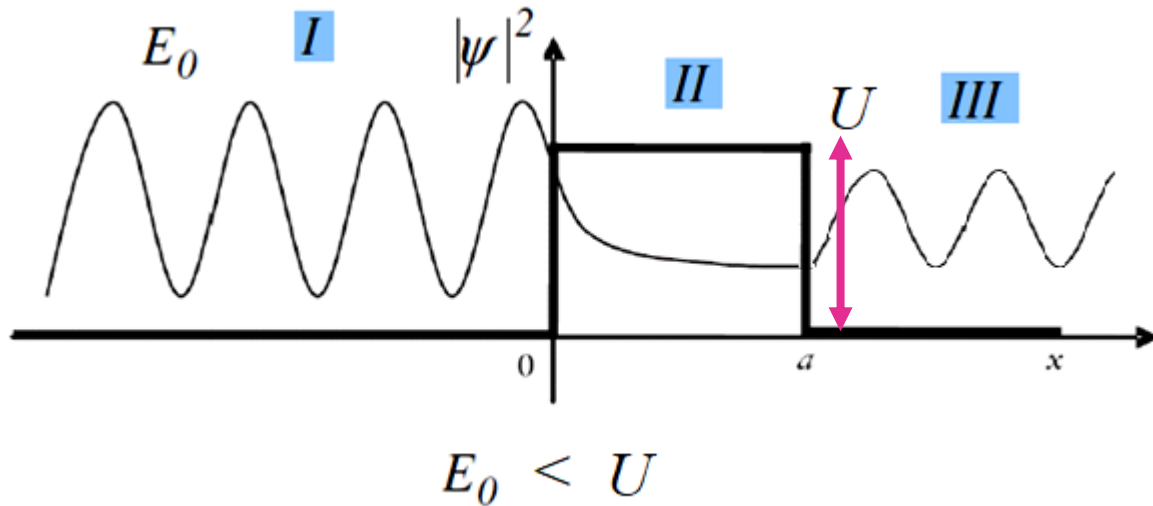
$$\text{Região I e III: } U(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E_0\psi(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\psi_{I,III}}{dx^2} + k^2\psi_{I,III} = 0$$

$$\text{Região II: } U(x) = U \quad \Rightarrow \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = -(U - E_0)\psi(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} - K^2\psi_{II} = 0$$

$$k = \sqrt{\frac{2m E_0}{\hbar^2}}$$

$$K = \sqrt{\frac{2m (U - E_0)}{\hbar^2}}$$

Tunelamento de elétrons



Em I e III:

$$\psi(x) = A.\text{sen}kx + B.\text{cos}kx$$

Em II:

$$\psi(x) = C.e^{Kx} + D.e^{-Kx}$$

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(0) \text{ e } \psi_{II}(a) = \psi_{III}(a)$$

Existe uma probabilidade não nula da partícula:

- Ser transmitida (T) através de II, chegando a III
- Ser refletida (R) na interface entre as regiões I e II

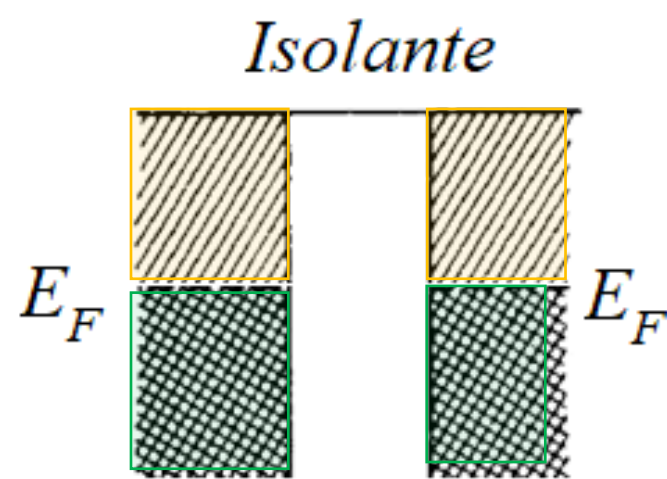
$$T+R=1$$

$$T = |\psi_{II}|^2 \approx e^{-2Ka}$$

$$K = \sqrt{\frac{2m(U - E_0)}{\hbar^2}}$$

O processo de tunelamento em termos de bandas

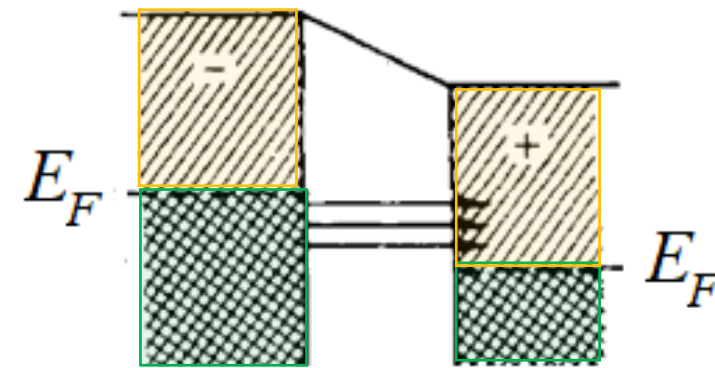
Considere primeiro o que acontece se duas placas feitas de um metal normal forem separadas por um espaço muito fino. (▨ = estados vazios; ▩ estados preenchidos)



$$V = 0$$

Tunelamento é completamente proibido pelo princípio de Pauli.

$$T = 0 \text{ K}$$



$$V > 0$$

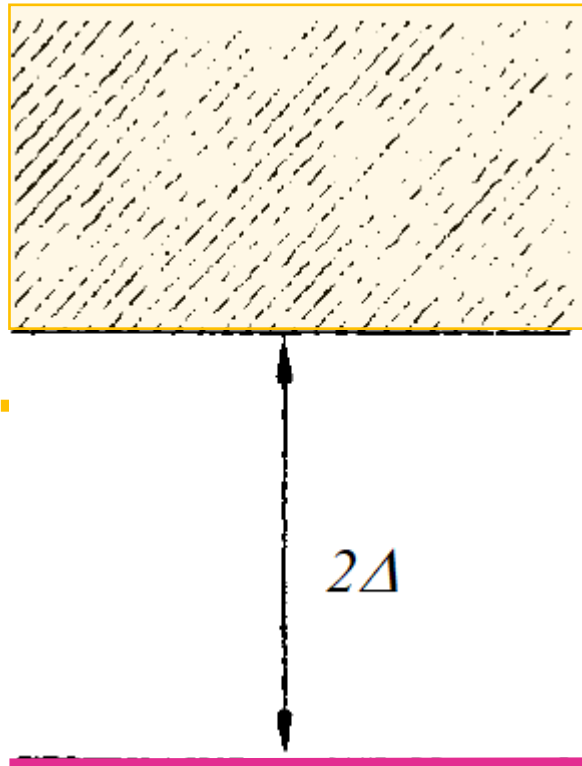
Energia devido a aplicação de ddp

$$E = qV$$

$$E = -eV$$

Se $V > 0$ for aplicada à placa da direita, os níveis de Fermi não mais coincidem, pois a energia do lado esquerdo aumenta e a do lado direito diminui. O tunelamento pode ocorrer conforme mostrado pelas setas.

Diagrama de energia para o estado supercondutor



Todos os pares têm a mesma energia porque são todos representados pela mesma função de onda e podemos, portanto, desenhar um único nível de energia

Estados excitados

Se um par é quebrado, os elétrons individuais irão ocupar os estados excitados, vai aumentar a energia do sistema

Estado condensado

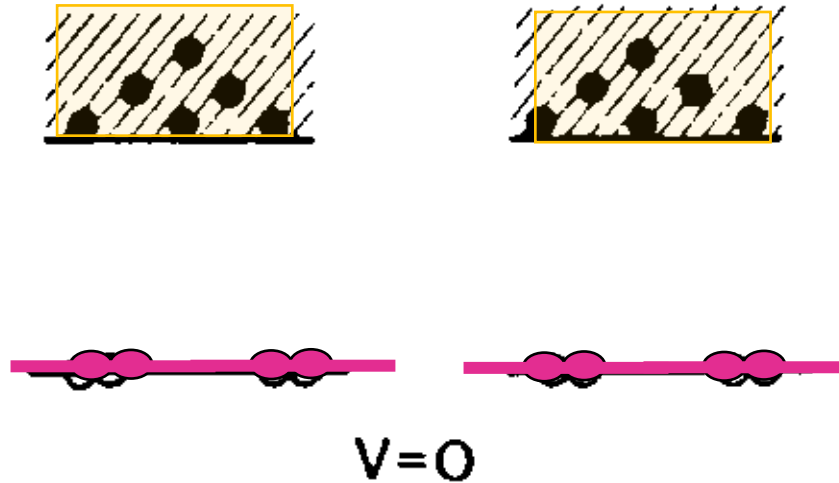
Com supercondutores, várias situações de tunelamento podem ser consideradas.

- 1) Ambos os eletrodos feitos do mesmo supercondutor,
- 2) Ou os eletrodos feitos de dois supercondutores diferentes.

Todas estas configurações têm características de corrente-tensão que são peculiares à combinação particular de metais envolvidos.

Tunelamento supercondutor – supercondutor (idênticos) em $T > 0K$

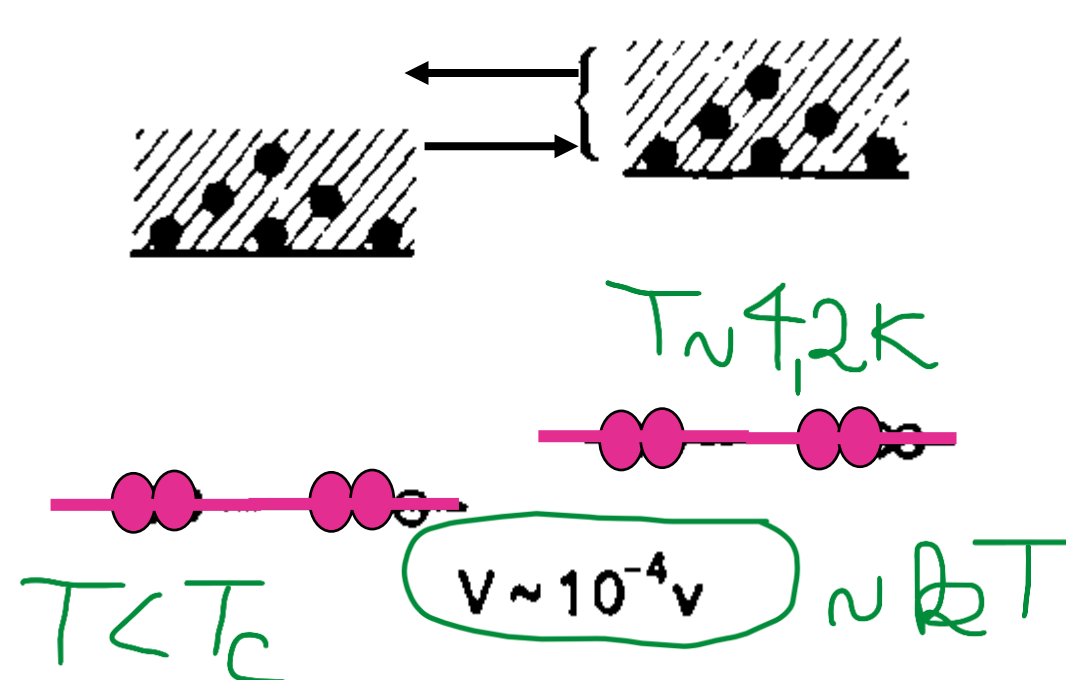
( estados vazios)



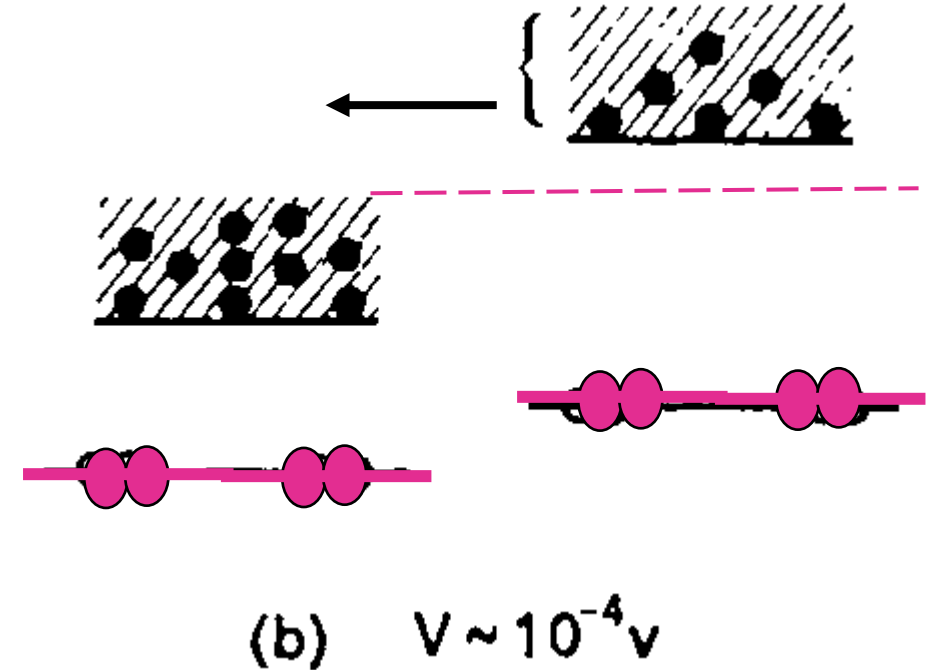
- ❖ $0 < T < T_c \rightarrow$ os estados de quase-partículas (elétrons individuais) estão parcialmente ocupados, ou seja, há estados vazios.
- ❖ Elétrons **individuais** podem tunelar em qualquer direção.

Mas como $V = 0$, a corrente devido ao tunelamento da esquerda para a direita será a mesma da direita para a esquerda, e não há nenhuma corrente líquida.

Tunelamento supercondutor – supercondutor (idênticos) em $T > 0K$

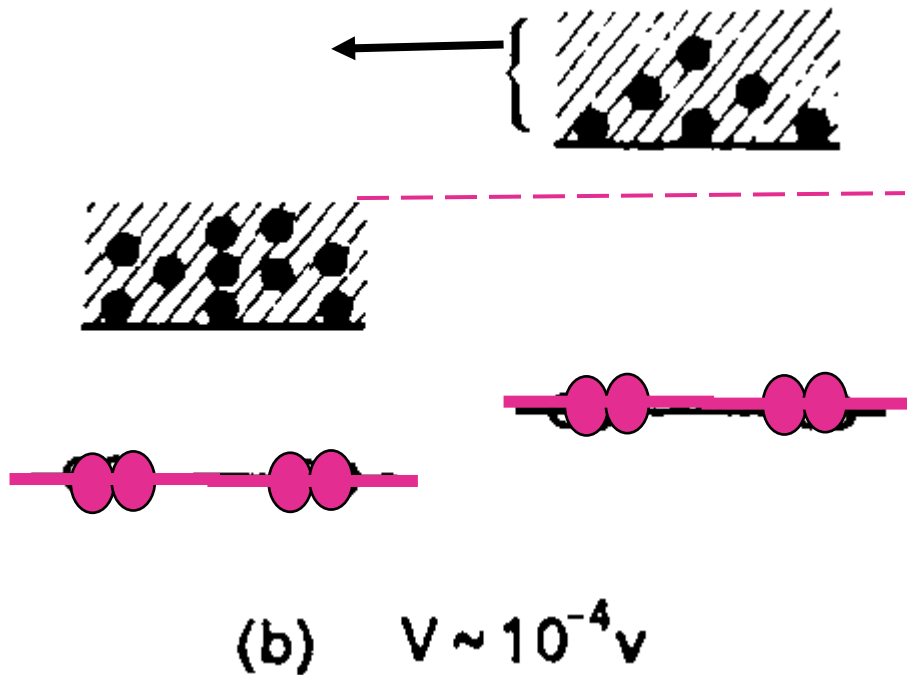


- ❖ Fluxo líquido de elétrons: direita $\rightarrow$ esquerda, porque elétrons individuais com energias mais baixas à esquerda.



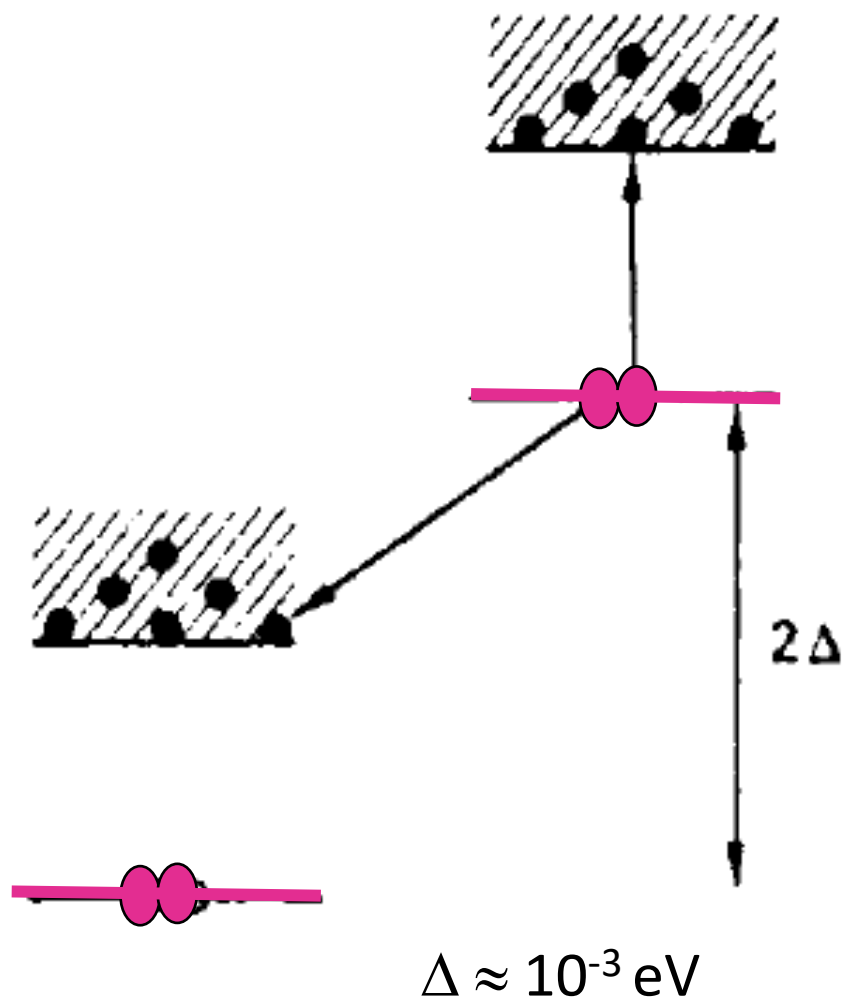
- ❖ A corrente aumenta com V até que os estados de elétrons individuais ocupados à esquerda estejam abaixo do fundo dos estados contínuos à direita. E os elétrons não podem mais tunelar para a direita.

Tunelamento supercondutor – supercondutor (idênticos) – cont.



- ❖ Os elétrons estarão todos dentro de cerca de kT do nível mais baixo, esse estágio é alcançado quando $eV \approx kT$ ou $V \approx 10^{-4} \text{ V}$.
- ❖ Se V aumentar ainda mais, a corrente permanecerá mais ou menos constante porque nenhum dos elétrons à esquerda podem tunelar, e os da direita, que podem tunelar, são em número constante.

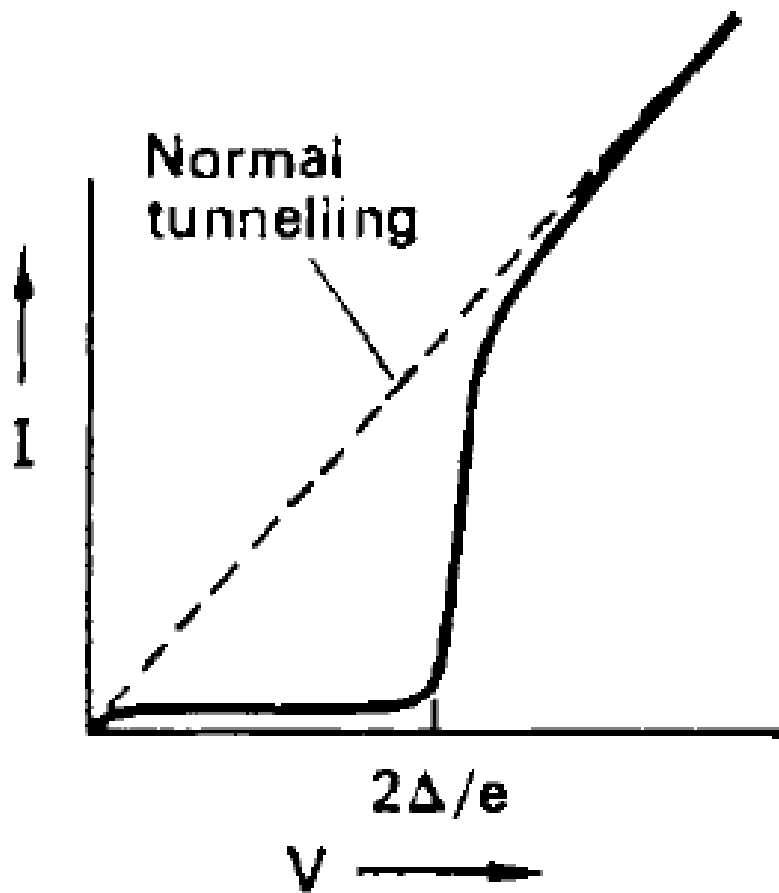
Tunelamento supercondutor – supercondutor (idênticos) – cont.



(c) $V = 2\Delta/e$ $V \approx 10^{-3} \text{ V}$

- Quando $V = 2\Delta/e$, torna-se possível, a divisão de um par de Cooper.
- Um dos elétrons tunela para o supercondutor do lado esquerdo de modo a ocupar o estado de elétron vazio de energia mais baixa. Este processo é acompanhado por uma perda de energia Δ .
- O segundo elétron, tendo perdido seu parceiro, é convertido em elétron individual e ocupa o estado excitado mais baixo à direita com ganho de energia Δ . Assim, a energia total antes das transições indicadas pelas setas ocorrerem sendo idêntica à energia total depois, e o processo é permitido.

Tunelamento supercondutor – supercondutor (idênticos) – cont.



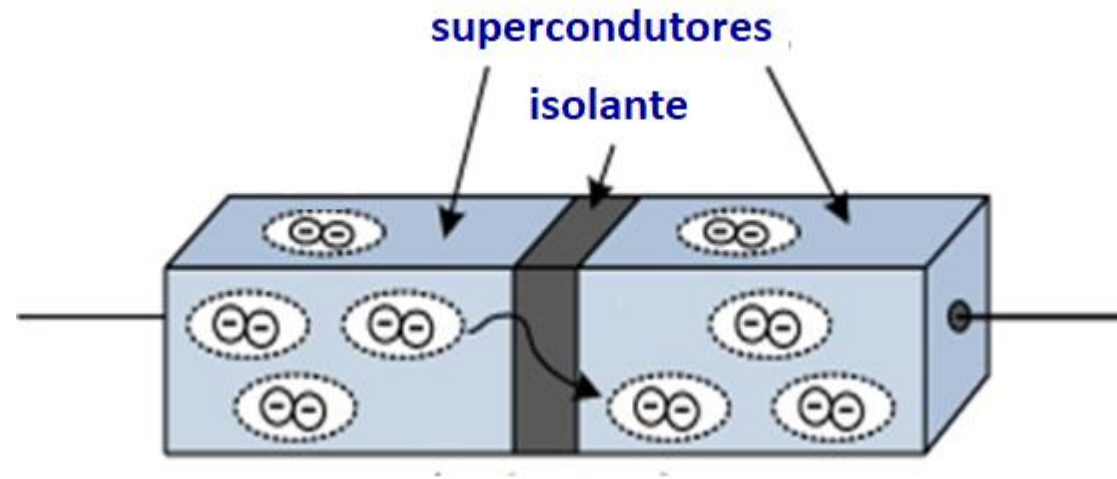
- Como resultado desse processo, elétrons extras enchem a banda de condução da direita e a corrente aumenta.
- Se V for aumentado além de $2\Delta/e$, um processo desse tipo continua a ser possível, exceto que os elétrons individuais não vão para os estados excitados mais baixos de cada lado. Existe agora um grande número de combinações de estados excitados que podem servir como estados finais, e a corrente de tunelamento aumenta intensamente.

Tunelamento supercondutor 1 – supercondutor 2

No caso de dois supercondutores diferentes, o tunelamento de pares é possível, desde que mantenham seu **momento de emparelhamento (valor de k)** após cruzarem o gap.

Esse tipo de tunelamento é conhecido como **tunelamento de Josephson**, e é possível porque o estado fundamental supercondutor pode conter muitos pares. Acontece somente para camadas isolantes excepcionalmente finas ($< 10^{-7}\text{m}$).

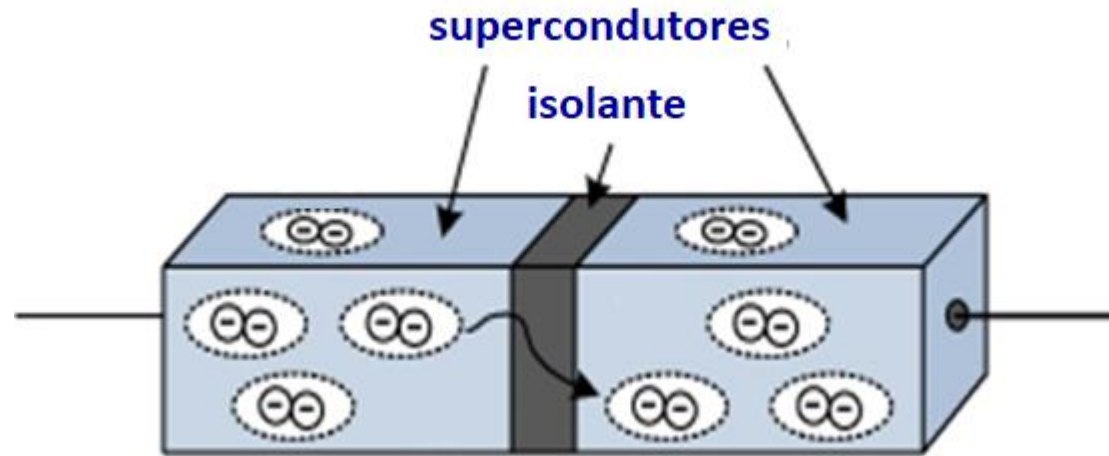
- Dois supercondutores diferentes separados por uma camada isolante muito fina.



- Surge uma **corrente elétrica na junção**.
- Efeito previsto em 1962 por Brian Josephson → junção Josephson.

Longo alcance da “super” onda

- A onda se estende além do supercondutor, ou seja, os **pares de elétrons** atravessam o isolante devido ao efeito quântico de **tunelamento**.

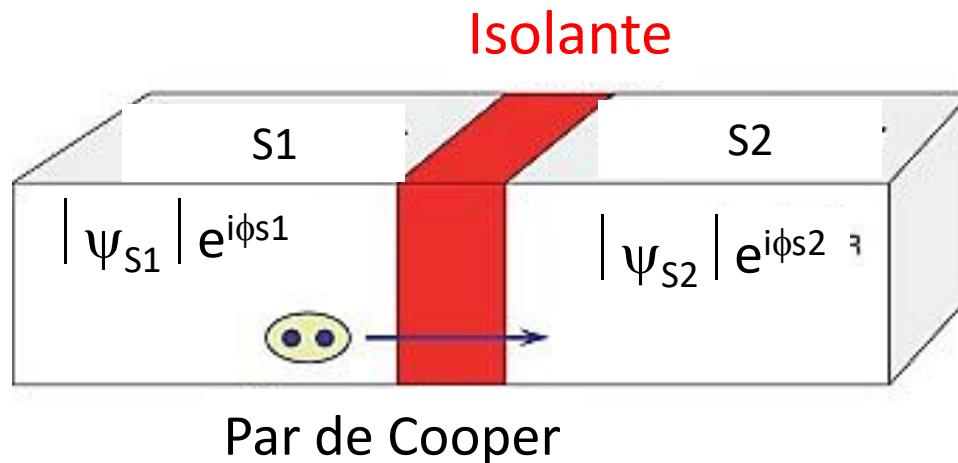


<http://postreh.com/vmichal/thesis/figures/figures.htm>

O estado quântico condensado macroscópico é descrito pela **função de onda** $|\psi|^2 e^{i\phi}$, sendo $|\psi|^2$ a **densidade de pares supercondutores** e ϕ é a **fase**.

Efeito Josephson DC

- Para $V = 0$, $I_{apl} = 0$ e $H_{apl} = 0$:
 - A fase ϕ é a mesma para todos os pares de Cooper em cada lado da junção, isto é, ϕ_{S1} no lado 1 e ϕ_{S2} no lado 2.
 - Mesmo assim aparece uma corrente contínua na junção



A **supercorrente** de tunelamento na junção para

$V = 0$, $I_{\text{apl}} = 0$ e $H_{\text{apl}} = 0$ é:

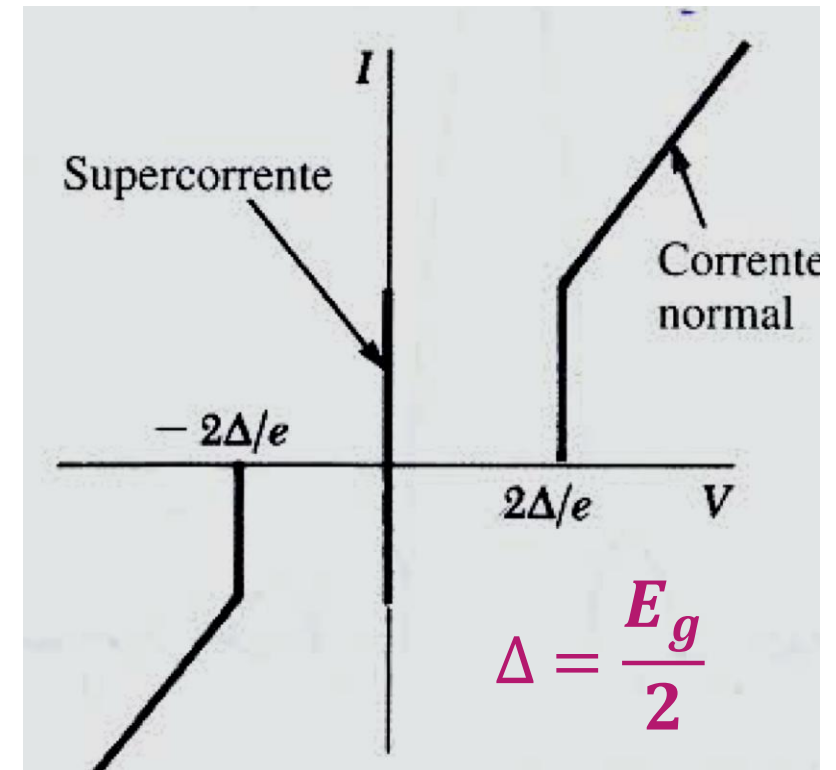
$$I_s = I_0 \sin \delta$$

➤ $I_0 = I_c$ = corrente crítica: $I_c = \phi_0 \cdot E_J / 2\pi$

➤ E_J é a energia de acoplamento da junção Josephson

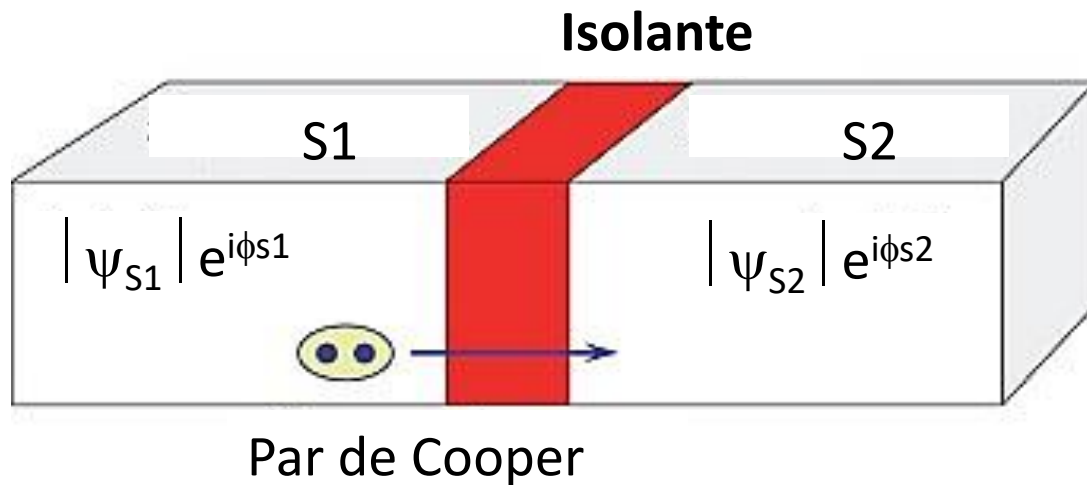
➤ $\delta = \phi_{s1} - \phi_{s2}$ é a diferença de fase entre os dois supercondutores na junção.

Efeito Josephson DC



Para $V > 0$ aparece uma corrente alternada na junção

A diferença de fase δ através da junção deve estar mudando com o tempo $\frac{d\delta}{dt} = \omega = 2\pi f$, e pode ser mostrado que uma tensão V é desenvolvida através dela, relacionada à taxa de mudança da diferença de fase por:



$$E = qV = (2e) \cdot V = hf = \frac{h2\pi f}{2\pi} = \hbar \frac{d\delta}{dt}$$

$$(2e) \cdot V = \frac{h}{2\pi} \frac{d\delta}{dt}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = 2\pi V / \phi_0 \quad \phi_0 = \frac{h}{2e}$$

$$f = \frac{V}{\phi_0}$$

Corrente Alternada

$$I = I_0 \operatorname{sen}(\delta + 2\pi f t)$$

$$\delta = \phi_{s1} - \phi_{s2}$$

$$f = \frac{V}{\phi_0}$$

$$\phi_0 = \frac{h}{2e}$$

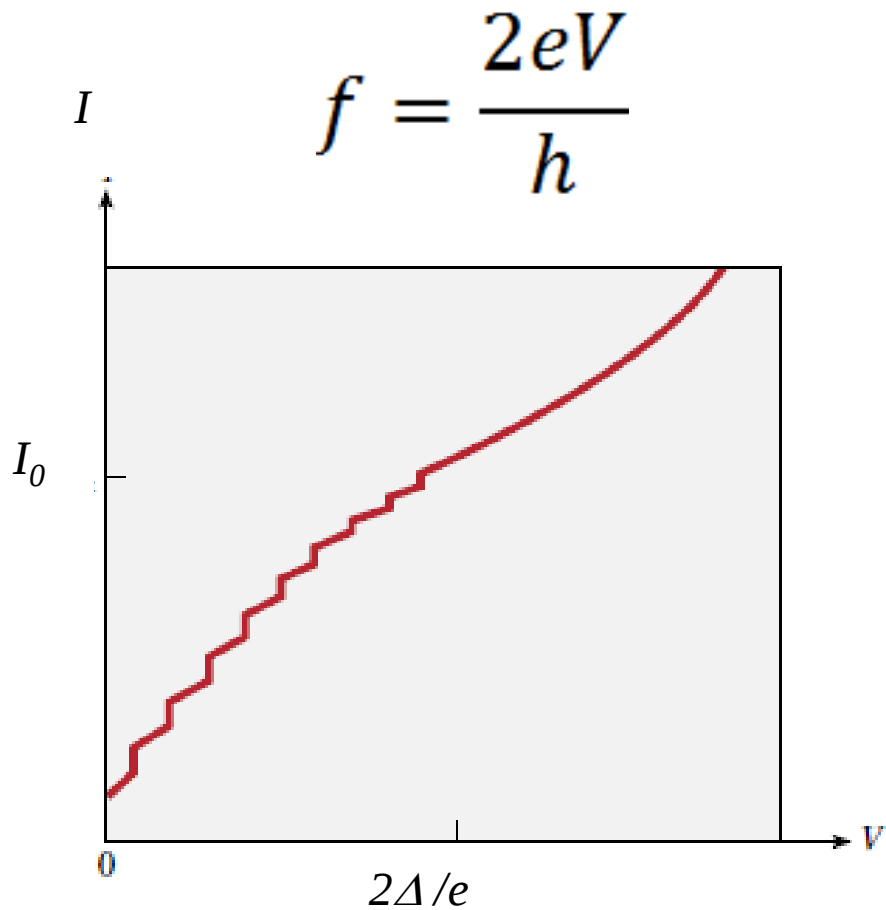
A frequência f

Não depende

- Dimensões
- T_c , H_{c2}

Depende

- Voltagem aplicada
- Carga do elétron e constante de Planck (quantum de fluxo ϕ_0)



- Devido ao fato dos dois lados da junção estarem em estados quânticos diferentes. Os pares que atravessam a junção sofrem transições de energia entre estes dois estados. **Ou seja, o processo é quantizado.**

$$f = V/\phi_0 = nf'$$

- Pode haver absorção ou emissão de energia.
- Quando um par de Cooper atravessa a junção, um fóton de frequência f é absorvido ou emitido pela junção

$$f = V/\phi_0$$

Para $V = 1 \mu V \rightarrow f = 483,6 \text{ MHz}$

- Quando um par de Cooper atravessa a junção, um fóton de frequência f' é absorvido ou emitido pela junção

1) Aplica-se uma voltagem DC detecta-se a absorção de fótons de frequência $f' \rightarrow f = n f'$

2) Irradia a junção $\rightarrow$ com radiação externa de frequência $f' \rightarrow$ absorção de números inteiros de $f' \rightarrow f = n f'$ (patamares).

$$f = V/\phi_0 = n f' \rightarrow V = n \phi_0 f'$$