

PTC3424 - Processamento Digital de Sinais

Aula 4: Alguns sinais especiais e suas propriedades

Prof. Marcio Eisencraft

EPUSP

Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle

Março 2025

1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

3 Conclusões

1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

3 Conclusões

Principais referências:

- Oppenheim, A. V.; Willsky, A. S. *Sinais e Sistemas*, 2ª edição, Pearson, 2010.
 - Capítulo 1.
- LATHI, B. P. *Sinais e sistemas lineares*. 2ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2007.
 - Capítulo 1.
- [Colab](#) para gerar as figuras da aula.

Outras fontes recomendadas:

- Documentações e tutoriais do [numpy](#).

1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

3 Conclusões

Sinais especiais: “blocos de construção”

- Estudaremos alguns sinais básicos que são blocos fundamentais para construção de sinais mais complicados:
 - Impulso unitário
 - Degrau unitário
 - Sequências exponenciais
 - Sequências senoidais
- Como veremos, são essenciais na análise e projeto de sistemas. Por isso é interessante definir notação específica e ver suas principais propriedades.

1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

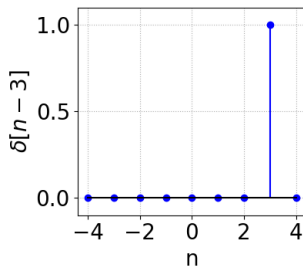
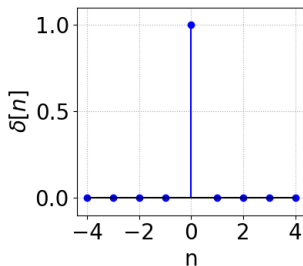
3 Conclusões

Impulso unitário

Definição

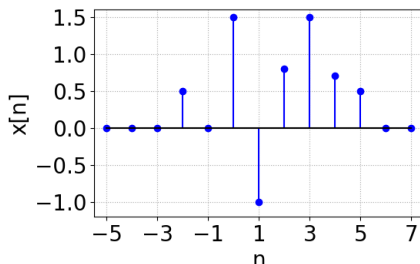
$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

```
def delta_n(k, n):  
    x = np.zeros_like(n)  
    x[n == k] = 1  
    return x
```



Propriedades de $\delta[n]$

- Utilizado como base para construir outros sinais: um sinal de tempo discreto arbitrário pode ser representado como uma soma ponderada de impulsos.
- Exemplo:



$$x[n] = 0.5\delta[n+2] + 1.5\delta[n] - \delta[n-1] + 0.8\delta[n-2] + 1.5\delta[n-3] + 0.7\delta[n-4] + 0.5\delta[n-5]$$

```
n = np.arange(-5, 8)
x = 0.5*delta_n(-2, n)+1.5*delta_n(0, n)-
delta_n(1, n) +0.8*delta_n(2, n)+1.5*delta_n(3, n)
+0.7*delta_n(4, n)+0.5*delta_n(5, n)
```

Exercícios (impulso)

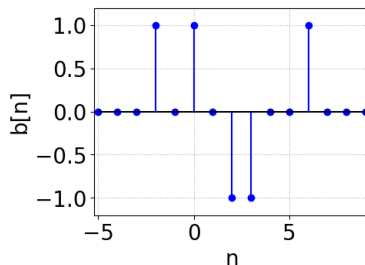
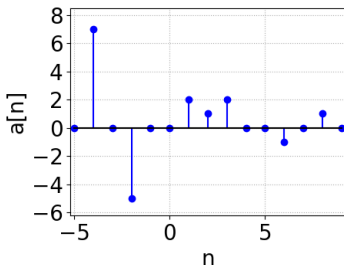
- Esboce os sinais:

① $x[n] = 2\delta[n]$

② $y[n] = 2\delta[n] + 3\delta[n-1] + 0.5\delta[n-2]$

③ $x[n] = \delta[n+1] - 0.25\delta[n] + 0.75\delta[n-2] + 1.2\delta[n-3]$

- Expresse os seguintes sinais como somas ponderadas de impulsos.



1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

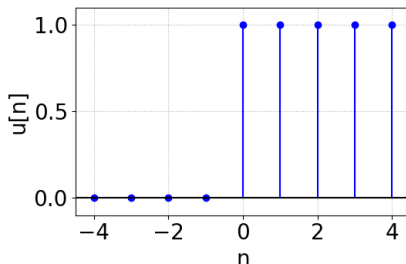
3 Conclusões

Degrau unitário

Definição

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

```
def degrau_n(k, n):  
    x = np.zeros_like(n)  
    x[n >= k] = 1.0  
    return x
```



Propriedades de $u[n]$

- Muito usado para “ligar” ou “desligar” partes de um sinal.
- Pulso unitário de duração L pode ser escrito como combinação de degraus:

$$x[n] = u[n] - u[n - L]$$

Exemplos

- 1 Esboce:

$$w[n] = u[n] - u[n - 3]$$

- 2 Reescrever usando degraus unitários:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 9 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

3 Conclusões

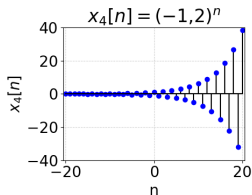
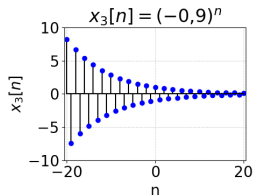
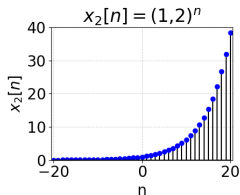
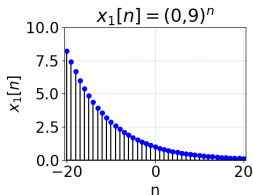
Exponenciais reais

- Forma geral:

$$x[n] = Br^n, \quad \text{com } B, r \in \mathbb{R}$$

- Características:

- Decrescente em módulo para $|r| < 1$ e crescente para $|r| > 1$.
- Alterna entre valores positivos e negativos para $r < 0$.



Exemplo

Calcule a energia e a potência do sinal $x[n] = (0,8)^n u[n]$ e verifique se ele é um sinal de energia ou de potência.

1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

3 Conclusões

Sinais senoidais

- Forma geral:

$$x[n] = A \cos(\omega n + \phi) \quad (1)$$

- Lembrando a condição de periodicidade: $\exists N \in \mathbb{N}^* / x[n + N] = x[n]$.
- Aplicando-se a condição a (1), obtém-se que $x[n]$ é periódico
 $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{N}^* /$

$$N = \frac{2\pi m}{\omega} \in \mathbb{N}^* \quad (2)$$

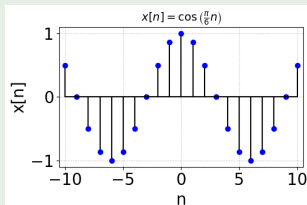
- Colocando de outra forma, $x[n]$ é periódico se e somente se sua frequência ω pode ser escrita como

$$\omega = 2\pi \frac{m}{N}, \text{ com } m, N \in \mathbb{N}^*$$

Sinais senoidais

Exemplo de sinal senoidal

$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{6}n\right)$. Qual o período?



Determine se os seguintes sinais de tempo discreto são periódicos. Se o forem, determine o seu período fundamental:

- a) $x[n] = 3 \cos\left(\frac{13}{20}\pi n + 45^\circ\right)$
- b) $x[n] = \cos(\sqrt{2}\pi n)$
- c) $x[n] = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{6}n\right)$
- d) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) u[n]$

1 Bibliografia

2 Alguns sinais especiais

- Sinal impulso unitário $\delta[n]$
- Sinal Degrau Unitário $u[n]$
- Sinais exponenciais reais
- Sinais senoidais

3 Conclusões

Conclusão da Aula

- Apresentadas sinais básicas importantes.
- Impulso e degrau são importantes em caracterização de sistemas discretos.
- Exponenciais e senoidais são fundamentais na análise de sistemas lineares e invariantes no tempo, como veremos.