

PTC3424 - Processamento Digital de Sinais

Aula 2: Transformações em sinais de tempo discreto

Prof. Marcio Eisencraft

EPUSP

Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle

Março 2025

Sumário

- 1 Bibliografia
- 2 Sinais de Tempo Discreto
- 3 Operações com Sinais
- 4 Exercícios

- 1 Bibliografia
- 2 Sinais de Tempo Discreto
- 3 Operações com Sinais
- 4 Exercícios

Principais referências:

- Oppenheim, A. V.; Willsky, A. S. *Sinais e Sistemas*, 2ª edição, Pearson, 2010.
 - Capítulo 1.
- LATHI, B. P. *Sinais e sistemas lineares*. 2ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2007.
 - Capítulo 1.
- [Colab](#) para gerar as figuras da aula.

Outras fontes recomendadas:

- Documentações e tutoriais do [numpy](#).
- Documentações e tutoriais do [Simulink](#) do Matlab.

Sumário

- 1 Bibliografia
- 2 Sinais de Tempo Discreto
- 3 Operações com Sinais
- 4 Exercícios

Definição de Sinais de Tempo Discreto

- Um sinal de tempo discreto está definido apenas em instantes isolados de tempo.
- É descrito por uma **sequência de números**.
- É representado pela notação $x[n]$ em que n só está definido para números inteiros.
- Cada valor $x[n]$ é chamado de **amostra**.

Exemplos de Sinais de Tempo Discreto

❶ $x[n] = n^2$ para $-6 \leq n \leq 6$.

- São 13 amostras.
- É equivalente a escrever

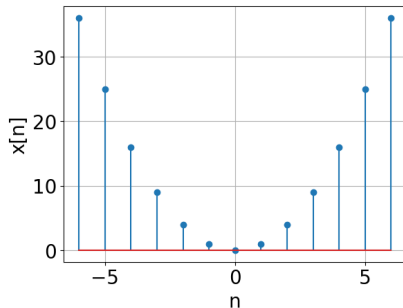
$$x[n] = \{36, 25, 16, 9, 4, 1, 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36\}, \quad -6 \leq n \leq 6.$$

ou

$$x[n] = \{36, 25, 16, 9, 4, 1, \underset{\uparrow}{0}, 1, 4, 9, 16, 25, 36\}.$$

- É equivalente ao gráfico

```
n = np.arange(-6, 7)
x = n**2
plt.stem(n, x)
plt.grid()
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('x(n)')
```



Exemplos de Sinais de Tempo Discreto

2 $y[n] = 0.9^n$ para $n \geq 0$.

- São infinitas amostras. Note que um sinal pode ter uma duração (ou comprimento) finita ou infinita
- É equivalente a escrever

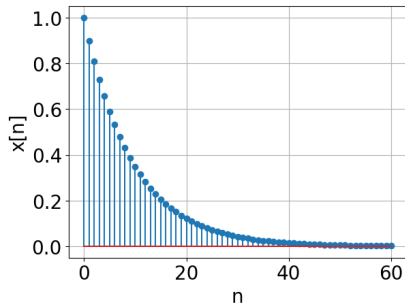
$$x[n] = \{1, 0.9, 0.81, 0.729, 0.6561, \dots\}, n \geq 0.$$

ou

$$x[n] = \{ \underset{\uparrow}{0}, 0.9, 0.81, 0.729, 0.6561, \dots \}.$$

- Gráfico das 61 primeiras amostras

```
n = np.arange(0, 61)
x = (0.9)**n
plt.stem(n,x)
plt.grid()
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('x[n]')
```



Suporte dos sinais

- Sinais Pode ter comprimento finito ou infinito.
- Um sinal de comprimento finito definido no intervalo

$$N_1 \leq n \leq N_2$$

tem *comprimento* ou *duração* dado por:

$$N = N_2 - N_1 + 1.$$

- Dentre as sequências de comprimento infinito, destacamos as sequências chamadas *causais*, não nulas apenas para $n \geq 0$, e as sequências *anticausais*, definidas para $n < 0$. Por exemplo, a sequência do Exemplo 2 anterior é causal.
- Quando não deixarmos explícito o intervalo em que um sinal está definido, consideramos $n \in \mathbb{Z}$.

Exercício - Faça gráficos dos seguintes sinais manualmente e no Python

(a)

$$x[n] = e^{0.25|n|}$$

(b)

$$x[n] = \begin{cases} n-1, & n < 3, \\ -3, & 3 \leq n < 6, \\ 5 - \frac{n}{3}, & n \geq 6. \end{cases}$$

(c)

$$x[n] = \frac{n+1}{n^2+1}$$

(d)

$$x[n] = \begin{cases} n^2 - 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

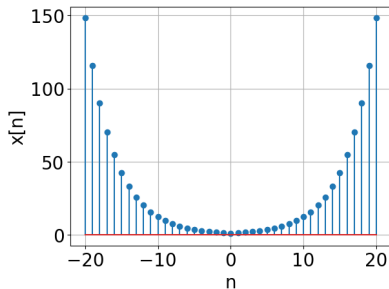
(e)

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{1+n}, & n \geq 0, \\ \frac{1}{1-n}, & n < 0. \end{cases}$$

Exercício - Resposta parcial. Faça os outros!

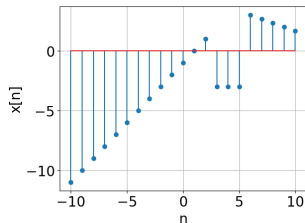
(a)

```
n= np.arange(-20,21)
x = np.exp(0.25*np.abs(n))
plt.stem(n,x)
plt.grid()
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('x[n]')
```



(b)

```
n= np.arange(-10,11)
x = np.zeros(n.shape)
x[n<3] = n[n<3]-1
x[(n>=3) & (n<6)] = -3
x[n>=6] = 5-n[n>=6]/3
plt.stem(n,x)
plt.grid()
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('x[n]')
```

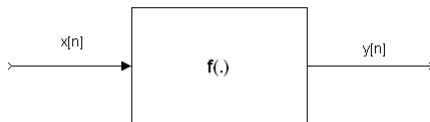


Sumário

- 1 Bibliografia
- 2 Sinais de Tempo Discreto
- 3 Operações com Sinais
- 4 Exercícios

Sistemas de tempo discreto

- **Sistemas de tempo discreto:** entidades que transformam um ou mais sinais de entrada em uma ou mais sequências de saída.
- Representação esquemática para o caso SISO:



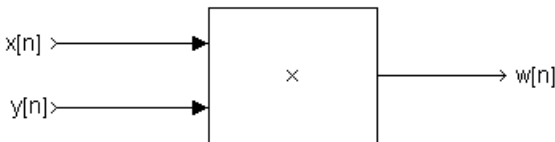
- Conceito de sistemas é um dos mais importantes nos cursos de Engenharia e é explorado em várias disciplinas.
- Muitos sistemas de tempo discreto de interesse podem ser decompostos em um conjunto de operações básicas entre sinais que são estudadas a seguir.

Produto

- A operação **produto** de dois sinais $x[n]$ e $y[n]$ definidos no mesmo intervalo, consiste em multiplicar, para cada valor de n as amostras de $x[n]$ e $y[n]$.
- Símbolo:

$$w_1[n] = x[n] \cdot y[n]$$

- Representação em diagrama:



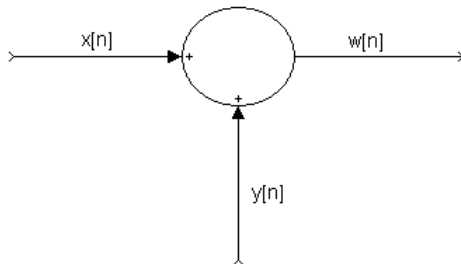
- Esta operação também chamada de **modulação** na área de Telecomunicações.

Soma

- A operação **soma** de dois sinais $x[n]$ e $y[n]$ definidos no mesmo intervalo, consiste em somar, para cada valor de n as amostras de $x[n]$ e $y[n]$.
- Símbolo:

$$w_2[n] = x[n] + y[n]$$

- Representação em diagrama:



- Este bloco é comumente chamado de **somador**.

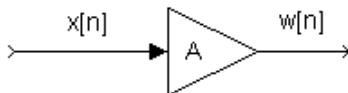
Multiplicação por escalar

- Nesta operação, um novo sinal é gerado multiplicando-se cada amostra da sequência $x[n]$ pelo escalar A .

- Símbolo:

$$w_3[n] = Ax[n]$$

- Representação em diagrama:



- Este bloco é comumente chamado de **ganho**.

Exercício - Operações com Sinais

Sejam 3 sequências de comprimento 7 definidas para $-3 \leq n \leq 3$:

$$x[n] = \{3, -2, 0, 1, 4, 5, 2\}, \quad y[n] = \{0, 7, 1, -3, 4, 9, -2\},$$

$$w[n] = \{-5, 4, 3, 6, -5, 0, 1\}.$$

Determine:

$$(a) \quad u[n] = x[n] + y[n],$$

$$(b) \quad v[n] = w[n] + x[n],$$

$$(c) \quad s[n] = w[n] - y[n],$$

$$(d) \quad r[n] = 4.5 y[n].$$

Exercício - Resposta parcial. Faça os outros!

(a)

```
x = np.array([3,-2,0,1,4,5,2])  
y = np.array([0,7,1,-3,4,9,-2])  
u = x+y  
print("u = ",u)
```

```
u = [ 3  5  1 -2  8 14  0]
```

(d)

```
# item d  
r = 4.5*y  
print("r = ",r)
```

```
r = [ 0.   31.5  4.5 -13.5 18.   40.5 -9. ]
```

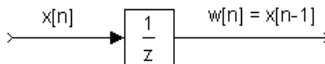
Deslocamento no tempo

- A última operação de que trataremos por enquanto é o **deslocamento no tempo**. A relação entre a saída e a entrada nesta operação é

$$w_4[n] = x[n - N]$$

em que N é um inteiro.

- Se $N > 0$ esta é uma operação de **atraso** e se $N < 0$ esta é uma operação de **avanço**.
- Um caso de particular importância é o **atraso unitário** ($N = 1$) cuja representação em diagrama é:



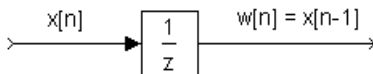
- A motivação para este símbolo misterioso ficará clara quando estudarmos as Transformadas z .

Sumário

- 1 Bibliografia
- 2 Sinais de Tempo Discreto
- 3 Operações com Sinais
- 4 Exercícios

Exercício - Atraso

Um sinal de tempo discreto $x[n]$, definido para todo n inteiro é dado por $x[n] = 2n + 1$. Ele é passado por um atrasador, obtendo-se o sinal $w[n] = x[n - 1]$.



Descreva as amostras para $0 \leq n \leq 10$ dos sinais $x[n]$ e $w[n]$ e escreva uma fórmula fechada para as amostras do sinal $w[n]$.

Exemplos simples - Sistemas de tempo discreto

- 1 Desenhe um diagrama de blocos para:

$$y[n] = x[n] + 0.5x[n-1] + 0.75x[n-2].$$

- 2 Escreva uma formula para o sinal $y[n]$ obtido do filtro mostrado em diagrama de blocos na figura a seguir.

