

**PME 3100 – MECÂNICA I – Atividade remota E6 – Reoferecimento 2024**

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada *individualmente*.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler as [regras para a realização das atividades remotas](#).

Enunciado

Uma partícula tem seu vetor posição em um dado sistema de coordenadas descrito pela expressão:

$$\vec{r}(t) = t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j} + 2t \vec{k}$$

com $\vec{r}(t)$ sendo medido em *metros* (m) e t em *segundos* (s). Para o instante de tempo $t = 1$ s pede-se (indicar as unidades de medida em todas as respostas dimensionais):

- (15) determinar a posição $\vec{r}$, a velocidade $\vec{v}$ e a aceleração $\vec{a}$ da partícula;
- (15) expressar, em termos de suas componentes na base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dada, os respectivos versores tangente $\vec{t}$, normal $\vec{n}$ e binormal $\vec{b}$.
- (14) determinar as componentes intrínsecas do vetor aceleração $\vec{a}$;
- (6) determinar o raio de curvatura local ρ .

Resolução comentada

- a) As expressões dos vetores velocidade e aceleração em função do tempo são:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= 3t^2 \vec{i} + 6t \vec{j} + 2 \vec{k} \\ \vec{a}(t) &= 6t \vec{i} + 6 \vec{j}\end{aligned}$$

Em particular, para o instante de tempo $t = 1$ s:

$$\vec{r} = (1 \vec{i} + 3 \vec{j} + 2 \vec{k}) \text{ m}$$

$$\vec{v} = (3 \vec{i} + 6 \vec{j} + 2 \vec{k}) \text{ m/s}$$

$$\vec{a} = (6 \vec{i} + 6 \vec{j}) \text{ m/s}^2$$

Adote uma nota na escala 0/3 a 3/3 para a resolução do seu colega, atribuindo 1/3 a cada resposta correta deste item. Uma resposta somente pode ser considerada correta se tiver com a respectiva unidade de medida indicada corretamente.

- b) Versor tangente:

$$\vec{t} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{(3 \vec{i} + 6 \vec{j} + 2 \vec{k})}{\sqrt{3^2 + 6^2 + 2^2}} \Rightarrow \vec{t} = \frac{3 \vec{i} + 6 \vec{j} + 2 \vec{k}}{7}$$

Note ainda que:

$$\vec{v} \wedge \vec{a} = (3 \vec{i} + 6 \vec{j} + 2 \vec{k}) \wedge (6 \vec{i} + 6 \vec{j}) = (-12 \vec{i} + 12 \vec{j} - 18 \vec{k}) \text{ m}^2/\text{s}^3$$

Assim, obtém-se a expressão do versor binormal como:

$$\vec{b} = \frac{\vec{v} \wedge \vec{a}}{|\vec{v} \wedge \vec{a}|} = \frac{6(-2 \vec{i} + 2 \vec{j} - 3 \vec{k})}{6\sqrt{(-2)^2 + (2)^2 + (-3)^2}} \Rightarrow \vec{b} = \frac{-2 \vec{i} + 2 \vec{j} - 3 \vec{k}}{\sqrt{17}}$$



Finalmente, obtém-se o versor normal como:

$$\vec{n} = \vec{b} \wedge \vec{t} = \frac{-2\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}}{\sqrt{17}} \wedge \frac{3\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}}{7} \Rightarrow \boxed{\vec{n} = \frac{22\vec{i} - 5\vec{j} - 18\vec{k}}{7\sqrt{17}}}$$

Adote uma nota na escala 0/3 a 3/3 para a resolução do seu colega, atribuindo 1/3 a cada resposta correta deste item. Note que, neste item, todas as respostas são adimensionais.

c) Componente tangente:

$$a_t = \vec{a} \cdot \vec{t} = (6\vec{i} + 6\vec{j}) \cdot \frac{3\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}}{7} \Rightarrow \boxed{a_t = \frac{54}{7} \text{ m/s}^2}$$

Componente normal:

$$a_n = \vec{a} \cdot \vec{n} = (6\vec{i} + 6\vec{j}) \cdot \frac{22\vec{i} - 5\vec{j} - 18\vec{k}}{7\sqrt{17}} \Rightarrow \boxed{a_n = \frac{102}{7\sqrt{17}} \text{ m/s}^2 = \frac{6\sqrt{17}}{7} \text{ m/s}^2}$$

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 1/2 a cada resposta correta deste item. Uma resposta somente pode ser considerada correta se tiver com a respectiva unidade de medida indicada corretamente.

d) Raio de curvatura:

$$a_n = \frac{|\vec{v}|^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{|\vec{v}|^2}{a_n} = \frac{49}{\frac{6\sqrt{17}}{7}} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{343}{6\sqrt{17}} \text{ m} = \frac{343}{102} \sqrt{17} \text{ m}}$$

Atribua nota na escala 0/1 a 1/1, correspondendo 1/1 a uma solução correta (com unidade de medida corretamente indicada).