

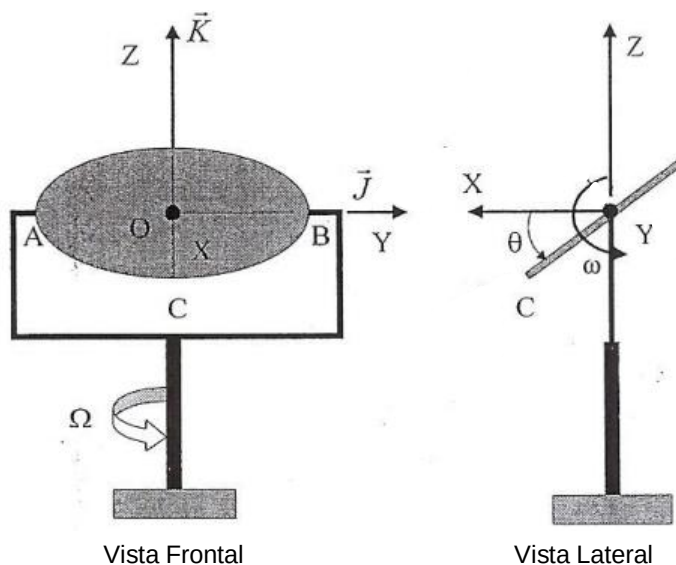


PME 3100 – MECÂNICA I – Reoferecimento 2024 – Atividade E5

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada *individualmente*.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler as [regras para a realização das atividades remotas](#).

Enunciado

O sistema mostrado na figura é composto por um disco homogêneo, de raio R , que gira em torno do eixo AB do garfo ABC, com velocidade angular $\vec{\omega} = \omega \vec{J}$ constante. O garfo ABC está preso a um eixo vertical que gira com velocidade angular $\vec{\Omega} = \Omega \vec{K}$, constante. Utilizando o sistema de coordenadas OXYZ, de versores $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$, solidário ao garfo ABC (referencial móvel), determine para o instante ilustrado na figura em função do ângulo θ :



- (6 ponto) a velocidade relativa ($\vec{v}_{C,rel}$) do ponto C na extremidade do disco;
- (8 ponto) as velocidades de arrastamento ($\vec{v}_{C,arr}$) e absoluta ($\vec{v}_{C,abs}$) do ponto C na extremidade do disco;
- (6 ponto) a aceleração relativa ($\vec{a}_{C,rel}$) do ponto C na extremidade do disco;
- (6 ponto) a aceleração de arrastamento ($\vec{a}_{C,arr}$) do ponto C na extremidade do disco;
- (10 ponto) a aceleração absoluta ($\vec{a}_{C,abs}$) do ponto C na extremidade do disco;
- (6 ponto) a velocidade angular absoluta ($\vec{\omega}_{abs}$) do disco;
- (8 ponto) a aceleração angular absoluta ($\vec{\alpha}_{abs}$) do disco.



Resolução comentada

Regra geral de correção válida igualmente para cada um dos item (a-g):

Atribua uma nota na escala 0/2, 1/2 ou 2/2 para a solução de seu colega respeitando o critério estabelecido a seguir:

2/2: solução sem nenhum erro;

1/2: solução com expressões escritas corretamente e erro apenas em cálculo;

0/2: demais casos.

(a-b) Considerando a composição de velocidades e admitindo o garfo ABC como referencial móvel, tem-se:

$$\vec{v}_{C,abs} = \vec{v}_{C,rel} + \vec{v}_{C,arr}$$

onde

$$\vec{v}_{C,rel} = \vec{v}_{O,rel} + \vec{\omega}_{rel} \wedge (C - O) = \omega \vec{j} \wedge R(\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{k}), \quad \vec{v}_{O,rel} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{C,rel} = -\omega R(\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{k})}$$

$$\vec{v}_{P,arr} = \vec{v}_{O,arr} + \vec{\omega}_{arr} \wedge (C - O) = \Omega \vec{k} \wedge R(\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{k}), \quad \vec{v}_{O,arr} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{C,arr} = \Omega R \cos \theta \vec{j}}$$

Finalmente, a velocidade absoluta do ponto C do disco é dada por:

$$\boxed{\vec{v}_{C,abs} = -\omega R(\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{k}) + \Omega R \cos \theta \vec{j}}$$

(c-e) Analogamente, considerando a composição de acelerações e admitindo o garfo ABC como referencial móvel, tem-se:

$$\vec{a}_{C,abs} = \vec{a}_{C,rel} + \vec{a}_{C,arr} + \vec{a}_{C,Cor}$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{a}_{C,rel} &= \vec{a}_{O,rel} + \vec{\alpha}_{rel} \wedge (C - O) + \vec{\omega}_{rel} \wedge [\vec{\omega}_{rel} \wedge (C - O)], \quad \vec{a}_{O,rel} = \vec{0}, \quad \vec{\alpha}_{rel} = \vec{0} \\ &= \omega \vec{j} \wedge [\omega \vec{j} \wedge R(\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{k})] \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{C,rel} = \omega^2 R(-\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{k})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_{C,arr} &= \vec{a}_{O,arr} + \vec{\alpha}_{arr} \wedge (C - O) + \vec{\omega}_{arr} \wedge [\vec{\omega}_{arr} \wedge (C - O)], \quad \vec{a}_{O,arr} = \vec{0}, \quad \vec{\alpha}_{arr} = \vec{0} \\ &= \Omega \vec{k} \wedge [\Omega \vec{j} \wedge R(\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{k})] \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{C,arr} = -\Omega^2 R \cos \theta \vec{i}} \end{aligned}$$

$$\vec{a}_{C,Cor} = 2\vec{\omega}_{arr} \wedge \vec{v}_{C,rel} = 2\Omega \vec{k} \wedge -\omega R(\cos \theta \vec{k} + \sin \theta \vec{i}) \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{C,Cor} = -2\omega \Omega R \sin \theta \vec{j}}$$



Finalmente, a aceleração absoluta do ponto C do disco é dada por:

$$\vec{a}_{C, \text{abs}} = -(\omega^2 + \Omega^2)R \cos \theta \vec{I} - 2\omega\Omega R \sin \theta \vec{J} + \omega^2 R \sin \theta \vec{K}$$

f) A velocidade angular absoluta do disco é dada por:

$$\vec{\omega}_{\text{abs}} = \vec{\omega}_{\text{rel}} + \vec{\omega}_{\text{arr}} \Rightarrow \vec{\omega}_{\text{abs}} = \omega \vec{J} + \Omega \vec{K}$$

g) A aceleração angular absoluta do disco é dada por:

$$\vec{\alpha}_{\text{abs}} = \vec{\alpha}_{\text{rel}} + \vec{\alpha}_{\text{arr}} + \vec{\omega}_{\text{arr}} \wedge \vec{\omega}_{\text{rel}} \Rightarrow \vec{\alpha}_{\text{abs}} = -\omega\Omega \vec{I}$$