

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

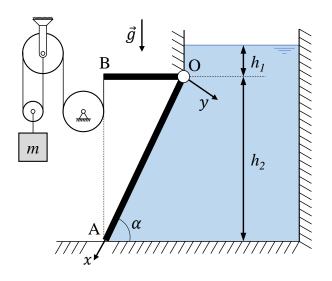
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA I – Reoferecimento 2024 – Atividade Remota E3

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada *individualmente*.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler as regras para a realização das atividades remotas.

Enunciado

A figura mostra a seção transversal de um reservatório, de largura L (ortogonal ao plano da figura), projetado para armazenar um fluido ideal de densidade ρ , constante. O fluido é mantido no reservatório por meio da comporta rígida AOB, de peso desprezível, articulada em O e apoiada no solo em A, sem atrito. A altura máxima de fluido que pode ser armazenado no reservatório é controlada por um contrapeso, de massa m, conectado à extremidade B da comporta por meio de um fio ideal acoplado a um sistema de polias. Em B, o fio permanece ortogonal à parte superior horizontal da comporta. Admitindo que as polias possuem peso desprezível, que não há escorregamento entre o fio e as polias, e sendo g a aceleração da gravidade, pedem-se:



- **a)** (8) construir o diagrama de forças hidrostáticas atuantes sobre a superfície AO;
- b) (8) determinar a resultante R do sistema de forças hidrostáticas considerado no item (a);
- c) (5) determinar a abscissa x_p do centro de pressões do sistema de forças hidrostáticas considerado no item (a) no sistema de coordenadas Oxy fornecido na figura;
- d) (8) desenhar o diagrama de corpo livre da comporta AOB;
- e) (5) determinar o esforço atuante no ponto de apoio A;
- f) (8) determinar os esforços reativos na articulação O;
- g) (8) determinar o valor mínimo da massa do contrapeso necessária para manter o sistema em equilíbrio estático.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução Comentada

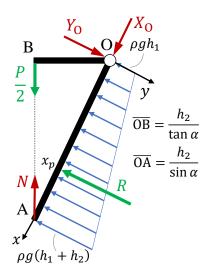
a) Veja figura ao lado.

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 2/2 se o diagrama estiver inteiramente correto ou 1/2 se houver apenas um erro. Em caso de mais de um erro, atribuir nota 0/2.

b) A resultante do sistema de forças hidrostáticas corresponde ao volume do prisma de pressões:

$$R = \frac{\left[\rho g(h_1 + h_2) + \rho g h_1\right]}{2} \times \frac{h_2}{\sin \alpha} \times L \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{\rho g h_2 (2h_1 + h_2) L}{2 \sin \alpha}}$$

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 2/2 se a solução estiver inteiramente correta ou 1/2 se houver algum erro de cálculo (que não seja dimensional) e o raciocínio estiver desenvolvido de forma correta. Em caso de erros de qualquer outra natureza, atribuir nota 0/2.



c) A abscissa do centro de pressões do sistema de forças hidrostáticas é calculada considerando a composição geométrica (trapézio = retângulo + triângulo) do diagrama de pressões:

$$x_p = \frac{A_{\text{ret}} x_{p_{\text{ret}}} + A_{\text{tri}} x_{p_{\text{tri}}}}{A_{\text{ret}} + A_{\text{tri}}} \quad \Rightarrow \quad x_p = \frac{\left(\frac{\rho g h_1 h_2}{\sin \alpha} \frac{h_2}{2 \sin \alpha}\right) + \left(\frac{\rho g h_2^2}{2 \sin \alpha} \frac{2h_2}{3 \sin \alpha}\right)}{\left(\frac{\rho g h_1 h_2}{\sin \alpha}\right) + \left(\frac{\rho g h_2^2}{2 \sin \alpha}\right)} \quad \Rightarrow \quad x_p = \frac{h_2 (3h_1 + 2h_2)}{3 \sin \alpha (2h_1 + h_2)}$$

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 2/2 se a solução estiver inteiramente correta ou 1/2 se houver algum erro de cálculo (que não seja dimensional) e o raciocínio estiver desenvolvido de forma correta. Em caso de erros de qualquer outra natureza, atribuir nota 0/2.

d) Veja figura acima.

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 2/2 se o diagrama estiver inteiramente correto ou 1/2 se houver apenas um erro. Em caso de mais de um erro, atribuir nota 0/2.

e) Considerando o equilíbrio de momentos da comporta com respeito ao polo O, tem-se:

$$\vec{M}_{O} = \vec{0}$$
 \Rightarrow $M_{Oz} = 0$ \Rightarrow $\frac{P}{2} \frac{h_2}{\tan \alpha} - N \frac{h_2}{\tan \alpha} - Rx_p = 0$ \Rightarrow $N = \frac{P}{2} - \frac{Rx_p \tan \alpha}{h_2}$

Substituindo as expressões de R e x_p obtidas nos itens anteriores, e sendo P = mg, tem-se:

$$N = \frac{mg}{2} - \frac{\rho g h_2 (3h_1 + 2h_2)L}{6\sin\alpha\cos\alpha}$$

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 2/2 se a solução estiver inteiramente correta ou 1/2 se houver algum erro de cálculo (que não seja dimensional) e o raciocínio estiver desenvolvido de forma correta. Em caso de erros de qualquer outra natureza, atribuir nota 0/2.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

f) Considerando o equilíbrio de forças da comporta, tem-se:

$$\vec{R} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad R_x = X_O - N \sin \alpha + \frac{P}{2} \sin \alpha = 0, \quad R_y = Y_O - R - N \cos \alpha + \frac{P}{2} \cos \alpha = 0$$

$$X_{\rm O} = -\frac{Rx_p \tan \alpha \sin \alpha}{h_2}, \quad Y_{\rm O} = R\left(1 - \frac{x_p \tan \alpha \cos \alpha}{h_2}\right)$$

Substituindo as expressões de R e x_p obtidas nos itens anteriores, tem-se:

$$X_{O} = -\frac{\rho g h_{2} (3h_{1} + 2h_{2})L}{6\cos \alpha} \qquad Y_{O} = -\frac{\rho g h_{2} (3h_{1} + h_{2})L}{6\sin \alpha}$$

Adote uma nota na escala 0/4 a 4/4 para a resolução do seu colega, atribuindo, para cada componente, 2/2 se a solução de estiver inteiramente correta ou 1/2 se houver algum erro de cálculo (que não seja dimensional) e o raciocínio estiver desenvolvido de forma correta. Em caso de erros de qualquer outra natureza, atribuir nota 0/2.

g) Para manter o sistema em equilíbrio estático, a seguinte condição deve ser conservada:

$$N \ge 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{P}{2} - \frac{Rx_p \tan \alpha}{h_2} \ge 0$$

Substituindo as expressões de R e x_p obtidas nos itens anteriores, e sendo P = mg, tem-se:

$$\frac{mg}{2} - \frac{\rho g h_2 (3h_1 + 2h_2)L}{6\sin\alpha\cos\alpha} \ge 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{m \ge \frac{\rho h_2 (3h_1 + 2h_2)L}{3\sin\alpha\cos\alpha}}$$

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 2/2 se a solução estiver inteiramente correta ou 1/2 se houver algum erro de cálculo (que não seja dimensional) e o raciocínio estiver desenvolvido de forma correta. Em caso de erros de qualquer outra natureza, atribuir nota 0/2.