



PME 3100 – MECÂNICA I – Atividade remota E2 – Reoferecimento 2024

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada *individualmente*.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler as [regras para a realização das atividades remotas](#).

Enunciado (atualizado em 19 de Março de 2024, às 19:30, ver errata abaixo)

A estrutura em equilíbrio indicada na figura ao lado é composta por uma placa plana rígida homogênea OACD de peso P , e por duas barras rígidas AB e DE, ambas de peso desprezível. Os vínculos em A, B, D e E são articulações ideais, e os vínculos em O e C são anéis ideais. A barra DE é paralela ao eixo Oy. Para a fabricação da placa utilizou-se uma chapa originalmente quadrada de lado $4b$ na qual foram feitos dois recortes, um em formato de triângulo retângulo e outro em formato de trapézio retângulo, de tal forma que a posição de seu centro de massa G é dada por:

$$(\mathbf{G} - \mathbf{O}) = 2b \vec{j} + z_G \vec{k}$$

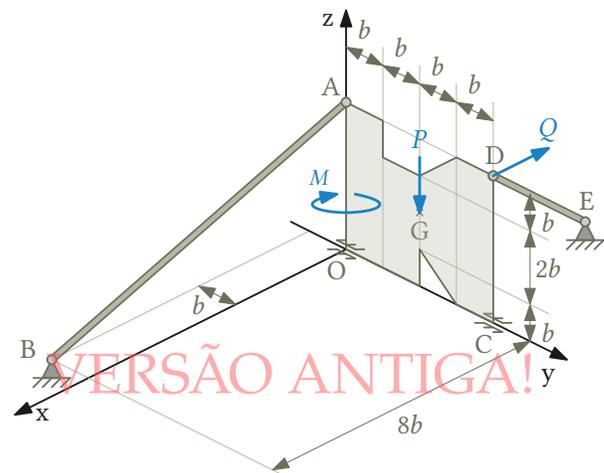
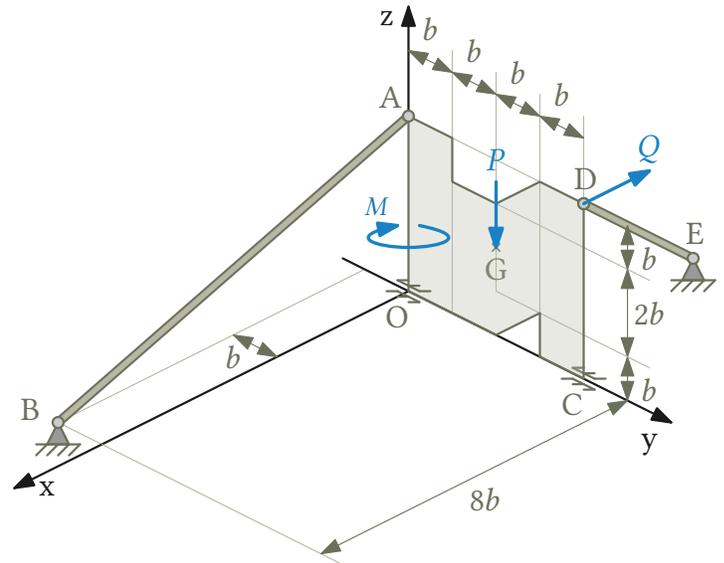
Além do peso próprio a placa também está sujeita a um carregamento equivalente a uma força $(-Q\vec{i}, D)$ e um momento $-M\vec{k}$. Pede-se:

- (10) determinar o valor da coordenada z_G do centro de massa da placa;
- (10) utilizando a convenção positiva de tração para esforços incógnitos em barras de treliça, esboçar o diagrama de corpo livre (DCL) da placa;
- (18) utilizando o polo A para o equilíbrio de momentos, pede-se o sistema de equações de equilíbrio para a placa (enumere as equações obtidas);
- (12) determinar a expressão vetorial das forças \vec{T}_{AB} e \vec{T}_{DE} aplicadas respectivamente pelas barras AB e DE sobre a placa e indicar se cada uma dessas barras encontra-se em tração ou compressão.

Errata (publicada em 19 de Março de 2024, às 19:30)

Em uma versão anterior do enunciado, disponível até 19 de Março de 2024, às 19:30, constava a figura ao lado. O centróide desta figura teria posição y_G apenas aproximadamente igual a $2b$ e não exatamente igual, como informado no enunciado. Tendo em vista nosso interesse na utilização desta atividade como referência para seus estudos, decidimos publicar esta errata.

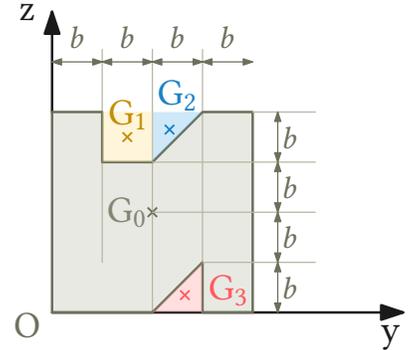
Aos alunos que porventura já tenham resolvido o exercício utilizando a figura da versão anterior do enunciado, informamos que **a troca da figura não afeta o cálculo de z_G no item (a), tampouco a resolução de qualquer outro item. Não é necessário refazer o exercício, tampouco resubmetê-lo. Sua avaliação não será prejudicada.**





Resolução comentada

a) Identificando como G_0 o centro da chapa quadrada original, de área $A_0 = (4b)^2 = 16b^2$, como G_1 o recorte quadrado de área $A_1 = b^2$ e como G_2 e G_3 os recortes triangulares de áreas $A_2 = A_3 = b^2/2$ e considerando que, pela homogeneidade da placa, a distribuição de massas é diretamente proporcional às áreas:



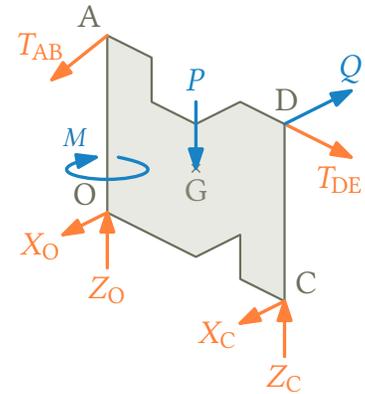
$$z_G = \frac{A_0 z_0 - A_1 z_1 - A_2 z_2 - A_3 z_3}{A_0 - A_1 - A_2 - A_3}$$

$$= \frac{16b^2(2b) - b^2\left(4b - \frac{b}{2}\right) - \frac{b^2}{2}\left(4b - \frac{b}{3}\right) - \frac{b^2}{2}\left(\frac{b}{3}\right)}{16b^2 - b^2 - \frac{b^2}{2} - \frac{b^2}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{z_G = \frac{53}{28}b}$$

Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a resolução do seu colega, atribuindo 2/2 se a solução estiver inteiramente correta ou 1/2 se houver algum erro de cálculo (que não seja dimensional) e o raciocínio estiver desenvolvido de forma correta. Em caso de erros de qualquer outra natureza, atribuir nota 0/2. O uso eventual da figura antiga (ver errata do enunciado) não afeta o cálculo da coordenada z de nenhum dos pontos envolvidos. Apenas o cálculo da coordenada z deve ser considerado na avaliação.

b) O DCL da placa é indicado na figura ao lado.



Adote uma nota na escala 0/2 a 2/2, atribuindo 2/2 a uma resolução inteiramente correta ou 1/2 a uma resolução que tenha uma ou duas componentes de força ativa ou reativa errada. Havendo mais de duas componentes erradas, a nota deverá ser 0/2. O uso eventual da figura antiga (ver errata do enunciado) não afeta a construção do DCL e não deve ser considerado erro.

c) Utilizando o polo A:

$$\vec{M}_A = (\text{O} - \text{A}) \wedge (\text{X}_0\vec{i} + \text{Z}_0\vec{k}) + (\text{G} - \text{A}) \wedge (-\text{P}\vec{k}) + (\text{D} - \text{A}) \wedge (-\text{Q}\vec{i} + \text{T}_{DE}\vec{j}) + (\text{C} - \text{A}) \wedge (\text{X}_C\vec{i} + \text{Z}_C\vec{k}) - \text{M}\vec{k}$$

$$= (-4b\vec{k}) \wedge (\text{X}_0\vec{i} + \text{Z}_0\vec{k}) + \left(2b\vec{j} - \frac{59}{28}b\vec{k}\right) \wedge (-\text{P}\vec{k}) + (4b\vec{j}) \wedge (-\text{Q}\vec{i} + \text{T}_{DE}\vec{j}) + (4b\vec{j} - 4b\vec{k}) \wedge (\text{X}_C\vec{i} + \text{Z}_C\vec{k}) - \text{M}\vec{k}$$

$$= (-2b\text{P} + 4b\text{Z}_C)\vec{i} - 4b(\text{X}_0 + \text{X}_C)\vec{j} + [4b(\text{Q} - \text{X}_C) - \text{M}]\vec{k}$$

Ainda, como $(\text{B} - \text{A}) = b(8\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k})$ e $|\text{B} - \text{A}| = b\sqrt{8^2 + (-1)^2 + (-4)^2} = 9b$:

$$\vec{R} = T_{AB} \frac{(\text{B} - \text{A})}{|\text{B} - \text{A}|} + (\text{X}_0\vec{i} + \text{Z}_0\vec{k}) + (-\text{P}\vec{k}) + (-\text{Q}\vec{i} + \text{T}_{DE}\vec{j}) + (\text{X}_C\vec{i} + \text{Z}_C\vec{k})$$

$$= T_{AB} \frac{(8\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k})}{9} + (\text{X}_0\vec{i} + \text{Z}_0\vec{k}) + (-\text{P}\vec{k}) + (-\text{Q}\vec{i} + \text{T}_{DE}\vec{j}) + (\text{X}_C\vec{i} + \text{Z}_C\vec{k})$$

$$= \left(\frac{8}{9}T_{AB} + \text{X}_0 + \text{X}_C - \text{Q}\right)\vec{i} + \left(-\frac{1}{9}T_{AB} + \text{T}_{DE}\right)\vec{j} + \left(-\frac{4}{9}T_{AB} + \text{Z}_0 + \text{Z}_C - \text{P}\right)\vec{k}$$



As equações de equilíbrio decorrem das condições $\vec{M}_A = \vec{0}$ e $\vec{R} = \vec{0}$:

$$-2bP + 4bZ_C = 0 \quad (1)$$

$$-4b(X_O + X_C) = 0 \quad (2)$$

$$4b(Q - X_C) - M = 0 \quad (3)$$

$$\frac{8}{9}T_{AB} + X_O + X_C - Q = 0 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{9}T_{AB} + T_{DE} = 0 \quad (5)$$

$$-\frac{4}{9}T_{AB} + Z_O + Z_C - P = 0 \quad (6)$$

Adote uma nota na escala 0/6 a 6/6, atribuindo 1/6 a cada equação inteiramente correta. Note que seu colega pode ter multiplicado ou dividido alguma equação por uma constante não-nula, o que, por si só não afetaria sua correção.

d) Da equação (2) decorre que $X_O + X_C = 0$. Substituindo tal condição em (4), resulta:

$$\boxed{T_{AB} = \frac{9}{8}Q} \quad (\text{tração}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{T}_{AB} = T_{AB} \frac{(\mathbf{B} - \mathbf{A})}{|\mathbf{B} - \mathbf{A}|} = Q \left(\vec{i} - \frac{1}{8}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \right)}$$

Substituindo este resultado em (5), conclui-se que:

$$\boxed{T_{DE} = \frac{1}{8}Q} \quad (\text{tração}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{T}_{DE} = \frac{1}{8}Q\vec{j}}$$

Adote uma nota na escala 0/6 a 6/6, atribuindo 1/6 a cada componente correta do vetor \vec{T}_{AB} , 1/6 à expressão correta do vetor \vec{T}_{DE} e 1/6 a cada barra identificada corretamente como estando em tração.