PME-2100 - Mecânica A - Prova de Recuperação. 20/02/2002

Duração: 100 min

(não é permitido o uso de calculadoras)

***1a. Questão (5 pontos)* -** Um anel tem raio *R* e sua espessura *h* é desprezível. Na periferia do anel, no ponto *C*, está rigidamente fixada (soldada) uma esfera de raio desprezível, de tal forma que o baricentro *G* do conjunto está a uma distância *R*/2 do centro *O*. Este corpo rígido, formado pelo anel e a esfera, pode rolar sem escorregar sobre a barra *AB*. A barra *AB*, por sua vez, tem movimento de translação, deslizando sobre um plano horizontal. A aceleração da barra *AB* é constante e conhecida: $\vec{a} = -a\,\vec{i}$.

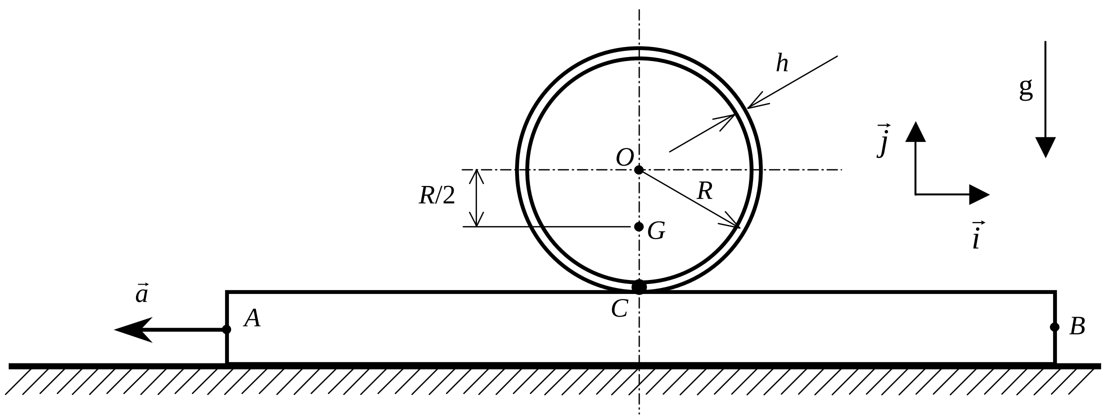
São dados, para o ***sólido formado pelo anel e a esfera***: $\begin{cases} \text{Massa}: 2m \\ \text{Momento de inércia}: J_{Gz} = \dfrac{3mR^2}{2} \end{cases}$

Assim, no instante mostrado na figura (neste instante a velocidade angular do anel é nula):

a) Adotando a barra *AB* como referencial móvel, e o solo como referencial fixo, determine as acelerações relativa, de arrastamento, de Coriolis e absoluta do baricentro *G*, em função de *m*, de *R*, de $\vec{a}$ e da aceleração angular do sólido.

b) Desenhe o diagrama de corpo livre do sólido.

c) Determine a aceleração angular do sólido em função de *m*, de *R*, e de $\vec{a}$.



Solução da 1a. questão:

a)

Observando o sistema, verificamos que $\vec{a}_{O,r} = -\dot{\omega} R \vec{i}$. Lembrando ainda que, no instante considerado, $\vec{\omega} = \vec{0}$, teremos:

Aceleração relativa:

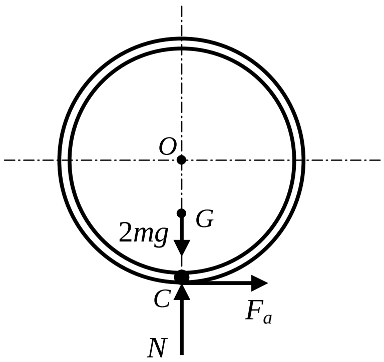
$$\vec{a}_{G,r} = \vec{a}_{O,r} + \dot{\vec{\omega}} \times (G - O) + \vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times (G - O)] \Rightarrow \vec{a}_{G,r} = -\dot{\omega} R \vec{i} + \dot{\omega} \vec{k} \times \frac{R}{2}(-\vec{j}) \Rightarrow \vec{a}_{G,r} = -\frac{\dot{\omega} R}{2} \vec{i}$$

Aceleração de arrastamento: $\vec{a}_{G,a} = -a \vec{i}$

Aceleração de Coriolis: $\vec{a}_{G,c} = \vec{0}$ (o referencial móvel tem velocidade angular nula).

Aceleração absoluta: $\vec{a}_G = \vec{a}_{G,r} + \vec{a}_{G,a} + \vec{a}_{G,c} \Rightarrow \vec{a}_G = -\left(\frac{\dot{\omega} R}{2} + a \right) \vec{i}$

b) Diagrama de corpo livre:



c)

TMB:

$$2m\, a_{Gx} = F_a \Rightarrow -2m \left(\frac{\dot{\omega} R}{2} + a \right) = F_a$$

TMA:

$$J_{Gz} \dot{\omega} = F_a \frac{R}{2}$$

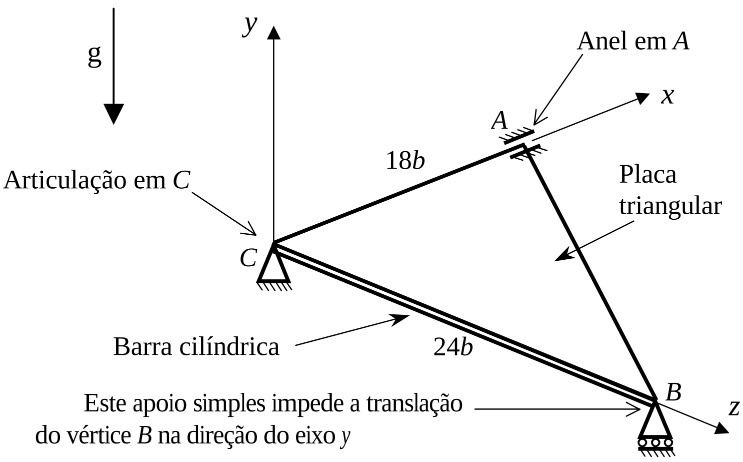
$$\frac{3mR^2}{2} \dot{\omega} = -2m \left(\frac{\dot{\omega} R}{2} + a \right) \frac{R}{2} \Rightarrow \left(\frac{3mR^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \right) \dot{\omega} = -maR$$

$$2mR^2 \dot{\omega} = -maR \Rightarrow \dot{\omega} = -\frac{a}{2R} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{\vec{\omega}} = -\frac{a}{2R} \vec{k}$$

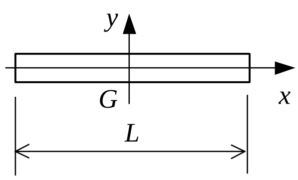
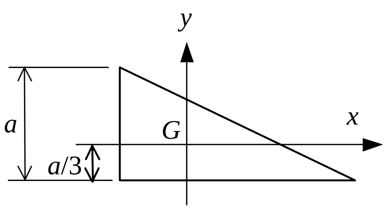
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

2a. Questão (5 pontos) **-** O corpo rígido, mostrado na figura abaixo, é composto da placa triangular *ABC*, uniforme, de espessura muito pequena e massa *m*, e da barra cilíndrica *BC*, uniforme, de diâmetro muito pequeno e massa de idêntico valor, *m*.



DADOS: Momentos de inércia para as figuras genéricas.

Barra: $J_{Gy} = \dfrac{mL^2}{12}$ 	Triângulo: $J_{Gx} = \dfrac{ma^2}{18}$ 

Pede-se:

a) Determine as coordenadas do baricentro do corpo rígido.

b) Desenhe o diagrama de corpo livre e determine as reações verticais dos vínculos, em *A* e *B*.

c) Determine o momento de inércia do corpo rígido em relação ao eixo *Cx*.

d) Supondo que o apoio simples em *B* seja subitamente retirado, e desprezando os atritos, determine o módulo da velocidade angular do corpo rígido quando *BC* for paralelo a *Cy*.

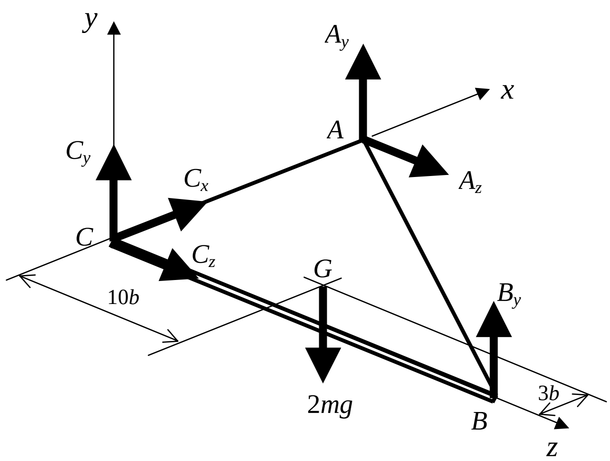
Solução da 2a. questão:

a)

$$x_G = \frac{m.6b + m.0}{m+m} \Rightarrow x_G = 3b \qquad y_G = 0 \qquad z_G = \frac{m.8b + m.12b}{m+m} \Rightarrow z_G = 10b$$

b) Diagrama de corpo livre:

Equilíbrio:



Componente em *z* do momento em relação ao pólo *C*:

$$M_{Cz} = 0 \Rightarrow A_y.18b - 2mg.3b = 0 \Rightarrow A_y = \frac{mg}{3}$$

Componente em *x* do momento em relação ao pólo *C*:

$$M_{Cx} = 0 \Rightarrow B_y.24b - 2mg.10b = 0 \Rightarrow B_y = \frac{5mg}{6}$$

c)

$$J_{Cx} = \underbrace{\left[\frac{m(24b)^2}{18} + m(8b)^2\right]}_{\text{Placa triangular}} + \underbrace{\left[\frac{m(24b)^2}{12} + m(12b)^2\right]}_{\text{Barra cilíndrica } BC} \Rightarrow J_{Cx} = 288mb^2$$

d) TEC:

$$E - E_0 = W$$

Neste sistema, desprezando os atritos, apenas a força peso realiza trabalho:

$$W = (2mg)h = (2mg)10b = 20mgb$$

Energia cinética (*Cx* é o eixo de rotação fixo do sólido):

$$E = \frac{J_{Cx}\omega^2}{2} = 144mb^2\omega^2$$

Portanto:

$$144mb^2\omega^2 - 0 = 20mgb$$

$$\omega^2 = \frac{20mgb}{144mb^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{5g}{36b}}$$