ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

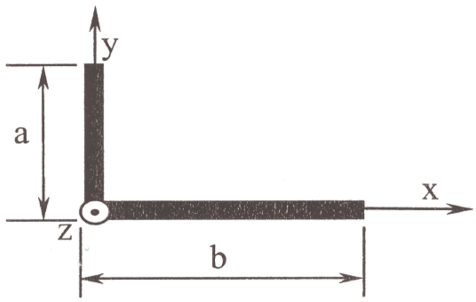
PMC 2100 – MECÂNICA A

Terceira Prova – 07 de dezembro de 2001 – Duração: 100 minutos

(Não é permitido o uso de calculadoras)

Questão 1 (2,0 pontos)

A barra em L mostrada na figura tem densidade linear ρ. Calcule os momentos e os produtos de inércia da barra em relação aos eixos Oxyz, desprezando as dimensões da seção transversal da barra.



$$J_x = \frac{(\rho a)a^2}{3} \Rightarrow \boxed{J_x = \frac{\rho a^3}{3}}$$

$$J_y = \frac{(\rho b)b^2}{3} \Rightarrow \boxed{J_y = \frac{\rho b^3}{3}}$$

Lembrando que $2J_O = J_x + J_y + J_z$ e desprezando as dimensões da seção transversal da barra, considerando-a uma figura plana, contida no plano Oxy, têm-se $J_O = J_z$ e portanto $J_z = J_x + J_y$.

$$\Rightarrow \boxed{J_z = \frac{\rho}{3}\left(a^3 + b^3\right)}$$

Desprezando as dimensões da seção transversal da barra, considerando-a uma figura plana, contida no plano Oxy, têm-se:

- no trecho de comprimento "a", $x = 0$;
- no trecho de comprimento "b", $y = 0$;
- e em todo o comprimento, $z = 0$,

portanto, $\boxed{J_{xy} = J_{xz} = J_{yz} = 0}$

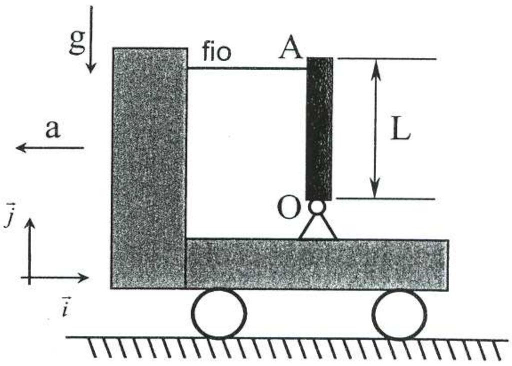
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Questão 2 (4,0 pontos)

No dispositivo da figura, o carrinho se movimenta para a esquerda com aceleração constante a, carregando uma barra de massa m, comprimento L, articulada em O e mantida na vertical através de um fio de massa desprezível. Sabe-se que o momento de inércia da barra em relação ao seu baricentro é dado por

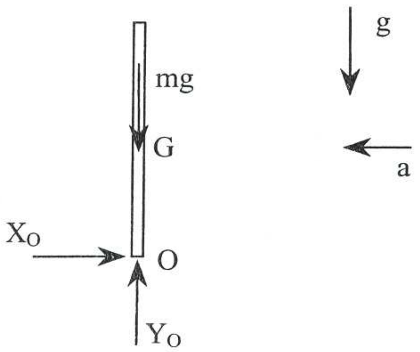
$$J_{Gz} = \frac{mL^2}{12}$$



Subitamente, o fio se rompe. Pede-se, para este instante, em função de a, m, g e L:

a) A aceleração angular da barra OA
b) As reações no ponto O da barra OA

Diagrama de corpo livre da barra:



TMB: $m\vec{a}_G = X_O\vec{i} + (Y_O - mg)\vec{j}$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_O + \dot{\omega}\vec{k} \wedge (G - O) + \omega^2\vec{k} \wedge [\vec{k} \wedge (G - O)]$$

sendo que no instante em que o fio se rompe $\omega = 0$, portanto $\vec{a}_G = -\left(a + \frac{\dot{\omega}L}{2}\right)\vec{i}$.

Substituindo no TMB: $\begin{cases} -m\left(a + \frac{\dot{\omega}L}{2}\right) = X_O \\ 0 = Y_O - mg \end{cases}$; logo $\boxed{Y_O = mg}$

TMA com pólo em G: $\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G \Rightarrow J_{zG}\dot{\omega}\vec{k} = X_O\frac{L}{2}\vec{k} \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{6X_O}{mL}$

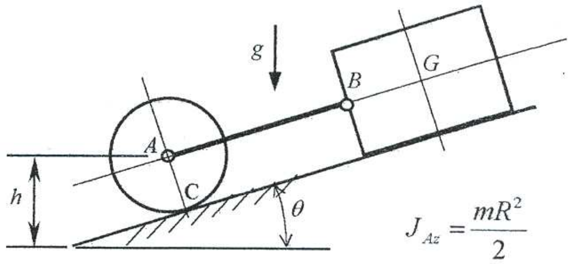
Substituindo no TMB obtêm-se: $\boxed{X_O = -\frac{ma}{4}}$ e $\boxed{\dot{\omega} = -\frac{3a}{2L}}$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Questão 3 (4,0 pontos)

O sistema da figura é formado por um disco homogêneo de centro A, raio R e massa m, unido ao bloco de massa M e baricentro G por meio da barra AB rígida, de massa desprezível e biarticulada. O disco rola sem escorregar. Não há atrito entre o bloco e o plano inclinado. Sabendo que o sistema parte do repouso, quando a cota do ponto A é h_o, determine:

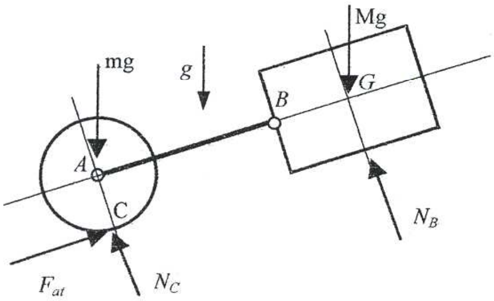


$$J_{Az} = \frac{mR^2}{2}$$

a) A energia cinética do sistema em função da velocidade v_B do bloco B.
b) O trabalho realizado pelos esforços externos atuantes no sistema, em função da cota h.
c) A velocidade do bloco B em função de h.
d) A aceleração do bloco B em função de h.

O disco rola sem escorregar, portanto $\omega = \dfrac{v_B}{R}$.

$$E = \frac{1}{2}Mv_B^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{mR^2}{2}\right)\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 \Rightarrow \boxed{E = \left(M + \frac{3}{2}m\right)\frac{v_B^2}{2}}$$



$$\boxed{W^{ext} = (M+m)g(h_0 - h)}$$

<u>TEC:</u> $\quad W^{ext} = \Delta E \qquad (W^{int} = 0)$

$$\left(M + \frac{3}{2}m\right)\frac{v_B^2}{2} = (M+m)g(h_0 - h) \Rightarrow \boxed{v_B^2 = \frac{4(M+m)g(h_0-h)}{(2M+3m)}}$$

Derivando em relação ao tempo e sendo $\dot{h} = -v_B \operatorname{sen}\theta$

$$2v_B a_B = \frac{4(M+m)g(v_B \operatorname{sen}\theta)}{(2M+3m)} \Rightarrow \boxed{a_B = \frac{2(M+m)g \operatorname{sen}\theta}{(2M+3m)}}$$