

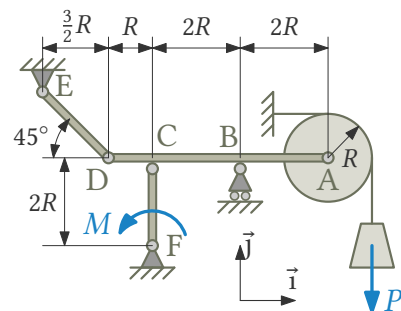


PME 3100 – Mecânica I – Reoferecimento 2025 – Prova 1 – 03 de Abril de 2025

Instruções gerais e formulário estão no caderno de respostas. Se sair antes do término, entregue esta folha ao aplicador.

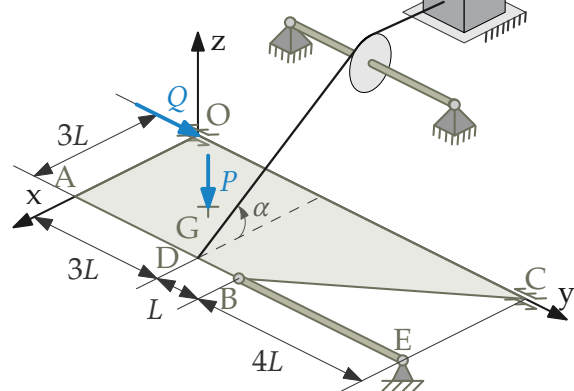
Questão 1 (3,0 pontos). A figura ao lado mostra uma estrutura constituída pelas barras esbeltas AD, CF e DE, por uma polia de centro A e por um bloco. O bloco tem peso P e todos os demais elementos têm peso desprezível. Aplica-se sobre a barra CF um momento $M\vec{k}$. O fio que sustenta o bloco, as articulações A, C, D, E e F e o apoio simples em B são todos ideais. Considerando a configuração da estrutura apresentada na figura, pede-se:

- (1,5) Fazer os diagramas de corpo livre (DCLs) das barras AD, DE e CF, da polia e do bloco.
- (0,5) Obter, em função de M e R , a componente horizontal da força de reação em C aplicada pela barra DA sobre a barra CF.
- (1,0) Obter, em função de P , M e R , a componente vertical da força de reação em C aplicada pela barra DA sobre a barra CF, bem como a força na barra DE.



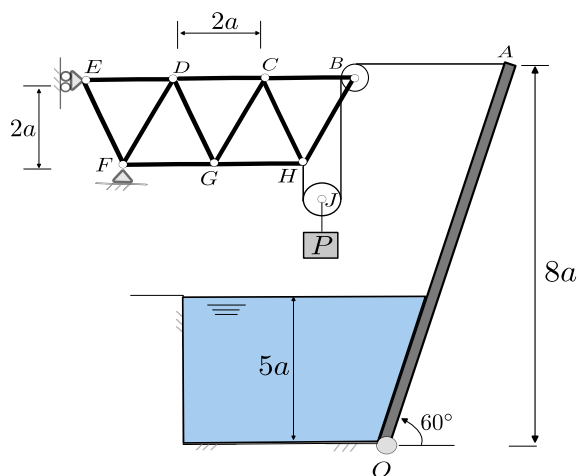
Questão 2 (3,5 pontos). A figura ao lado mostra uma placa plana OABC contida no plano horizontal Oxy e sustentada por um anel em O, um anel em C, um fio ideal em D e uma barra esbelta e de massa desprezível em B. A placa tem peso P e sobre ela age uma força $Q\vec{j}$ em O. O fio está contido em um plano paralelo ao plano Oxz e forma um ângulo α com a placa. Além disso, o fio está ligado a um bloco de peso P que se encontra em repouso sobre uma superfície plana horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície horizontal é μ . Considerando a configuração do sistema mostrada na figura, pede-se:

- (0,6) obter a expressão de y_G (em função de L) que permite expressar a posição do centro de massa G da placa como $(G - O) = \frac{4}{3}L\vec{i} + y_G\vec{j}$.
- (0,6) O DCL da placa e o DCL do bloco.
- (1,2) O sistema de equações que permite o cálculo das forças de reações sobre a placa plana na condição de equilíbrio estático, utilizando o ponto O como polo para cálculo dos momentos.
- (0,6) A partir do sistema de equações, obtenha as componentes das forças de reação sobre a placa devidas ao fio, ao anel C e à barra BE.
- (0,5) A condição que o ângulo α deve satisfazer para que o bloco não escorregue.



Questão 3 (3,5 pontos) A figura ao lado mostra a seção transversal de um reservatório de largura b (ortogonal ao plano da figura), projetado para armazenar um fluido ideal de peso específico γ , constante. O fluido é mantido no reservatório por meio da comporta rígida OA, de peso desprezível e articulada idealmente ao solo em O com um ângulo de 60° com o plano horizontal. Para garantir o equilíbrio estático do sistema, um cabo conecta a comporta a uma estrutura que é constituída por duas polias de centro em B e J, e pela treliça BCDEFGH formada por barras de massa desprezível que formam triângulos isósceles de base $2a$ e altura $2a$. A treliça é suportada por uma articulação ideal em F e simplesmente apoiada em E. O bloco de peso P está suspenso pelo centro da polia J e o cabo que conecta a comporta ao nó H pode deslizar sem atrito pelas polias. Considerando a configuração do sistema mostrada na figura, pede-se:

- (0,6) Os diagramas de corpo livre (DCLs) das polias de centros B e J e da treliça BCEEFGH, considerando esta última como um corpo rígido único.
- (0,9) As reações externas em E e F.
- (0,6) Obter a força na barra CD, indicando explicitamente (i) o diagrama utilizado para tal e (ii) se a barra está em tração ou compressão.
- (1,0) Esboçar o DCL da comporta rígida OA, calculando a resultante das forças hidrostáticas sobre a mesma e indicando a sua linha de ação.
- (0,4) A razão P/γ compatível com a condição de equilíbrio estático apresentada.





Questão 1 – Resolução

a) Os diagramas são apresentados na figura ao lado. (1,5)

Desconto de (0,5) para cada erro identificado.

b) Do equilíbrio de momentos da barra CF (polo F) (0,5):

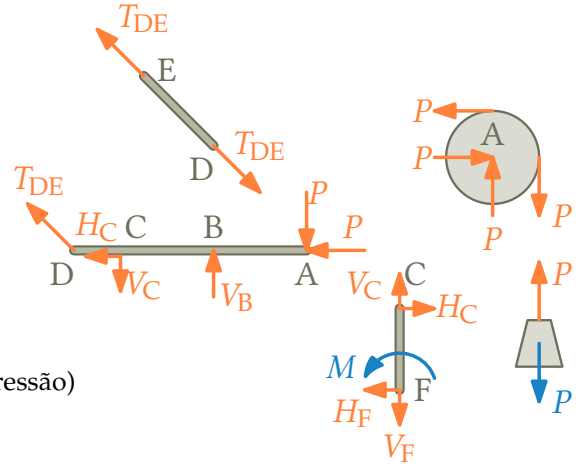
$$M_{Fz} = 0 \Rightarrow 2RH_C - M = 0 \Rightarrow H_C = \frac{M}{2R}$$

c) Do equilíbrio de forças na barra AD (0,5):

$$R_x = 0 \Rightarrow -T_{DE} \frac{\sqrt{2}}{2} - H_C - P = 0 \Rightarrow T_{DE} = -\sqrt{2} \left(\frac{M}{2R} + P \right) \quad (\text{compressão})$$

Do equilíbrio de momentos na barra AD (polo B) (0,5):

$$M_{Bz} = 0 \Rightarrow -3RT_{DE} \frac{\sqrt{2}}{2} + 2RV_C - 2RP = 0 \Rightarrow V_C = -\frac{3M}{4R} - \frac{P}{2}$$



Questão 2 – Resolução

a) Concebendo, conforme figura ao lado, a placas OABC como a composição de duas placas:

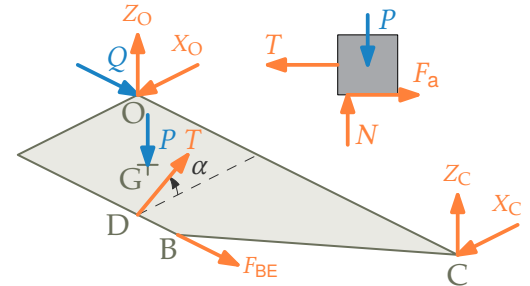
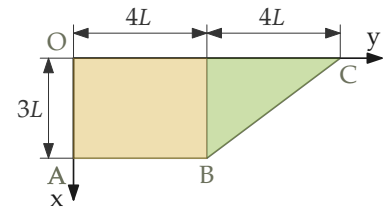
(i) uma retangular, de área $A_1 = 12L^2$ e centro de massa $G_1 = \left(\frac{3L}{2}, 2L, 0 \right)$;

(ii) uma triangular, de área $A_2 = 6L^2$ e centro de massa $G_2 = \left(L, 4L + \frac{4L}{3}, 0 \right)$;

temos, da hipótese de homogeneidade:

$$(G - O) = \frac{A_1(G_1 - O) + A_2(G_2 - O)}{A_1 + A_2} = \frac{12L^2 \left(\frac{3L}{2}\vec{i} + 2L\vec{j} \right) + 6L^2 \left(L\vec{i} + \frac{16L}{3}\vec{j} \right)}{18L^2}$$

$$(G - O) = \frac{4}{3}L\vec{i} + \frac{28}{9}L\vec{j} \Rightarrow y_G = \frac{28}{9}L$$



b) Os diagramas são apresentados na figura ao lado.

(0,4) para o DCL da placa; (0,2) para o DCL do bloco.

Desconto de (0,15) por erro identificado nos diagramas.

c) A partir do DCL da placa, obtemos a resultante de momentos com respeito ao polo O:

$$\begin{aligned} \vec{M}_O &= (G - O) \wedge \vec{P} + (D - O) \wedge \vec{T} + (B - O) \wedge \vec{F}_{BE} + (C - O) \wedge \vec{F}_C \\ &= L \left(\frac{4}{3}\vec{i} + \frac{28}{9}\vec{j} \right) \wedge (-P\vec{k}) + 3L(\vec{i} + \vec{j}) \wedge T(-\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{k}) + L(3\vec{i} + 4\vec{j}) \wedge F_{BE}\vec{j} + 8L\vec{j} \wedge (X_C\vec{i} + Z_C\vec{k}) \\ &= \left(-\frac{28}{9}LP + 3LT \sin \alpha + 8LZ_C \right) \vec{i} + \left(\frac{4}{3}LP - 3LT \sin \alpha \right) \vec{j} + (3LT \cos \alpha + 3LF_{BE} - 8LX_C) \vec{k} \end{aligned}$$

Assim, as condições de equilíbrio da placa podem ser descritas como (0,2 para cada equação correta):

$$\vec{M}_O = \vec{0} : \begin{cases} -\frac{28}{9}LP + 3LT \sin \alpha + 8LZ_C = 0 & (1) \\ \frac{4}{3}LP - 3LT \sin \alpha = 0 & (2) \\ 3LT \cos \alpha + 3LF_{BE} - 8LX_C = 0 & (3) \end{cases} \quad \vec{R} = \vec{0} : \begin{cases} X_O + X_C - T \cos \alpha = 0 & (4) \\ F_{BE} + Q = 0 & (5) \\ Z_O + Z_C + T \sin \alpha - P = 0 & (6) \end{cases}$$



d) Das equações (2) e (5), obtemos, respectivamente (0,1 cada):

$$T = \frac{4P}{9 \sin \alpha}$$

$$F_{BE} = -Q$$

Substituindo as expressões obtidas para T e F_{BE} nas equações (1) e (3), obtemos (0,2 cada):

$$Z_C = \frac{2P}{9}$$

$$X_C = \frac{P}{6 \tan \alpha} - \frac{3Q}{8}$$

e) Das condições de equilíbrio para o bloco:

$$\vec{R} = \vec{0} : \begin{cases} F_a - T = 0 & (7) \Rightarrow F_a = \frac{4P}{9 \sin \alpha} \\ N - P = 0 & (8) \Rightarrow N = P \end{cases}$$

Da condição de não-escorregamento (0,5):

$$|F_a| \leq \mu N \Rightarrow \frac{4P}{9 \sin \alpha} \leq \mu P \Rightarrow \sin \alpha \geq \frac{4}{9\mu}$$

Questão 3 – Resolução

a) Os diagramas são apresentados na figura ao lado.

Desconto de (0,1) para cada erro identificado nos DCLs.

b) Das equações de equilíbrio para a treliça BCEEFGH (i.e., considerada como um corpo rígido único) e tomando o polo F para somatório de momentos:

$$R_x = 0 \Rightarrow X_E + X_F + \frac{P}{2} = 0 \quad (0,2)$$

$$R_y = 0 \Rightarrow Y_F - \frac{P}{2} - \frac{P}{2} = 0 \quad (0,2)$$

$$M_{Fz} = 0 \Rightarrow -2aX_E - 2a\frac{P}{2} - 5a\frac{P}{2} - 4a\frac{P}{2} = 0 \quad (0,2)$$

Resolvendo o sistema de equações (0,1 cada):

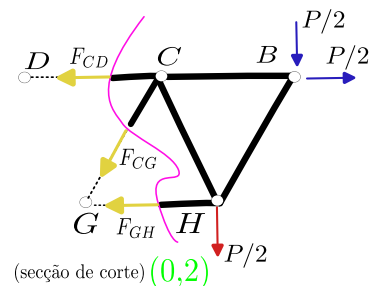
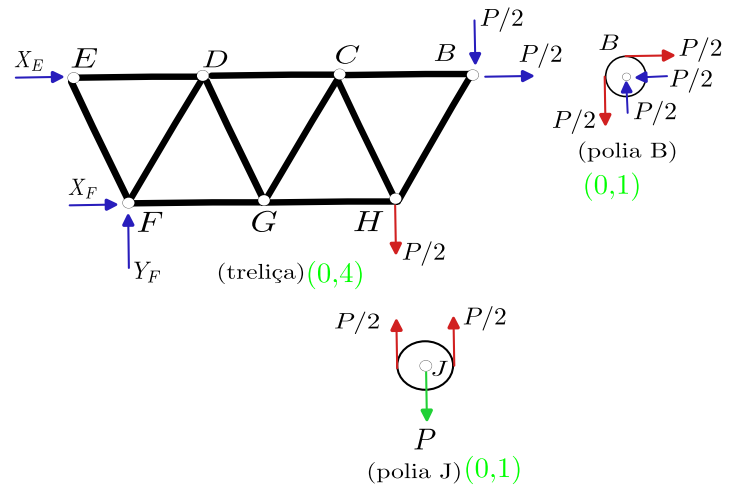
$$X_E = \frac{-11P}{4}$$

$$X_F = \frac{9P}{4}$$

$$Y_F = P$$

c) Considerando a secção de corte ao lado, o equilíbrio de momentos na secção (polo G) fornece:

$$M_{Gz} = 0 \Rightarrow -2a\frac{P}{2} - 2a\frac{P}{2} - 3a\frac{P}{2} + 2aF_{CD} = 0 \Rightarrow F_{CD} = \frac{7P}{4} \quad (0,2) \quad (\text{tração}) \quad (0,2)$$





d) O diagrama está apresentado na figura ao lado.

Desconto de 0,2 para cada erro identificado.

e) A resultante das forças hidrostáticas pode ser calculada pelo volume do prisma de pressão, assim:

$$R = \frac{1}{2}(5a\gamma) \left(\frac{5a}{\sin 60^\circ} \right) (b) \Rightarrow R = \frac{25\sqrt{3}\gamma a^2 b}{3} \quad (0,2)$$

A coordenada do centro de pressão em relação a articulação em O na direção da comporta é denotada por d_p e pode ser calculada por:

$$d_p = \frac{1}{3} \left(\frac{5a}{\sin 60^\circ} \right) \Rightarrow d_p = \frac{10a\sqrt{3}}{9} \quad (0,2)$$

Do equilíbrio de momentos na comporta OA (polo O):

$$M_{Oz} = 0 \Rightarrow 8a \frac{P}{2} - \left(\frac{10a\sqrt{3}}{9} \right) \frac{25\sqrt{3}\gamma a^2 b}{3} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{P}{\gamma} = \frac{125a^2 b}{18}} \quad (0,4)$$

