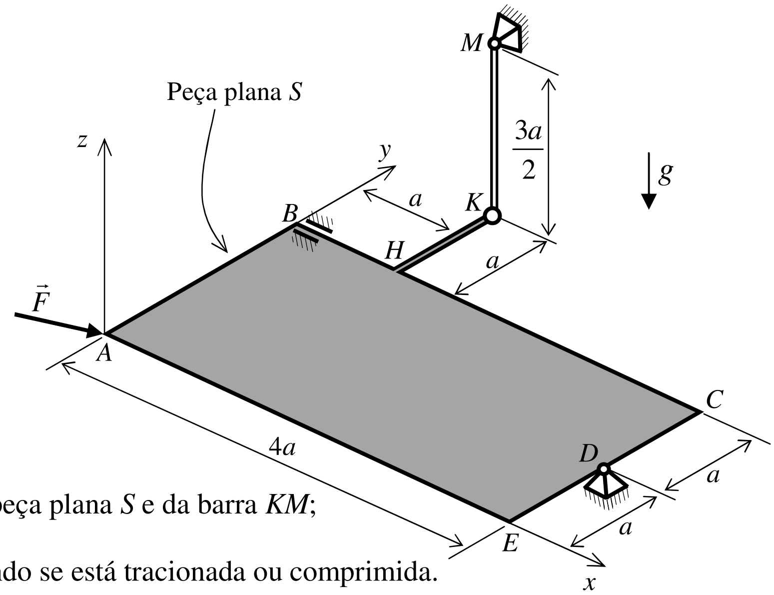
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

Mecânica I **PME 3100** **Prova nº 1** **Data 10 / 09 / 2019**

Duração da Prova: 120 minutos

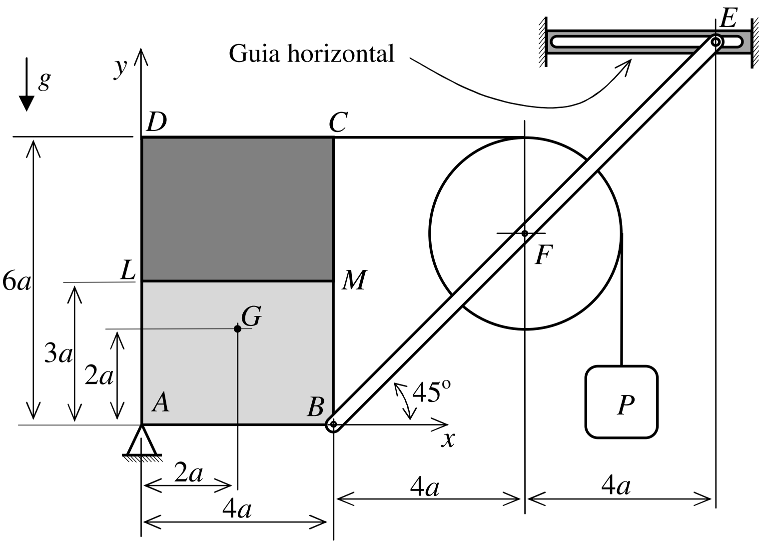
Não é permitido o porte de calculadoras, "tablets", celulares e dispositivos similares.

QUESTÃO 1 (3,0 pontos) – O sistema ao lado está em equilíbrio e é composto pela peça plana S, de peso P, e pela haste rígida KM, de peso desprezível. A peça plana S é composta pela haste rígida HK, de peso desprezível, soldada na placa homogênea $ABCE$. A peça plana S está no plano Axy, de acordo com o sistema de coordenadas dado, cuja origem é o ponto A. Em D, K e M existem articulações ideais e em B um anel, também ideal. Em A age a força externa $\vec{F} = 4P\vec{i} + 3P\vec{j}$. Levando em conta essas informações e as dimensões fornecidas:



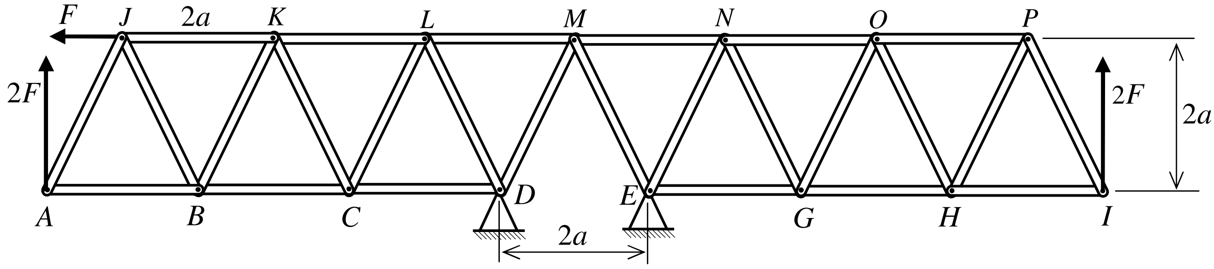
a) desenhe os diagramas de corpo livre da peça plana S e da barra KM;
b) determine as forças de reação em D;
c) determine as forças na barra KM, indicando se está tracionada ou comprimida.

QUESTÃO 2 (3,5 pontos) – A estrutura mostrada na figura ao lado é composta pela placa retangular $ABCD$, de peso P e centro de massa G, articulada em B à barra BE, de peso desprezível. O sistema é vinculado à articulação A, e o pino em E está encaixado com atrito na guia horizontal (coeficiente de atrito μ). A polia de raio $2a$, peso desprezível, e articulada ao centro F da barra BE, sustenta a carga P por meio do cabo inextensível ligado ao ponto C. A placa $ABCD$ é constituída por duas placas retangulares soldadas, $ABML$, de densidade superficial ρ_1, e $LMCD$, de densidade superficial ρ_2. Sabendo-se que o sistema está em equilíbrio, pede-se:

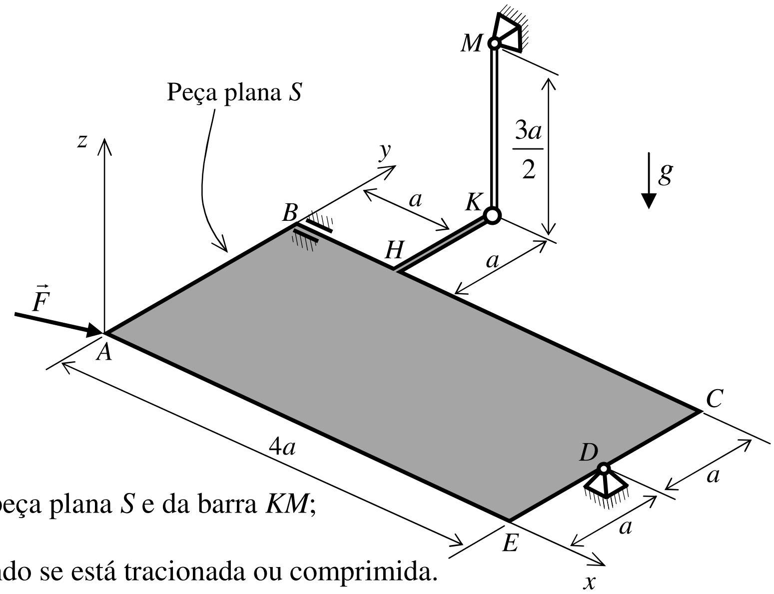


a) construir os diagramas de corpo livre da polia, da placa $ABCD$ e da barra BE;
b) determinar as reações em A e as forças agentes na barra BE;
c) determinar o valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio;
d) determinar as densidades superficiais ρ_1 e ρ_2 em função dos demais dados do problema.

QUESTÃO 3 (3,5 pontos) – Considere a treliça mostrada na figura, formada por barras de massa desprezível que formam triângulos isósceles de base $2a$ e altura $2a$, e suportada por articulações em D e E. Determine, em função de F e a, o valor das forças nas barras JK, LM e IP, indicando se são de tração ou compressão.



QUESTÃO 1 (3,0 pontos) – O sistema ao lado está em equilíbrio e é composto pela peça plana *S*, de peso *P*, e pela haste rígida *KM*, de peso desprezível. A peça plana *S* é composta pela haste rígida *HK*, de peso desprezível, soldada na placa homogênea *ABCE*. A peça plana *S* está no plano *Axy*, de acordo com o sistema de coordenadas dado, cuja origem é o ponto *A*. Em *D*, *K* e *M* existem articulações ideais e em *B* um anel, também ideal. Em *A* age a força externa $\vec{F} = 4P\vec{i} + 3P\vec{j}$. Levando em conta essas informações e as dimensões fornecidas:



a) desenhe os diagramas de corpo livre da peça plana *S* e da barra *KM*;
b) determine as forças de reação em *D*;
c) determine as forças na barra *KM*, indicando se está tracionada ou comprimida.

Solução

a)

Observando que se trata de barra de treliça: $Z_M = F_b$

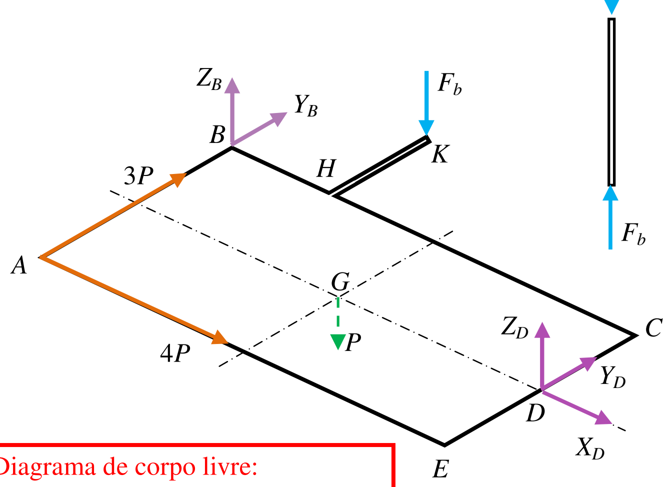


Diagrama de corpo livre:
Forças em *B*: 0,3 ponto
Forças em *D*: 0,3 ponto
Forças em *K* e na barra: 0,3 ponto
Forças externas: 0,1 ponto

b) Equilíbrio da placa:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow X_D + 4P = 0 \Rightarrow X_D = -4P$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Y_B + Y_D + 3P = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow Z_B + Z_D - F_b - P = 0 \qquad (2)$$

0,5

$$\sum M_{Dx} = 0 \Rightarrow Z_B a - F_b 2a = 0 \qquad (3)$$

$$\sum M_{Dy} = 0 \Rightarrow Z_B 4a - F_b 3a - P2a = 0 \qquad (4)$$

$$\sum M_{Dz} = 0 \Rightarrow -3P4a - Y_B 4a + 4Pa = 0 \Rightarrow Y_B = -2P \qquad (5)$$

0,5

De (3): $Z_B = 2F_b$

Substituindo em (4):

$$5F_b = 2P \Rightarrow F_b = \frac{2P}{5} \Rightarrow Z_B = \frac{4P}{5}$$

Usando esses resultados em (2):

$$\frac{4P}{5} + Z_D - \frac{2P}{5} - P = 0 \Rightarrow Z_D = \frac{3P}{5}$$

Substituindo (5) em (1):

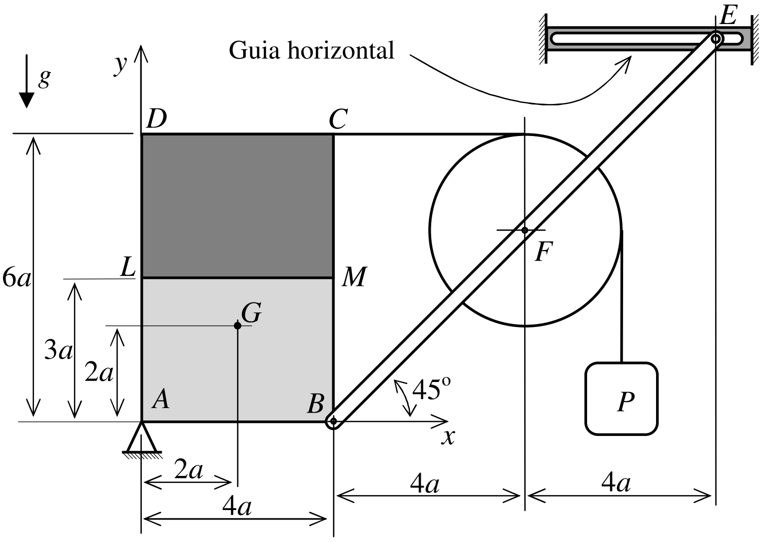
$$-2P + Y_D + 3P = 0 \Rightarrow Y_D = -P$$

Forças de reação em *D*: $\boxed{X_D = -4P}$ 0,3 $\boxed{Y_D = -P}$ $\boxed{Z_D = \frac{3P}{5}}$ 0,2

c) Equilíbrio na barra *KM*: sendo barra de treliça, $Z_M = F_b \Rightarrow \boxed{Z_M = \frac{2P}{5}}$. 0,3

De acordo com o resultado obtido, a barra *KM* está sob compressão. 0,2

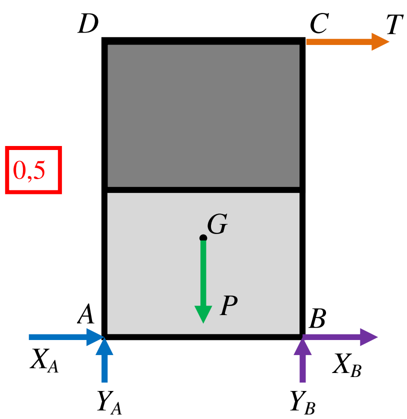
QUESTÃO 2 (3,5 pontos) – A estrutura mostrada na figura ao lado é composta pela placa retangular *ABCD*, de peso *P* e centro de massa *G*, articulada em *B* à barra *BE*, de peso desprezível. O sistema é vinculado à articulação *A*, e o pino em *E* está encaixado com atrito na guia horizontal (coeficiente de atrito μ). A polia de raio $2a$, peso desprezível, e articulada ao centro *F* da barra *BE*, sustenta a carga *P* por meio do cabo inextensível ligado ao ponto *C*. A placa *ABCD* é constituída por duas placas retangulares soldadas, *ABML*, de densidade superficial ρ_1, e *LMCD*, de densidade superficial ρ_2. Sabendo-se que o sistema está em equilíbrio, pede-se:

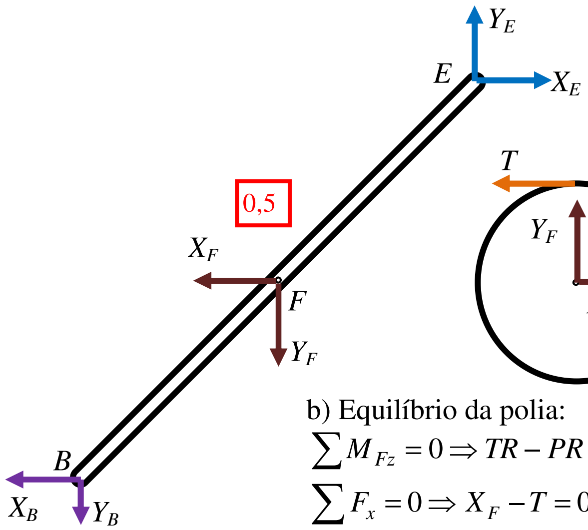


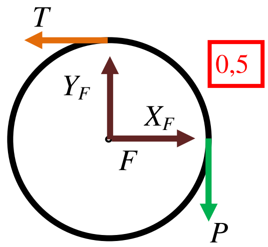
a) construir os diagramas de corpo livre da polia, da placa *ABCD* e da barra *BE*;
b) determinar as reações em *A* e as forças agentes na barra *BE*; Reações em *A*:0,5 / Forças na barra *BE*: 0,5
c) determinar o valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio;
d) determinar as densidades superficiais ρ_1 e ρ_2 em função dos demais dados do problema.

Solução

a)







b) Equilíbrio da polia:

$$\sum M_{Fz} = 0 \Rightarrow TR - PR = 0 \Rightarrow T = P$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow X_F - T = 0 \Rightarrow \boxed{X_F = P}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Y_F - P = 0 \Rightarrow \boxed{Y_F = P}$$

Equilíbrio da placa *ABCD*:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow X_A + X_B + T = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A + Y_B - P = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{Az} = 0 \Rightarrow -P2a + Y_B 4a - P6a = 0 \quad (3)$$

Equilíbrio da barra *BE*:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -X_B - X_F + X_E = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -Y_B - Y_F + Y_E = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_{Bz} = 0 \Rightarrow -P4a + P4a - X_E 8a + Y_E 8a = 0 \quad (6)$$

Resolvendo o sistema de equações (1) a (6):

$\boxed{X_A = -3P}$ $\boxed{Y_A = -P}$ $\boxed{X_B = 2P}$ $\boxed{Y_B = 2P}$ $\boxed{X_E = 3P}$ $\boxed{Y_E = 3P}$

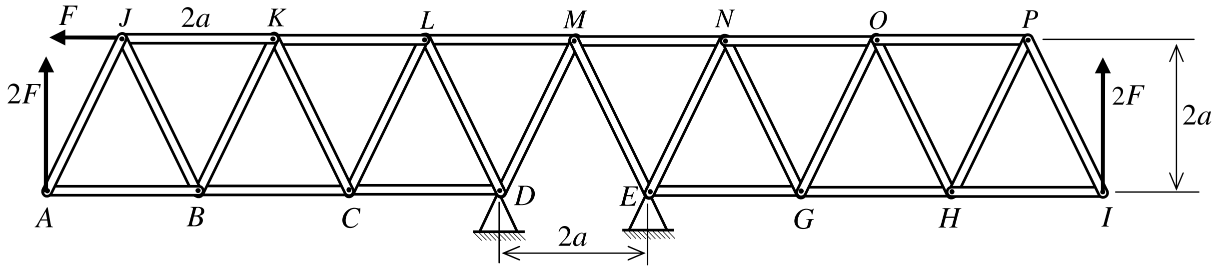
0,5 c) Para que não haja escorregamento: $X_E \le \mu Y_E \Rightarrow \mu \ge \dfrac{X_E}{Y_E} = \dfrac{3P}{3P}$. Portanto, $\boxed{\mu_{mín} = 1}$

0,5 d) Peso da placa *ABCD*: $P = \rho_1 4a3a + \rho_2 4a3a = 12a^2(\rho_1 + \rho_2)$ (i)

Ordenada do centro de massa *G*: $2a = \dfrac{12a^2\rho_1 \dfrac{3a}{2} + 12a^2\rho_2\left(3a + \dfrac{3a}{2}\right)}{12a^2(\rho_1+\rho_2)} = \dfrac{3a(\rho_1 + 3\rho_2)}{2(\rho_1+\rho_2)}$ (ii)

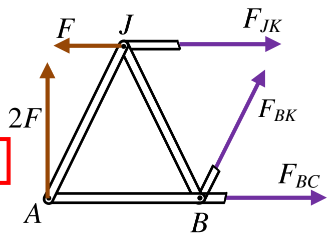
Resolvendo o sistema de equações (i) e (ii), chega-se a: $\boxed{\rho_1 = \dfrac{5P}{72a^2}}$ e $\boxed{\rho_2 = \dfrac{P}{72a^2}}$

QUESTÃO 3 (3,5 pontos) – Considere a treliça mostrada na figura, formada por barras de massa desprezível que formam triângulos isósceles de base $2a$ e altura $2a$, e suportada por articulações em D e E. Determine, em função de F e a, o valor das forças nas barras JK, LM e IP, indicando se são de tração ou compressão.



Solução

Força na barra JK:

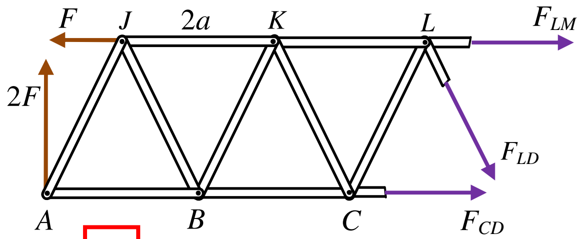


0,5

$$\sum M_{Bz} = 0 \Rightarrow -F_{JK}2a + F2a - 2F2a = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{JK} = -F} \quad \text{Compressão} \quad 0{,}5$$

Força na barra LM:



1,0

Da geometria:

$$F_{LDx} = \frac{F_{LD}\sqrt{5}}{5} \quad \text{e} \quad F_{LDy} = \frac{F_{LD}2\sqrt{5}}{5}$$

Equações de equilíbrio:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2F - \frac{F_{LD}2\sqrt{5}}{5} = 0 \Rightarrow F_{LD} = \sqrt{5}F$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F + F_{LM} + \frac{F_{LD}\sqrt{5}}{5} + F_{CD} = 0$$

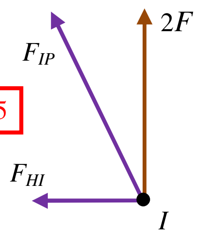
$$\Rightarrow F_{LM} = F - \frac{\sqrt{5}F\sqrt{5}}{5} - F_{CD} \Rightarrow F_{LM} = -F_{CD}$$

$$\sum M_{Lz} = 0 \Rightarrow F_{CD}2a - 2F5a = 0 \Rightarrow F_{CD} = 5F$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{LM} = -5F} \quad \text{Compressão} \quad 0{,}5$$

Força na barra IP:

Equilíbrio do nó I:



0,5

$$\left|F_{IPy}\right| = 2\left|F_{IPx}\right| \Rightarrow \left|F_{IP}\right| = \frac{\sqrt{5}}{2}\left|F_{IPy}\right|$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2F + F_{IPy} = 0 \Rightarrow F_{IPy} = -2F \Rightarrow \boxed{F_{IP} = -\sqrt{5}F} \quad \text{Compressão} \quad 0{,}5$$