

# Fundamentos de Mecânica – 4300151

## Lista de exercícios 3

Primeiro semestre de 2013

Os exercícios da lista deverão ser todos feitos. Não há necessidade de entregá-los. O conteúdo será cobrado nas provas e Provinhas, ao longo da disciplina. Procure solucionar as dúvidas nos horários de atendimento da monitoria, ou nas aulas de exercícios.

- Um barco veleja sobre a superfície de um lago com aceleração constante produzida pelo vento. Em certo instante, sua velocidade é de  $6,30\hat{i} - 8,43\hat{j}$ , medida em metros por segundo. Três segundos mais tarde, o barco está instantaneamente com velocidade nula. Qual sua aceleração média durante esse intervalo de tempo?
- Uma partícula se move de tal maneira que sua posição como função do tempo é  $\vec{r}(t) = A\hat{i} + Bt^2\hat{j} - Ct\hat{k}$ , com  $A = 1,0\text{ m}$ ,  $B = 4,0\text{ m/s}^2$ , e  $C = 1,0\text{ m/s}$ . Determine
  - a velocidade da partícula em função do tempo;
  - a aceleração da partícula em função do tempo;
  - a forma da trajetória da partícula.
- Uma partícula A move-se ao longo de uma reta com velocidade constante, igual a  $20\text{ m/s}$ . Quando A passa pela origem ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ), uma segunda partícula, B, parte do repouso da posição  $x = 0$ ,  $y = 40\text{ m}$ , com aceleração  $a$  constante e igual a  $0,25\text{ m/s}^2$ , na direção do eixo  $x$ , como mostrado na figura.

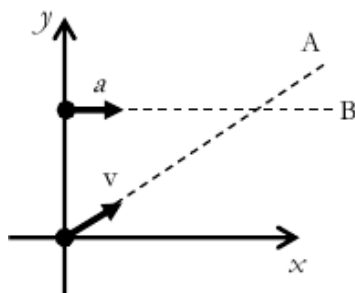


Figura 1: problema 3.

- Qual deve ser o ângulo  $\theta$  entre a direção da partícula A e o eixo  $x$  para que a situação resulte em colisão?
  - Nessas circunstâncias, quanto tempo depois de B ter partido ocorrerá a colisão?
- No instante  $t = 0$ , uma partícula parte da posição da origem do sistema de referências com velocidade inicial  $\vec{v}_0 = -2\hat{i}\text{ m/s}$  e move-se em um plano sujeita a uma aceleração  $\vec{a} = (9\hat{i} + 2\hat{j})\text{ m/s}^2$ .
    - Obtenha uma expressão para a velocidade  $\vec{v}(t)$ .
    - Represente graficamente o comportamento de cada uma das componentes  $v_x(t)$  e  $v_y(t)$ .
    - Qual é o módulo da velocidade no instante  $t = 2\text{ s}$ ?
    - Obtenha uma expressão para o vetor posição da partícula,  $\vec{r}(t) = \hat{i}x(t) + \hat{j}y(t)$ , em função do tempo.

- (e) Represente graficamente o comportamento de  $x(t)$  e  $y(t)$ .
- (f) Construa um gráfico representando a trajetória da partícula, ou seja,  $y(x)$ , para o intervalo  $0 \leq t \leq 10$  s.
5. Considere uma partícula lançada de uma posição inicial  $(x_0, y_0)$  no instante  $t = 0$ , com velocidade  $\vec{v}_0$  formando um ângulo  $\alpha$  com a direção horizontal. Despreze a resistência do ar e considere que a partícula está sujeita apenas à aceleração da gravidade  $\vec{g}$ , vertical para baixo.
- (a) Escreva as equações horárias para  $x(t)$  e  $y(t)$ .
- (b) Qual a altura máxima atingida pela partícula?
- (c) Combine as equações para  $x(t)$  e  $y(t)$  de modo a obter a equação da trajetória  $y(x)$ .
- (d) Considere que  $x_0 = 0$ , e calcule a que distância do ponto de lançamento a partícula atingirá o solo.
6. Um corpo realiza um movimento no plano  $xy$ , com uma trajetória descrita pela figura. Move-se inicialmente de baixo para cima, e em seguida da direita para a esquerda. Ao longo de toda a trajetória, o módulo da velocidade é constante e igual a  $4 \text{ m/s}$ .

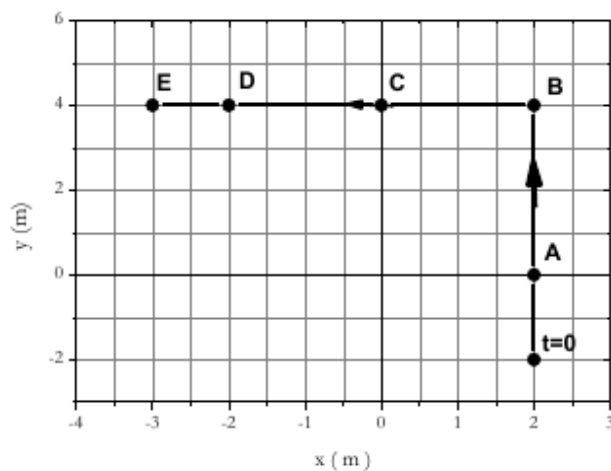


Figura 2: problema 6.

- (a) Escreva o vetor posição do corpo quando ele se encontra em cada um dos pontos A, B, C, D e E da trajetória.
- (b) Determine os instantes  $t_A$ ,  $t_B$ ,  $t_C$ ,  $t_D$  e  $t_E$  em que o corpo se encontra nesses pontos.
- (c) Faça o gráfico das projeções  $x(t)$  e  $y(t)$  em função do tempo.
7. Em um jogo de vôlei, um jogador realiza um saque do tipo “jornada nas estrelas”, desde uma distância de  $14 \text{ m}$  da rede. A bola sobe  $20 \text{ m}$  acima da altura lançamento e desce até a altura do lançamento em um ponto do campo adversário situado a  $1 \text{ m}$  da rede e  $8 \text{ m}$  à esquerda do ponto de lançamento. Despreze a resistência do ar.
- (a) Segundo que ângulo a partir da horizontal a bola foi lançada?
- (b) Com que velocidade (em  $\text{km/h}$ ) ela volta a atingir a altura de lançamento?
- (c) Quanto tempo ela gasta nesse percurso?
8. Prove que, para o movimento plano com aceleração constante  $\vec{a}$ , são satisfeitas as relações

$$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0),$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \frac{1}{2} (\vec{v} + \vec{v}_0) t,$$

em que  $\vec{r}_0$  é a posição inicial do corpo e  $\vec{v}_0$  é sua velocidade inicial.

9. Uma bola é chutada de uma pequena elevação acima do solo a uma velocidade de  $12,0 \text{ m/s}$ , formando um ângulo de  $51,0^\circ$  acima da horizontal. A bola atinge o solo  $2,08 \text{ s}$  após o chute. Despreze a resistência do ar. (Dados:  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ ,  $\text{sen } 51^\circ = 0,777$ ,  $\text{cos } 51^\circ = 0,629$ .)
- Escreva as equações horárias dos movimentos horizontal e vertical da bola, especificando o sistema de referências usado. Quais são as componentes da aceleração da bola durante o voo?
  - Quais são as componentes da velocidade da bola no início e no final de sua trajetória?
  - Qual é a altura da elevação de onde a bola foi chutada?
  - Qual a distância horizontal percorrida pela bola?
  - Por que a expressão do alcance máximo  $R = v_0^2 \text{sen}(2\theta) / g$  não pode ser usada no item anterior?

## Respostas

- $(-2,10\hat{i} + 2,81\hat{j}) \text{ m/s}^2$
- (a)  $(8,0t\hat{j} - 1,0\hat{k}) \text{ m/s}$ ; (b)  $8,0\hat{j} \text{ m/s}^2$ ; (c) parábola
- (a)  $0,72^\circ$ ; (b)  $160 \text{ s}$
- (a)  $[(-2 + 9t)\hat{i} + 2t\hat{j}] \text{ m/s}$ ; (b)  $16,5 \text{ m/s}$ ; (c)  $[(-2t + 4,5t^2)\hat{i} + t^2\hat{j}] \text{ m}$
- (a)  $x(t) = x_0 + (v_0 \cos \alpha)t$ ,  $y(t) = y_0 + (v_0 \text{sen } \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ ; (b)  $h = y_0 + \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \alpha}{2g}$ ; (c)  $y = y_0 + (x - x_0) \text{tg } \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} (x - x_0)^2$ ; (d)  $D = \left( \text{tg } \alpha + \sqrt{\text{tg}^2 \alpha + \frac{2y_0 g}{v_0^2 \cos^2 \alpha}} \right)$
- (a)  $\vec{r}_A = 2\hat{i}$ ,  $\vec{r}_B = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ ,  $\vec{r}_C = 4\hat{j}$ ,  $\vec{r}_D = -2\hat{i} + 4\hat{j}$ ,  $\vec{r}_E = -3\hat{i} + 4\hat{j}$ ; (b)  $t_A = 0,5 \text{ s}$ ,  $t_B = 1,5 \text{ s}$ ,  $t_C = 2,0 \text{ s}$ ,  $t_D = 2,5 \text{ s}$ ,  $t_E = 2,75 \text{ s}$
- (a)  $78^\circ$ ; (b)  $73 \text{ km/h}$ ; (c)  $4 \text{ s}$
- (a) Em um sistema de referências com eixo  $y$  orientando verticalmente para cima e origem no solo, escolhendo a origem do eixo  $x$  na coordenada horizontal do lançamento, as equações horárias são  $x(t) = 7,55t$ ,  $y(t) = y_0 + 9,32t - 4,89t^2$ ; (b)  $v_{0x} = 7,55 \text{ m/s} = v_{fx}$ ,  $v_{0y} = 9,32 \text{ m/s}$ ,  $v_{fy} = -11,0 \text{ m/s}$ ; (c)  $1,77 \text{ m}$ ; (d)  $15,70 \text{ m}$ .