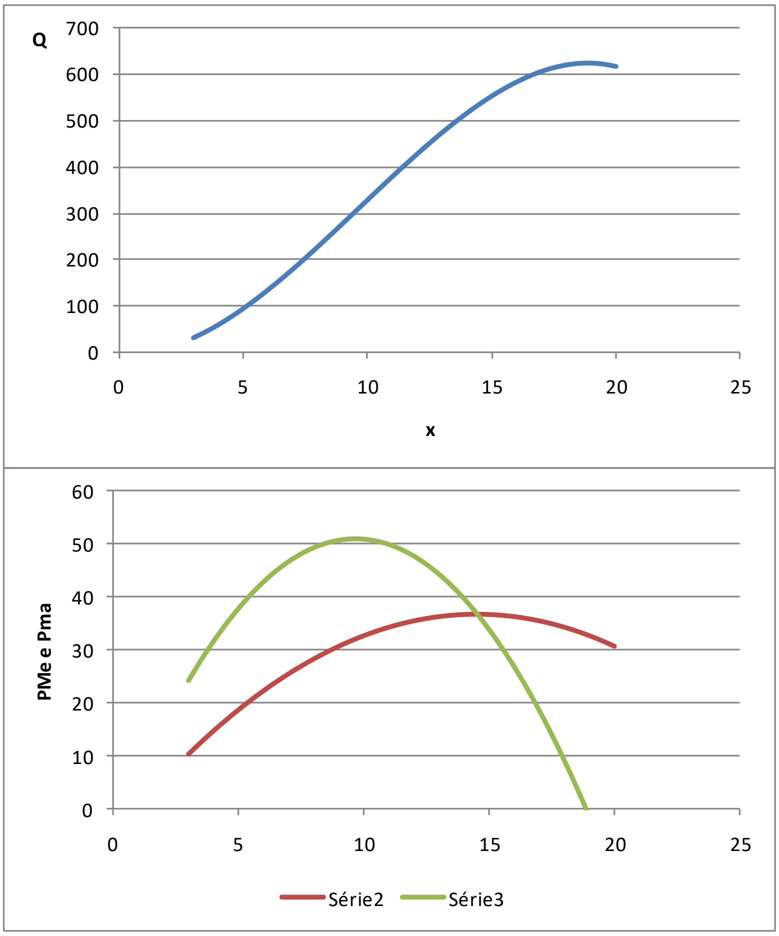
Teoria da Produção – Um Fator de Produção

1. Um produtor de cogumelo *shiitake* observou que a quantidade produzida desse cogumelo estava relacionada com a quantidade de toras de eucalipto utilizadas como substrato da seguinte forma:
   $Q = -0{,}2\,x^3 + 5{,}8\,x^2 - 5{,}2x$, onde Q representa Kg de *shiitake*, e x representa Kg de substrato.



a. Determine a quantidade de substrato necessária para maximizar a produção.
   Máxima Produção:
   $dQ/dx = 0$ → $-0{,}6\,x^2 + 11{,}6\,x - 5{,}2 = 0$
   Aplicando a fórmula de Bhaskara: $x' = 0{,}459182$ $x'' = 18{,}87415$

b. Determine a quantidade de substrato que resulta no máximo lucro (RT-CT).
   Definindo LUCRO = RT – CT = p . Q – (CF + s_x . x), onde:
   p = preço do shiitake = R$ 10,00/Kg
   s_x= custo do substrato =R$ 248/Kg
   temos para máximo LUCRO,
   $dL/dx = 0$ → $dQ/dx = s_x / p$ → $-0{,}6\,x2 + 11{,}6\,x - 5{,}2 = 248{,}00 / 10$
   Aplicando a fórmula de Bhaskara: $x' = 3{,}075427$ $x'' = 16{,}25791$

2. A seguinte função polinomial do segundo grau representa o processo de transformação do insumo P_2O_5 em biomassa vegetal de certa folhosa, estimada com base em três níveis de adubação: q = 125,8 + 10,6 x – 2 x2, onde q é produção de biomassa em toneladas por ha e x representa as doses de fósforo usadas na adubação, na forma P_2O_5. A variável x assume valores entre 0 e 3. Chamando de P as doses usadas no experimento e sendo k=50, temos que P = kx. Portanto, x=1 corresponde a uma dose de 50 Kg/ha de P_2O_5.

Máxima Produção

Pela condição de primeira ordem:

$$\frac{dq}{dx} = 0 \;\rightarrow\; 10{,}6 - 4x = 0 \;\rightarrow\; x = 2{,}65 \;\rightarrow\; 132{,}5\; Kg\; de\; P_2O_5$$

Pela condição de segunda ordem:

$$\frac{d^2q}{dx^2} < 0 \;\rightarrow\; \frac{d^2q}{dx^2} = -4 \;\rightarrow\; Ok$$

Resolva agora para máximo Lucro

$$LUCRO = \; 1{,}20\, q - CF - 8\, x$$

Pela condição de primeira ordem:

$$\frac{d\; LUCRO}{dx} = 0 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow$$

Teoria da Produção – Dois Fatores de Produção

3. A quantidade produzida por uma firma é função dos níveis de trabalho (L) e capital (K) empregados. A relação é conhecida (e foi ajustada a partir de uma equação do tipo Cobb-Douglas): $Q = 2{,}5\ K^{0,4}\ L^{0,6}$. Sabendo-se que o custo unitário do trabalho é uma vez e meia maior que o do capital ($s_L / s_K = 1{,}5$), e que a firma maximiza lucro (Lucro = Receita Total – Custo Total), que afirmação podemos fazer quanto às quantidades usadas dos fatores de produção L e K?

Para máximo lucro:

$$\begin{cases} p\ PMa_L = & p\dfrac{\partial Q}{\partial L} = & p(1{,}5\ K^{0,4}L^{-0,4}) = p\left(1{,}5\ \dfrac{K^{0,4}}{L^{0,4}}\right) = s_L \\ p\ PMa_K = & p\dfrac{\partial Q}{\partial K} = & p(K^{-0,6}L^{0,6}) = p\left(\dfrac{L^{0,6}}{K^{0,6}}\right) = s_K \end{cases}$$

$$\frac{PMa_L}{PMa_K} = \frac{s_L}{s_K}$$

$$1{,}5\ \frac{K^{0,4}}{L^{0,4}}\frac{K^{0,6}}{L^{0,6}} = 1{,}5$$

$$1{,}5\ \frac{K}{L} = 1{,}5 \quad \therefore \quad K = L$$

Para o mesmo enunciado do problema anterior, considere agora $Q = 10\ x_1^{0,9}\ x_2^{0,1}$, sendo $s_1/s_2 = 1/9$, e **<u>prove que para maximizar lucro nesse caso $x_1 > x_2$</u>**

$$\textit{Para máximo lucro}: \begin{cases} p\ PMa_{x_1} = & p\dfrac{\partial Q}{\partial x_1} - s_1 = & 0 \\ p\ PMa_{x_2} = & p\dfrac{\partial Q}{\partial x_2} - s_2 = & 0 \end{cases}$$

$\rightarrow$