

Probabilidade I – SME0800

Parte 2: Métodos de enumeração

Juliana Cobre

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC

Universidade de São Paulo - USP



Regra da multiplicação

Processo: Executar procedimento 1 e executar o procedimento 2.

Regra da multiplicação

Processo: Executar procedimento 1 e executar o procedimento 2.

▶ Procedimento 1: n_1 maneiras diferentes.

Regra da multiplicação

Processo: Executar procedimento 1 e executar o procedimento 2.

- ▶ Procedimento 1: n_1 maneiras diferentes.
- ▶ Procedimento 2: n_2 maneiras diferentes.

Regra da multiplicação

Processo: Executar procedimento 1 e executar o procedimento 2.

- Procedimento 1: n_1 maneiras diferentes.
- Procedimento 2: n_2 maneiras diferentes.

Pergunta: De quantas maneiras diferentes podemos executar o processo?

Regra da multiplicação

Conclusão: $n_1 \times n_2$ maneiras

Regra da multiplicação

Conclusão: $n_1 \times n_2$ maneiras

Generalização: k procedimentos com $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras cada
 $\Rightarrow n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$ maneiras de realizar o processo.

Regra da multiplicação

Conclusão: $n_1 \times n_2$ maneiras

Generalização: k procedimentos com $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras cada
 $\Rightarrow n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$ maneiras de realizar o processo.

Exemplo: Um homem tem 4 camisas, 2 calças e 2 gravatas diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir?

Regra da adição

Processo: Executar procedimento 1 ou executar o procedimento 2.

Regra da adição

Processo: Executar procedimento 1 ou executar o procedimento 2.

▶ Procedimento 1: n_1 maneiras diferentes.

Regra da adição

Processo: Executar procedimento 1 ou executar o procedimento 2.

- ▶ Procedimento 1: n_1 maneiras diferentes.
- ▶ Procedimento 2: n_2 maneiras diferentes.

Regra da adição

Processo: Executar procedimento 1 ou executar o procedimento 2.

- ▶ Procedimento 1: n_1 maneiras diferentes.
- ▶ Procedimento 2: n_2 maneiras diferentes.

Pergunta: De quantas maneiras diferentes podemos executar o processo?

Regra da adição

Conclusão: $n_1 + n_2$ maneiras

Regra da adição

Conclusão: $n_1 + n_2$ maneiras

Generalização: k procedimentos com $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras cada
 $\Rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ maneiras de realizar o processo.

Regra da adição

Conclusão: $n_1 + n_2$ maneiras

Generalização: k procedimentos com $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras cada
 $\Rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ maneiras de realizar o processo.

Exemplo: Viajar de trem ou de ônibus, havendo 3 rodovias e 2 ferrovias.

Permutação

O que é? É uma disposição ordeanada de objetos diferentes.

Permutação

O que é? É uma disposição ordeanada de objetos diferentes.

Exemplo:

Permutação

O que é? É uma disposição ordeanada de objetos diferentes.

Exemplo:

▶ 4 letras.

Permutação

O que é? É uma disposição ordeanada de objetos diferentes.

Exemplo:

- ▶ 4 letras.
- ▶ Permutação dois a dois:

Permutação

Número de permutações de n objetos diferentes tomados de r em r :

Permutação

Número de permutações de n objetos diferentes tomados de r em r :
 P_r^n .

Permutação

Nota: $n! = n(n-1)(n-2)\dots 0!$

Permutação

Nota: $n! = n(n-1)(n-2)\dots 0!$

Exercício: Prove que $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

Permutação

Nota: $n! = n(n-1)(n-2)\dots 0!$

Exercício: Prove que $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

Exemplo: Há 25 jogadores de basquete. Quantas possibilidades de formação de time (5 jogadores) em cada posição?

Permutação

Número de permutações de n objetos diferentes:

Permutação

Número de permutações de n objetos diferentes: P_n^n .

Número de permutações com objetos repetidos: Suponha que há k tipos de objetos, sendo que cada tipo tem $n_1, n_2, \dots, n_k$ elementos repetidos, tal que $n = n_1 + \dots + n_k$.

Exemplo: Anagramas da palavra (sem contar acento)

E S T A T Í S T I C A

Permutação

Exemplo: Dos números distintos que são formados com todos algarismos do número 333669, quantos são ímpares?

Permutação

Exemplo: Dos números distintos que são formados com todos algarismos do número 333669, quantos são ímpares?

Ímpares: Terminados em 3 ou 9.

Permutação

Exemplo: Dos números distintos que são formados com todos algarismos do número 333669, quantos são ímpares?

Ímpares: Terminados em 3 ou 9.

Terminados em 3

Permutação

Exemplo: Dos números distintos que são formados com todos algarismos do número 333669, quantos são ímpares?

Ímpares: Terminados em 3 ou 9.

Terminados em 3

Terminados em 9

Combinação

Combinação: É a disposição de objetos distintos sem que a ordem importe.

Combinação

Combinação: É a disposição de objetos distintos sem que a ordem importe.

Exemplo

Combinação

Combinação: É a disposição de objetos distintos sem que a ordem importe.

Exemplo

▶ 4 letras.

Combinação

Combinação: É a disposição de objetos distintos sem que a ordem importe.

Exemplo

- ▶ 4 letras.
- ▶ Combinação dois a dois:

Combinação

Número de combinações de n objetos distintos tomados de r em r :

Combinação

Número de combinações de n objetos distintos tomados de r em r :
 C_r^n .

Combinação

Número de combinações de n objetos distintos tomados de r em r : C_r^n .

1. Incluir todas as permutações dos r objetos.
2. Excluir as permutações “repetidas” (desconsiderando a ordem) $\Rightarrow$ contar quantas permutações cada combinação oferece:

Combinação

Nota: $\binom{n}{r}$ é denominado coeficiente binomial.

Combinação

Nota: $\binom{n}{r}$ é denominado coeficiente binomial.

Exercício 1: Descubra o motivo desse nome.

Combinação

Nota: $\binom{n}{r}$ é denominado coeficiente binomial.

Exercício 1: Descubra o motivo desse nome.

Exercício 2: Estude as propriedades do termo $\binom{n}{r}$.

Combinação

Exemplo: Um lote de 100 peças tem 5% de defeituosas. Uma amostra de 10 peças será selecionada. Qual o número de possibilidades de amostras com nenhuma peça defeituosa?

