# PTC3360 - Introdução a Redes e Comunicações

4.1 Densidade espectral de energia e de potência - Parte 3

[Lathi and Ding, 2012, Seção 3.8]

Outubro 2024

# Sumário

# Sumário

# Densidade espectral de potência (DEP)

## Propriedade 1: saída de sistema LIT

Da definição de DEP e das propriedades de sistemas LIT pode-se mostrar que:

$$\boxed{S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f)}.$$

## Exemplo 17: Positividade

Mostre que

$$S_g(f) \geq 0.$$

Vemos assim que $S_g(f)$ tem características que justificam sua definição como DEP ☺.

# Densidade espectral de potência (DEP)

## Exemplo 18: Significado prático da DEP

Considere o circuito da figura a seguir em que um sinal $x(t)$ passa por um filtro passa-faixa (FPF) ideal. A tensão RMS da saída $y_{\text{RMS}}$ é então medida.

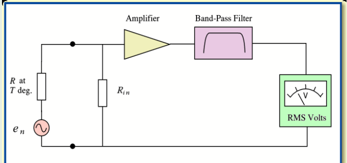
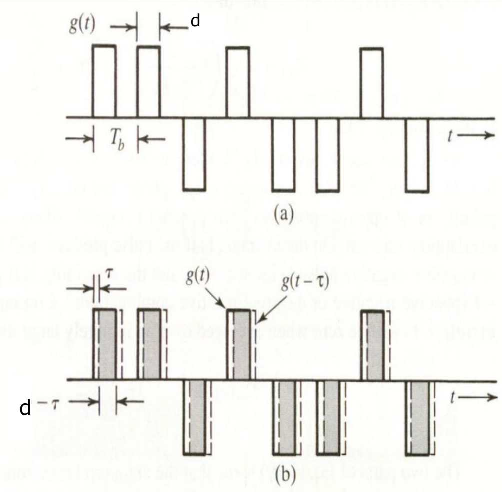



**Figure 3.3** Spectral noise measurement.

1) Considere $x(t)$ senoidal e determine a DEP de uma senoide a partir de $y_{\text{RMS}}$.
2) Confira seu resultado usando a TF da $R_g(\tau)$ obtida no Exemplo 13.
3) Para um sinal de entrada $x(t)$ qualquer e um FPF com banda $B$ centrado em $f_0$, relacione $S_x(f_0)$ com $y_{\text{RMS}}$.

## Exemplo 19: Sinal aleatório binário pulsado

Vamos calcular a DEP de um sinal aleatório binário como o da figura a seguir.



# DEP de sinal usado em comunicações

## Exemplo 19: Sinal aleatório binário pulsado

$$R_g(\tau) = \frac{d}{T_b}\Delta\left(\frac{\tau}{2d}\right) \xleftrightarrow{TF} S_g(f) = \frac{d^2}{T_b}\text{sinc}^2(\pi f d)$$

- Note que $g(t)$ tem nível DC nulo mas DEP não nula em $f = 0$!

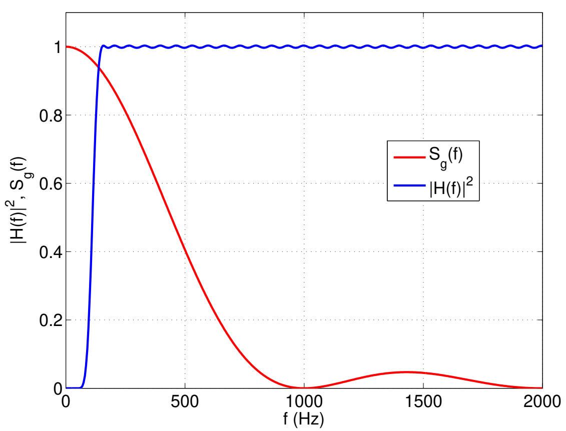
## Exemplo 20: Filtragem passa-altas de sinal aleatório binário

- Motivação: acoplamento via transformador na transmissão
- Possíveis erros de bit na recepção

# Exemplo 20: Filtragem passa-altas de s. a. binário

## Resposta em frequência do filtro

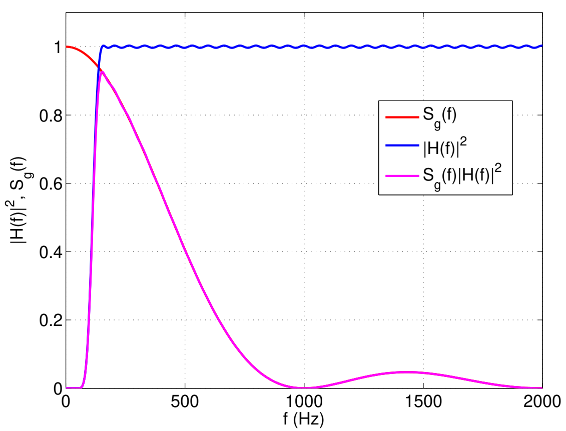
$T_b = d = 1$ ms, filtro passa-altas acima de 150 Hz



# Exemplo 20: Filtragem passa-altas de s. a. binário

## Resposta em frequência do filtro

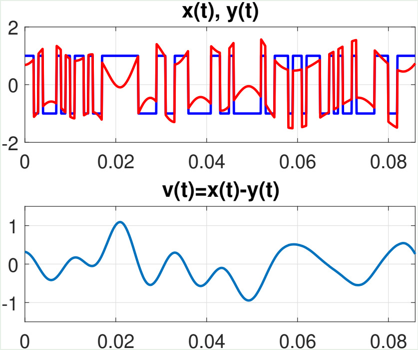
$T_b = d = 1$ ms, filtro passa-altas acima de 150 Hz



# Exemplo 20: Filtragem passa-altas de s. a. binário

## Sinais no tempo

$T_b = d = 1$ ms, filtro passa-altas acima de 150 Hz

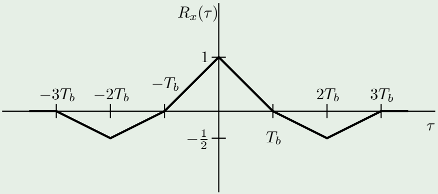



Note que deve ocorrer um erro de deteção em $t = 0,021$ s já que nesse instante $x(t) > 0$ e $y(t) < 0$!

# Exemplo 21: DEP nula em $f = 0$

## P1 2016

Considere um sinal de potência com a função de autocorrelação mostrada no gráfico a seguir, sendo $T_b = 1$ ms.



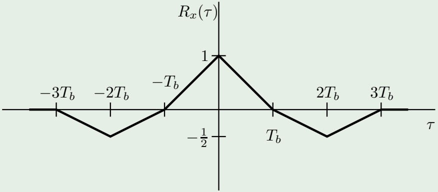

a) Calcule $S_x(f)$ em $f = 0$.

b) Compare o efeito de uma transmissão sem acoplamento DC (filtragem passa-altas) neste sinal e em um sinal aleatório binário, como o visto em aula.

c) Separando $R_x(\tau)$ em 3 partes e usando a propriedade do deslocamento temporal da TF, determine e esboce a DEP de $x(t)$, indicando valores numéricos nos dois eixos. Verifique a conclusão obtida no item a).

# Exemplo 21: DEP nula em $f = 0$

## P1 2016 - Resolução

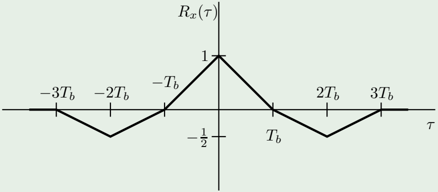


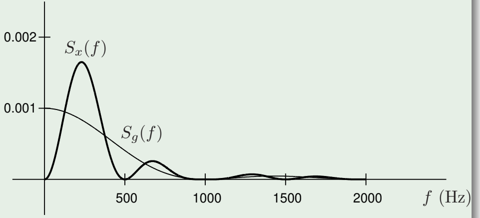

a) $S_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \Rightarrow S_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) d\tau = 0$, pois a área somada dos 2 triângulos abaixo do eixo $x$ é igual à área do triângulo acima do eixo das abscissas.

b) O efeito é menos prejudicial neste caso pois a DEP é nula na origem, diferentemente da DEP do sinal aleatório binário, que é máxima na origem.

# Exemplo 21: DEP nula em $f = 0$

## P1 2016 - Resolução




c) $R_x(\tau) = \Lambda\left(\frac{\tau}{2T_b}\right) - \frac{1}{2}\left[\Lambda\left(\frac{\tau-2T_b}{2T_b}\right) + \Lambda\left(\frac{\tau+2T_b}{2T_b}\right)\right]$.

Pela propriedade do deslocamento temporal da TF e usando a DEP $S_g(f)$ do sinal aleatório binário, resulta $S_x(f) = \left\{1 - \frac{1}{2}\left[e^{-j\omega 2T_b} + e^{j\omega 2T_b}\right]\right\} S_g(f) = \left[1 - \cos(4\pi f T_b)\right] T_b \text{sinc}^2(\pi f T_b)$

# Referências

Lathi, B. B. P. and Ding, Z. (2012). *Sistemas de Comunicações Analógicos e Digitais Modernos*. LTC.